

2

# Capítulo

# Leitura e escrita na

# Educação Matemática

Paulo Meireles Barguil



## Objetivos

- Compreender que o conhecimento matemático é elaborado mediante processos de leitura e escrita dos símbolos dessa Ciência.
- Avaliar a seguinte afirmação: “Uma pessoa aprende Matemática porque interage, em contextos diversos, com essa Ciência mediante a oralidade – escuta e fala – e a notação, o registro – leitura e escrita”.
- Definir Cifranava, Sistema Cifranávico e Cifranavização.
- Diferenciar número, numeral, algarismo e dígito.

## Introdução

Neste capítulo<sup>1</sup>, defenderei que o conhecimento matemático é constituído mediante infinitos processos de leitura e escrita em variadas interações sociais.

### 1. Ler e escrever, ouvir e falar: processos para aprender e ensinar Matemática

Se ler é compreender e interpretar aquilo que está impresso em um texto, então, ao ler o discurso matemático o leitor deve compreender e interpretar aquilo que o texto de matemática mostra, ou seja, os símbolos e signos expressos pela linguagem matemática. No momento em que o leitor olha para os símbolos ou signos impressos no texto [...] o ato de ler a linguagem matemática começa a se realizar (DANYLUK, 1991, p. 39).

Grande parte da literatura sobre educação matemática não considera o processo envolvido na aprendizagem de notações matemáticas como um processo *construtivo*. A aprendizagem de notações é considerada automática, um resultado da compreensão desenvolvida a respeito de conceitos matemáticos. A aprendizagem de notações é vista como uma consequência da aprendizagem de conceitos (BRIZUELA, 2006, p. 43, itálico no original).

Parece-nos urgente que professores, pesquisadores e formadores dirijam suas atenções para o delicado processo de desenvolvimento de leitura para o acesso a gêneros textuais próprios da atividade matemática escolar. A leitura e a produção de enunciados de problemas, instruções para exercícios, descrições de procedimentos, definições, enunciados de propriedades, teoremas, demonstrações sentenças matemáticas, diagramas, gráficos, equações

<sup>1</sup>Este capítulo expõe várias ideias detalhadamente explicadas em três artigos (BARGUIL, 2016, 2017a, 2017d).

etc. demandam e merecem investigações e ações pedagógicas específicas que contemplem o desenvolvimento de estratégias de leitura, a análise de estilos, a discussão de conceitos e de acesso aos termos envolvidos, trabalho esse que o educador matemático precisa reconhecer e assumir como de sua responsabilidade. (FONSECA; CARDOSO, 2009, p. 64-65).

[...] como conceber a linguagem matemática, que é simbólica e abstrata às crianças, quando elas iniciam seu processo de escolarização? (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2014, p. 71).

Considerando a Matemática como uma linguagem que possui símbolos e sinais específicos, ela também está sujeita a abstração como qualquer outra linguagem, seja a materna (Língua Portuguesa) ou as estrangeiras modernas (Língua Inglesa, Francesa, Espanhola), que a princípio podem causar estranhamento nos iniciantes (PIRES; BERTINI; PRATES, 2014, p. 40).

Há mais de cinco séculos, aprender a **ler, escrever e calcular** sintetiza o currículo escolar básico, o qual é referendado pelo art. 7º, da Resolução CNE/CEB nº 07, de 14 de dezembro de 2010, que fixou as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental de nove anos (DCNEF):

[...] as propostas curriculares do Ensino Fundamental visarão desenvolver o educando, assegurar-lhe a formação comum indispensável para o exercício da cidadania e fornecer-lhe os meios para progredir no trabalho e em estudos posteriores, mediante os objetivos previstos para esta etapa da escolarização, a saber:

I – o desenvolvimento da capacidade de aprender, tendo como meios básicos o pleno domínio da leitura, da escrita e do cálculo;

[...] (BRASIL, 2010).

Apesar de ser pacífica a importância de tais habilidades para a vida cotidiana e acadêmica dos estudantes e da excessiva valorização da Língua Portuguesa e da Matemática na Educação Básica no Brasil, os resultados do Saeb, desde 1995, revela(ra)m um cenário desalentador e aponta(ra)m a necessidade de implementar melhorias, dentre as quais destaco: i) a ampliação da duração do Ensino Fundamental de oito para nove anos; ii) o início dessa etapa aos seis anos de idade; iii) a implementação do Plano de Metas Compromisso Todos pela Educação; e iv) a criação do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC).

Todas essas proposições têm em comum a defesa de que as crianças sejam alfabetizadas até, no máximo, os oito anos de idade, o que propiciou a criação, em 2013, da Avaliação Nacional da Alfabetização – ANA, prevista quando da instituição do PNAIC, em 2012.

As **escalas de Leitura**<sup>2</sup> e Matemática possuem 4 níveis: o nível 1 é o mais elementar e o nível 4 é o mais elaborado (BRASIL, 2015, p. 24; 26-27). Conforme os dados da ANA em 2013, 2014 e 2016 – em 2015, a ANA não foi aplicada – mais de 50% dos estudantes estão nos níveis 1 e 2 das escalas de Leitura – não conseguem, por exemplo, localizar informação explícita em textos de maior extensão e identificar a quem se refere um pronome pessoal – e Matemática – não conseguem, por exemplo, resolver alguns tipos de problemas com números naturais maiores que 20 e ler horas em relógio analógico (de ponteiro). Esses dados revelam os grandes desafios a serem enfrentados nas próximas décadas.

Tabela 1

RESULTADOS POR NÍVEIS NA ANA DE LEITURA E DE MATEMÁTICA – 2013, 2014 E 2016 <sup>3</sup>						
NÍVEL	2013		2014		2016	
	LEITURA	MATEMÁTICA	LEITURA	MATEMÁTICA	LEITURA	MATEMÁTICA
1	24%	24%	22%	24%	22%	23%
2	33%	34%	34%	33%	33%	32%
3	33%	18%	33%	18%	32%	18%
4	10%	24%	11%	25%	13%	27%

Fonte: Elaborada pelo autor a partir de BRASIL (2015, 2017).

As modificações na metodologia<sup>3</sup> de correção dos itens de Escrita, pois a sua escala foi alterada, impedem a comparação dos resultados entre os anos de 2013 e 2014 (BRASIL, 2015, p. 39), bem como entre 2014 e 2016 (BRASIL, 2017, p. 14).

Embora este texto se debruce sobre a aprendizagem e o ensino da Matemática, expresso a minha preocupação e o meu descontentamento com o fato de que as demais áreas do conhecimento, imprescindíveis para o desenvolvimento integral dos estudantes, ocupam, muitas vezes, um espaço de menor importância no currículo escolar. E mais: essa segregação cultural guarda profundas relações com a qualidade do sucesso acadêmico e social dos estudantes!

No que se refere ao **ler, escrever e calcular**, infelizmente **ler e escrever** – leitura e escrita, respectivamente – costumam ser associados apenas à Língua Portuguesa, enquanto que o **calcular** à Matemática, conforme as seguintes citações:

A partir dos achados dessa pesquisa, considero que é importante [...] compreender os sistemas de desenho e de escrita em seus níveis de construção; conhecer os diferentes momentos de apropriação destes objetos de conhecimento pela criança; e observar as interações entre desenho e escrita no processo de cada criança. Trata-se, portanto, de possibilitar um diálogo entre duas linguagens gráficas tão caras e tão importantes para a criança: desenho e escrita (PILLAR, 2012, p. 21).

Em relação à escrita, foram os estudos de Emilia Ferreiro sobre a psicogênese da língua escrita que evidenciaram os níveis pelos quais a criança passa ao se apropriar desse sistema. Ferreiro trata o sistema de

<sup>2</sup>Nomear de Leitura e Escrita as provas referentes à Língua Portuguesa robustece o equívoco de não considerar que leitura e escrita participam da (Educação) Matemática!

<sup>3</sup>As modificações na metodologia de correção dos itens de Escrita, pois a sua escala foi alterada, impedem a comparação dos resultados entre os anos de 2013 e 2014 (BRASIL, 2015, p. 39), bem como entre 2014 e 2016 (BRASIL, 2017, p. 14).

escrita como a representação de uma linguagem e a sua aprendizagem como a apropriação de um objeto de conhecimento (PILLAR, 2012, p. 24).

Necessário, de início, denunciar esta dupla ilusão, a qual contribui e alimenta práticas pedagógicas equivocadas, com intensas consequências – não somente acadêmicas! – para a vida dos discentes, seja porque se ignora que a Matemática, com símbolos e sintaxe específicos, requer, para a sua aprendizagem, que o estudante desenvolva habilidades relacionadas à leitura e à escrita, as quais demandam interpretação, seja porque se limita essa Ciência aos números, os quais, por vezes, são vivenciados de forma mecânica, pois associados ao calcular.

Nessa perspectiva, Barguil (2016, p. 386) defende que

[...] a Educação Matemática, sempre que possível, conte cole a diversidade de seus domínios: Álgebra, Aritmética, Estatística e Probabilidade, Geometria, Lógica e Medidas. Por vários fatores, em muitos espaços-tempo, a Matemática na escola tem privilegiado a Álgebra e a Aritmética em detrimento dos outros campos dessa Ciência.

No que se refere à Aritmética, várias são as habilidades que os estudantes precisam desenvolver – recitar; ler, falar e escrever algarismos; contar; ler, falar e escrever numerais; compreender o conceito de número; interpretar problemas; representar situações, com desenho, diagrama, material concreto, algoritmo; ler e escrever contas; resolver cálculos... – numa aventura que acontece fora e dentro da escola.

Essa citação enfatiza três aspectos muito importantes: i) a Matemática não se reduz a números, embora, muitas pessoas, em virtude de práticas escolares limitantes, acreditem nisso; ii) uma pessoa aprende Matemática porque interage com essa Ciência mediante a **oralidade** – escuta e fala – e a **notação, o registro** – leitura e escrita – em contextos diversos; e iii) o calcular está relacionado a várias habilidades, as quais, caso não sejam constituídas pelo sujeito, impactarão negativamente sobre aquela atividade.

Em relação a esse último aspecto, Pires, Bertini e Prates (2014, p. 41) afirmam: “Mais do que manipular símbolos, realizar cálculos extensivos rapidamente e reconhecer formas, ela [a Matemática] exige raciocínio, estratégia, leitura e interpretação, habilidades essas que qualquer linguagem exige.”

Acrescento: as contínhas, tão – negativamente – afamadas na escola, não possuem vida própria no cotidiano: elas são elaboradas por pessoas a partir da interpretação de situações, mesmo que hipotéticas, mediante diversos tipos de registros e variadas representações. Diante do exposto, é urgente extirpar a crença que encurta a Matemática ao cálculo, ainda mais quando ele é visto numa perspectiva meramente operacional.

Durante décadas, a cópia de números e a tabuada foram as estratégias didáticas utilizadas para ensinar – a odiar! – essa Matemática. É notório que, durante séculos, a Educação escolar tem prestigiado práticas, nas diversas áreas do conhecimento, que consideram a repetição indispensável para a aprendizagem, reduzindo esta à memorização. Além da fácil constatação da pouca eficiência de tal postulado, seja do ponto de vista cognitivo, seja do ponto de vista afetivo, as descobertas da Neurociência, notadamente nas últimas duas décadas, apontam a importância da atividade do sujeito no processo de aprendizagem.

Nas últimas três décadas, diversos estudiosos investigaram o ensino e a aprendizagem da **Língua Portuguesa**<sup>4</sup> e da Matemática no início da vida escolar, de modo especial sobre o Sistema de Escrita Alfabético – SEA e o chamado Sistema de Numeração Decimal – SND, bem como das relações entre os mesmos (SINCLAIR, 1990a; DORNELES, 1998; MACHADO, 1998; TIGGEMANN, 2010; VIANNA, 2014).

Infelizmente, essa secular crença que associa leitura e escrita apenas à **Língua Portuguesa**<sup>5</sup> se manifesta no ambiente escolar de várias formas, dentre as quais destaco as seguintes pertinentes à Aritmética, que serão contemplados neste texto: i) não reconhecimento dos algarismos como as unidades constituintes dos registros numéricos, os quais são similares às letras nas palavras, expresso na designação daqueles como números; ii) não identificação do conjunto dos algarismos, facilmente constatada pela ausência de nome desse reunido; e iii) não consideração dos processos de leitura e escrita relacionados aos registros numéricos nas práticas pedagógicas, bem como da importância da oralidade – escuta e fala.

## 2. Cifranava, Sistema Cifranávico e Cifranavização

[...] segundo a teoria construtivista, é essencial estudar a aquisição dos sistemas de notação, como a de outros objetos do conhecimento que envolvam os mesmos processos de diferenciação e integração, de abstração e de generalização, de conflitos e de regulações (SINCLAIR, 1990b, p. 17).

[...] as notações se incluem no que alguns pesquisadores chamam de representações externas. Ademais, as inevitáveis relações ou regras estabelecidas pelos criadores de notações entre suas marcas gráficas e o que elas pretendem representar fazem com que essas notações sejam elas idiossíncraticas ou convencionais, constituem parte de sistemas notacionais mais amplos (BRIZUELA, 2006, p. 24).

Barguil (2016) constatou que, além da confusão sobre o sentido de algarismo, número e numeral, enquanto na Língua Portuguesa, há uma articulação vocabular dos seus elementos conceituais – conjunto, sistema e pro-

<sup>4</sup>Nos estudos de Emilia Ferreiro (FERREIRO, 1998, 2004, 2007; FERREIRO; TEBEROSKY, 2006) sobre alfabetização é adotada a expressão Língua Escrita. Em Barguil (2016), utilizei a expressão Língua Materna, mas, tendo em vista que LIBRAS e outras línguas podem ser consideradas maternas, optei, nesse texto, por explicitar a Língua Portuguesa. Esclareço, com ênfase, que a Língua Portuguesa e a Matemática possuem leitura e escrita, dimensões da notação, do registro, bem como escuta e fala, dimensões da oralidade.

<sup>5</sup>Em LIBRAS, infelizmente, também ocorre essa inexatidão.

cesso – na Matemática (no âmbito da Aritmética), ocorrem, respectivamente, uma ausência, uma imprecisão e uma diversidade de termos, resultando em desalinhamento linguístico das palavras, conforme consta no Quadro 01, que é aqui ampliado com a inclusão da linha referente à “Unidade”.

Quadro 1

ELEMENTOS CONCEITUAIS DA LÍNGUA PORTUGUESA E DA MATEMÁTICA (ATUAL)		
Elementos	Área do conhecimento	
	Língua Portuguesa <sup>1</sup>	Matemática <sup>2</sup>
Unidade	Letra	Número
Conjunto	Alfabeto	-
Sistema	Alfabético	de Numeração Decimal
Processo	Alfabetização	Numeralização, Numeramento, Sentido de Número ou Senso Numérico

Fonte: Elaborado pelo autor a partir de Barguil (2016, p. 385).

<sup>1</sup> Optei por nomear de Língua Portuguesa ao invés de Língua Materna.

<sup>2</sup> Apenas no âmbito da Aritmética.

Por acreditar que os aspectos consolidados no Quadro 01, muitas vezes relacionados a lacunas epistemológicas, impactam negativamente no ambiente escolar mediante práticas mecanizadas e que não contribuem para a constituição de significado, Barguil (2016) se debruça sobre cada um deles, no intuito de incrementar a qualidade dos processos de ensino e de aprendizagem.

No que se refere à distinção conceitual entre as letras e os algarismos e seu papel nos respectivos sistemas, Barguil (2016, p. 388) declara:

Em relação ao alfabeto, nunca encontrei uma sala que tivesse erro na decoração das 26 (vinte e seis) letras. Quanto aos algarismos, os enganos são de natureza dupla: i) na nomeação dos mesmos como número ou numeral; e ii) na exibição – já encontrei de 0 a 9 (que é a correta), de 1 a 10 e de 1 a 9. Ainda não vi de 0 a 10...

Um dos motivos para essa impropriedade, perpetrada por profissionais da Educação Básica e da Educação Superior, é o fato de todos os algarismos indo-árabicos – 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 – serem também numerais, não números! Isso não ocorre com a Língua Materna, pois as letras do alfabeto – com exceção das vogais a, e, o, no caso da Língua Portuguesa – não são palavras, mas as compõem.

Ou seja, “Enquanto na Língua Portuguesa, é notória a distinção de letras e palavras, sendo as primeiras utilizadas na produção das segundas, na Matemática, há uma terrível confusão.”. (BARGUIL, 2017a, p. 240). Diversas obras – conforme citações a seguir – tanto no âmbito da Educação Básica – algumas de ampla circulação no Ciclo de Alfabetização – como da Educação Superior, ampliam, há quase três décadas, essa baderna conceitual sobre algarismo, número e numeral, os quais costumam ser tratados como sinônimos,

pois ignoram o fato de que os algarismos são os elementos constituintes dos registros numéricos, dos numerais, quando afirmam que os sinais gráficos, os caracteres são números (BARGUIL, 2016, 2017a, 2017d)!

**Um conceito envolve simultaneamente significantes – letras, números, sinais como +, -, >, <, etc – e seus significados.** Quando utilizamos esses sinais em definições e demonstrações, pressupomos que o aluno já conhece seu significado. (CARRAHER, 1990, p. 22, negrito meu).

Na linguagem matemática, tem-se uma disposição convencional de ideias que são representadas por sinais com significados. Um exemplo disso é o sistema de signos transcritos nos sistemas de numeração pelos diferentes **numerais**. (DANYLUK, 1991, p. 44, negrito meu).

As palavras simbolizam algo; os símbolos matemáticos também se referem a alguma coisa. **As letras e os números**, por exemplo, são símbolos que significam e que exigem interpretações. Ambos necessitam ser entendidos pelo ser-aí, através de experiências vividas situadamente. (DANYLUK, 1991, p. 45, negrito meu).

Ao contrário, os sistemas de notação posicional, como os nossos, possuem um caráter muito econômico. De fato, só exigem dez **números** (de 0 a 9). (FAYOL, 1996, p. 41, negrito meu).

Há alguns problemas cognitivos que parecem evidentes: por exemplo, que a criança enfrenta necessariamente problemas de classificação quando procura compreender a representação escrita. Pensem em todas as dificuldades inerentes à **classificação do material gráfico** como tal. Todos os nossos símbolos não icônicos estão constituídos por combinações de dois tipos de linhas: pauzinhos e bolinhas. Mas **alguns são chamados de letras e, outros, de números**. (FERREIRO, 1998, p. 10, negrito meu).

Algumas crianças usam **letras**; algumas usam **números**; enquanto outras usam **letras e números** em suas correspondências com objetos. O uso de letras para representar quantidade reflete a falta de diferenciação entre letras e **números**. (BRIZUELA, 2006, p. 20, negrito meu).

O sistema de escrita do português [...] usa vários tipos de alfabeto; apesar disso não é totalmente alfabético, usando, **além das letras, outros caracteres de natureza ideográfica, como os sinais de pontuação e os números**. (CAGLIARI, 2007, p. 117, negrito meu).

O **conjunto das formas gráficas** que denominamos “letras” é um conjunto arbitrário; há muitas outras formas gráficas que poderíamos considerar “quase-letras” ou “pseudo-letras” [...]. O **conjunto das formas gráficas** que denominamos “números” é também um conjunto arbitrário; distingui-las das letras (apesar dos muitos traços comuns) indica já uma boa possibilidade de discriminação e de reprodução de forma arbitrárias [...]. (FERREIRO, 2007, p. 42, negrito meu).

Os **números** em LIBRAS são transcritos das seguintes CM [Configurações das mãos]:

1	2	3	4	5
6	7	8	9	0

[Imagens com as respectivas CM] (FALCÃO, 2007, p. 260, negrito meu).

#### 20.4 Quadro simplificado das Configurações – CM, **números** e alfabeto

[...]

Quadro 1 – condensada do **alfabeto e numerais**. (FALCÃO, 2007, p. 262, negrito meu).

Juliano sabe que o primeiro **número** corresponde ao “vinte”, “trinta”, “setenta”, etc., e que, portanto, são maiores do que o “dois”, “três”, “sete” etc. (MORENO, 2008, p. 58, negrito meu).

Como vinculam seu conhecimento da numeração falada com a escrita para argumentar (a seu modo) que o valor de um **número** depende da posição que ocupa [...]. (MORENO, 2008, p. 58, negrito meu).

8.4 Quadro simplificado das Configurações – **alfabeto e numerais**. (FALCÃO, 2010, p. 396, negrito meu).

Crianças com dificuldade de percepção espacial e nas relações espaciais não percebem a sequência das letras ou dos **números**. (MAIA, 2010, p. 25, negrito meu).

[...] para finalmente ocorrer o aprendizado dos **números** arábicos para representar quantidades. (MAIA, 2010, p. 28, negrito meu).

Propriedades do SEA que o aprendiz precisa reconstruir para se tornar alfabetizado (fonte: MORAIS, 2012):

1. escreve-se com **letras**, que não podem ser inventadas, que têm um repertório finito e que são diferentes de **números** e de outros símbolos; (BRASIL, 2012a, p. 10, negrito meu).

Também consegue selecionar o maior entre dois números de dois ou três **algarismos**. (FAYOL, 2012, p. 17, negrito meu).

Como uma das funções do **zero** é representar uma ordem vazia, ou seja, representar a ausência de quantidades, isto o torna mais complexo que os demais **números**. (MUNIZ; SANTANA; MAGINA; FREITAS, 2014, p. 38, negrito meu).

O **Sistema Braille** é um código universal de leitura tátil e de escrita, usado por pessoas cegas, inventado na França por Louis Braille, um jovem cego. É constituído por **64 sinais** em relevo cuja combinação representa **as letras do alfabeto, os números, as vogais acentuadas, a pontuação, a no-**

tas musicais, os símbolos matemáticos e outros sinais gráficos. (VIANNA; GRECA; SILVA, 2014, p. 38, negrito meu).

Escrita com letras e **numerais**. (SIMONETTI, 2016a, p. 23, negrito meu).

Esse embaraço epistemológico assume níveis insuportáveis quando se corresponde alfabeto a números!

Quando se observa que os elementos constituintes dos dois sistemas fundamentais para a representação da realidade – **o alfabeto e os números** – são apreendidos conjuntamente pelas pessoas em geral, mesmo antes de chegarem à escola [...]. (MACHADO, 1998, p. 15, negrito meu).

E o que dizer quando os algarismos são ignorados?

3. A criança constrói o conhecimento estando em interação/ação e reflexão sobre o objeto do conhecimento (letras, palavras, textos, números, medidas, espaço, tempo, formas. Aquilo que não conhecemos, que não vivemos, não experimentamos, que não é objeto do nosso pensar e do nosso sentir não nos pertence. (ANDRADE, 2009, p. 159).

Em relação à distinção entre algarismo, número e numeral, apresento, a seguir, uma síntese do exposto em Barguil (2016, 2017d).

A palavra algarismo homenageia um matemático árabe, *Abū 'Abd Allāh Muhammad ibn Mūsā al-Khwārizmī*<sup>6</sup>, 780 (?) – 850 (?), que escreveu vários livros na área, especialmente sobre *Álgebra*<sup>7</sup>, bem como Astronomia e Astrologia.

Algarismo é

s.m. MAT cada um dos caracteres com que se representam os números. **a. arábico** ou árabe MAT no sistema decimal de numeração, cada um dos dez caracteres representativos dos números 1 (um), 2 (dois), 3 (três), 4, (quatro), 5 (cinco), 6 (seis), 7 (sete), 8 (oito), 9 (nove), 0 (zero), e cuja divulgação no Ocidente se deve aos árabes. [...] **a. romano** no sistema romano de numeração, cada um dos caracteres representativos dos números I (um), V (cinco), X (dez), L (cinquenta), C (cem), D (quinhentos), M (mil) [...]. (HOUAISS; VILLAR, 2009, p. 92).

s.m. [do ár. al-huwarizmī 'antropônimo, sobrenome do matemático Muhammad ibn Mussa (séc. IX)] Cada um dos símbolos usados para representação dos números. [...] **Algarismo indo-árabico** Cada um dos símbolos que representam os números no sistema decimal: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, respectivamente, zero, um dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito e nove; algarismo arábico. (VARGENS, 2007, p. 111).

O algarismo, portanto, é “[...] um símbolo matemático, um sinal gráfico, um significante pictórico utilizado em numerais, os quais podem ter um ou vários algarismos” (BARGUIL, 2016, p. 393).

<sup>6</sup>O sobrenome do Matemático indica a cidade de sua origem. *Khwarizm* é uma província do Uzbequistão, atualmente denominada *Khiva* (Xiva, na língua nativa).

<sup>7</sup>Álgebra deriva de *al-jabr*, uma das duas operações – restauração e redução – que ele usou, no seu livro *Cálculo por restauração e redução*, escrito no século IX, que consiste em adicionar o mesmo fator nos dois lados da equação. *Al-muqabalah*, por sua vez, é a eliminação dos termos semelhantes de ambos os lados da equação, de modo que a equação tenha apenas um termo de cada tipo.

Conforme Rosa Neto (2000, p. 41 - 42), “Número é ideia, numeral é símbolo. O número é uma noção de quantidade só existente nos neurônios de quem a construiu. Número não pode terminar em 0, 2, 4, 6, ou 8. O numeral, sim, quando escrito com os nossos algarismos usuais.”. Uma quantidade, um número, portanto, pode ser representando mediante distintos numerais, que utilizam símbolos peculiares.

Desta forma, as palavras *cinco*, *cinq* e *five* ou os símbolos gráficos 5, V e — não passam de numerais; todos eles utilizados para representar o mesmo número. As três palavras representam esta quantidade nas línguas portuguesa, francesa e inglesa, respectivamente, enquanto os três símbolos apresentados têm origem indo-árabe, romana e maia, respectivamente. (RODRIGUES, 2013, p. 18).

Sintetizando: **número** é a ideia de quantidade, enquanto **numeral** é a representação de um número. Ou seja, o número é o significado, enquanto o numeral é o significante. Essa mistura na nomeação entre número e numeral, por vezes ignorada no âmbito da Educação Básica, embora seja compreensível, notadamente no seu início, é inquietante porque pode revelar a confusão conceitual, a qual se expressa em algumas práticas educacionais:

O que está por trás das formas mais comuns de tentar ensinar números na Educação Infantil é a crença de que o conceito de número pode ser transmitido via oral e memorizado pela criança, por meio de exercícios gráficos. Parece que se ignora, em âmbito escolar, o que é conhecimento físico e conhecimento lógico-matemático, e o que provoca a indiferenciação entre NÚMERO e NUMERAL na mente de pais e professores (SCRIPTORI, 2014, p. 135).

Uma das práticas frequentes é ensinar um número de cada vez - primeiro o 1, depois o 2 e assim sucessivamente enfatizando o seu traçado, o treino e a percepção, por meio de propostas como: passar o lápis sobre os algarismos pontilhados, colar bolinhas de papel crepom ou colorir os algarismos, anotar ou ligar o número à quantidade de objetos correspondente (por exemplo, ligar o 2 ao desenho de duas bolas). Esse tipo de prática se apoia na ideia que as crianças aprendem por repetição, memorização e associação e deixa de lado os conhecimentos construídos pelas crianças no seu convívio social (MONTEIRO, 2010, p. 1).

Conforme Barguil (2016, p. 396), há, ainda, outro desarranjo que precisa ser organizado: a não diferenciação entre **dígito** – do latim *digitus*, que significa dedo – e **algarismo**, os quais, muitas vezes, são utilizados com sinônimos:

Como pode-se observar, a quantidade de **algarismos** resulta decisiva ao comparar 100 com 1000 e 101 com 1010. (ZUNINO, 1995, p. 121, negrito meu)

De fato, neste sistema um número de mais **algarismos** representa sempre uma quantidade maior que a representada por um número de menos **algarismos** (no conjunto dos números inteiros) [...]. (ZUNINO, 1995, p. 122, negrito meu)

Na numeração romana, [...] o 334 é representado por oito **algarismos** (CC-CXXXIV) e o número 1000 só com um (M). (ZUNINO, 1995, p. 122-123, negrito meu)

É surpreendente que as crianças possam estabelecer que um número é maior que outro – baseando-se na quantidade de **algarismos** – ainda ser saber qual é a quantidade representada por esses números. (ZUNINO, 1995, p. 123, negrito meu)

[As crianças] Sabem também que, se compararem dois números de igual quantidade de **algarismos**, será necessariamente maior aquele cujo primeiro algarismo seja maior e por isso podem afirmar – como muitas das crianças entrevistadas o fizeram – que “o primeiro é quem manda”. (LERNER; SADOVSKY, 1996, p. 83, negrito meu).

De fato, crianças que escrevem convencionalmente qualquer número de dois **algarismos** (35, 44, 83, etc.) [...]. (LERNER; SADOVSKY, 1996, p. 96, negrito meu).

[...] [As crianças] sabem que em nosso sistema de numeração a quantidade de **algarismos** está relacionada à magnitude do número representado. (LERNER; SADOVSKY, 1996, p. 98, negrito meu).

[...] (o valor do **dígito** 5 em 50 e em 500 é diferente, embora o **dígito** em si seja o mesmo). (NUNES; BRYANT, 1997, p. 29, negrito meu).

[...] uma pequena porção dos erros das crianças em escrever números foi decorrente do uso do **dígito** errado ou da posição relativa erradas dos **dígitos**. (NUNES; BRYANT, 1997, p. 80, negrito meu).

No processo de começar a escrever o que, para as crianças, são números mais complexos – como os números de dois **algarismos** – faz sentido pensar que elas levam um certo tempo para aprender a escrevê-los. (BRIZUELA, 2006, p. 32, negrito meu).

Apesar de Mercedes não poder ainda ler esses números, “sabe” que quanto maior é a quantidade de **algarismos**, maior é o número. (MORENO, 2008, p. 57, negrito meu).

Inicialmente, as crianças se apoiam em esquemas de natureza lógico-matemática de correspondência termo a termo que se manifestam nos argumentos relativos à quantidade de **algarismos** do número (mais **algarismos** – maior o número). (TEIXEIRA, 2010, p. 115, negrito meu).

[...] somar os **dígitos** para compor um número [...] (TEIXEIRA, 2010, p. 129, negrito meu).

Estudos [...] têm apontado o quanto é difícil, para a criança, a elaboração do conceito de valor posicional, bem como o quanto é demorada a aquisição de flexibilidade no uso dos números multidígitos, ou seja, números formados por vários **algarismos**. (GOLBERT, 2011, p. 76, negrito meu).

[...] no caso de os números terem a mesma quantidade de **algarismos**, o maior será aquele cujo primeiro for maior e, por isso, as crianças afirmam “que o primeiro é quem manda”. (GOLBERT, 2011, p. 109, negrito meu).

A passagem dos números de um algarismo para os números de dois, depois de três e por fim de  $n$  **algarismos** exige a ativação de um novo mecanismo: o valor posicional dos algarismos. (FAYOL, 2012, p. 32, negrito meu).

Os desempenhos de transcodificação das crianças e dos adolescentes são previsíveis quando se levam em conta dois parâmetros: o número de **algarismos** do número a transcrever a o número de sílabas do nome do número verbal. Assim, oitenta e quatro (2 algarismos mas 6 sílabas) causa tanto problema quanto dois mil (4 **algarismos** e 2 sílabas). (FAYOL, 2012, p. 34-35, negrito meu).

É muito comum também que as crianças, ao compararem números de igual quantidade de **algarismos**, argumentem que a posição do algarismo desempenha papel fundamental, entendendo que “o primeiro (algarismo) é quem manda”. (SANTANA et al, 2013, p. 67, negrito meu).

Ouvir as respostas das crianças, procurando verificar se algumas delas dão início à outra ideia necessária à construção da escrita do número, ou seja, escrita convencional da dezena e centena e a comparação pela quantidade de **algarismos** que os números têm. (SANTANA et al, 2013, p. 68, negrito meu).

Em alguns sistemas de numeração, os **símbolos** (ou **algarismos**) possuem um valor fixo que independe de seu lugar nas representações numéricas das quantidades. Em outros, não é assim. Vamos representar, por exemplo, o número oito mil, oitocentos e oitenta e oito no SND e no Sistema de Numeração Romano.

8        8        8        8        Representação no SND

VIII    DCCC    LXXX    VIII    Representação no Sistema de Numeração Romano

Observe que, enquanto no SND utilizamos apenas **quatro símbolos**, no Romano foram necessários **16 símbolos** para representar essa mesma quantidade! Essa diferença na quantidade de **símbolos** se deve justamente à existência do zero no SND. (MUNIZ; SANTANA; MAGINA; FREITAS, 2014, p. 45, negrito meu).

Outra regularidade que pode ser observada é a composição de dezenas, centenas e das unidades de milhar: as dezenas precisam de **dois algarismos**; as centenas de três; as unidades de milhares de quatro. (SANTANA et al., 2015, p. 39, negrito meu).

O Código de Endereçamento Postal (CEP) é um conjunto de **oito algarismos**, utilizado pelos Correios, para orientar e agilizar o método de separação e encaminhamento. A posição ocupada por um algarismo no CEP é um código que vai auxiliar na localização do endereço. (SANTANA et al., 2015, p. 39, negrito meu).

[...] a ordem da centena é escrita por **três algarismos**, a da dezena por dois e assim sucessivamente. (ARAGÃO; VIDIGAL, 2016, p. 26, negrito meu).

Ou com significado trocado:

Saber o nome dos **dígitos** ajuda a ler um número de dois **algarismos**. (QUARANTA; TARASON; WOLMAN, 2008, p. 97, negrito meu).

Há, ainda, a confusão dupla: entre algarismo e dígito, bem como entre número e algarismo:

A partir do momento em que faz esta comparação [100 com 1000 e 101 com 1010], a quantidade de **algarismos** parece adquirir uma importância tal que leva a deixar de lado a ideia de que o 0 não vale quando está diante de outro **número**. (ZUNINO, 1995, p. 121, negrito meu).

Em virtude disso, Barguil (2016, p. 396 - 397) explica:

As senhas, cada vez mais populares, em virtude de recentes aparelhos eletrônicos, costumam solicitar que o usuário selecione alguns dígitos – cuja quantidade pode ser fixa ou mínima – que, nesse caso, se referem aos espaços para serem preenchidos, ocupados por letras e/ou algarismos.

No jogo de forca, os participantes precisam acertar uma palavra antes de ser enforcado – a cada letra errada, é desenhada uma parte do corpo que está na forca – tendo como dica a quantidade de dígitos alfabéticos e não de letras, como se costuma falar, pois pode acontecer de alguns espaços, dígitos serem ocupados pela mesma letra! A palavra banana, por exemplo, tem seis dígitos alfabéticos e três letras – b, a, n – e não seis letras...

O mesmo raciocínio se aplica em relação às atividades relacionadas a numerais com alguns algarismos: i) seja explorando a qualidade – o maior ou o menor – ou o fato de ser par ou ímpar, no caso dos anos iniciais do Ensino Fundamental; ii) seja investigando a quantidade, no âmbito da Combinatória. Em algumas indagações – “Qual é o maior numeral ímpar com 5 algarismos?”, “Qual é menor numeral com 4 algarismos?”, “De quantas formas pode se escrever um numeral com 3 algarismos utilizando o 2, 5, 7, 8 e 9?” – o verbete algarismo, por equívoco do redator, designa a quantidade de

dígitos, uma vez que os dígitos se referem às ordens e classes do numeral, à sua extensão, enquanto que os algarismos se reportam aos elementos que o constituem.

No âmbito da Educação Básica, a redação correta desses enunciados é: “Qual é o maior numeral ímpar com 5 dígitos e algarismos sem (ou com) repetição?”, “Qual é o menor numeral com 4 dígitos e algarismos sem (ou com) repetição?”, “De quantas formas pode se escrever um numeral com 3 dígitos utilizando o 2, 5, 7, 8, 9?”.

Os registros verbais e numéricos utilizam dígitos próprios – ocupados, respectivamente, por letras e algarismos, que podem ser ou não repetidos. É imprescindível, portanto, que as crianças possam, desde o início da sua vida escolar, compreender essa diferença, motivo pelo qual os professores precisam desenvolver práticas que colaborem para essa aprendizagem e não para o contrário!

b) Faça intervenções e peça aos alunos que explorem o número de letras para chegar a conclusão de que **todas as palavras** [JAVAII ABUTRE FALCÃO BÚFALO IGUANA GORILA] **têm a mesma quantidade de letras**. (SIMONETTI, 2016b, p. 26, negrito meu).

Nesse sentido, é benéfico que elas diferenciem e identifiquem **letras** e **algarismos**, bem como nomeiem os respectivos conjuntos. O alfabeto – junção das duas primeiras **letras gregas**<sup>8</sup>: alfa (α) e beta (β) – é composto de 26 (vinte e seis) letras, as quais são utilizadas em palavras. Quanto aos números, eles são grafados com 10 (dez) algarismos, os quais compõem um conjunto inominado até recentemente.

Barguil (2016) constatou a ausência, em obras que versam sobre o Sistema de Numeração Decimal – SND (LERNER; SADOVSKY, 1996; BIANCHINI; PACCOLA, 1997; IFRAH, 1997a, 1997b, 2009; CENTURIÓN, 2002; IMENES, 2002; CARRAHER, 2005; GUELLI, 2005; MENDES, 2006; GROSSI, 2010; BOYER; MERZBACH, 2012), de uma designação do conjunto dos algarismos indo-árabicos. Após investigar a gênese, nessas culturas, dos vocábulos zero e nove, que são os extremos desse grupo – o 0 se referencia ao árabe *sifr* e o 9 ao *sânskrito*<sup>9</sup> σ|ο|σ (nava) – propôs batizar o conjunto dos algarismos indo-árabicos de **cifranava**.

Entendo, portanto, que o paralelismo adequado é o seguinte:

letras → alfabeto → palavras

algarismos → cifranava → numerais (registros numéricos)

Os dígitos, portanto, podem ser **alfabéticos** – ocupados com letras – ou **cifranávicos** – preenchidos com algarismos!

<sup>8</sup>O alfabeto grego, que se desenvolveu a partir de IX a. C., deu origem ao alfabeto etrusco e este ao alfabeto latino, também conhecido como alfabeto romano. O alfabeto latino é o sistema de escrita alfabética mais utilizado no mundo, sendo adotado pela língua portuguesa e pela maioria das línguas da Europa. As letras do alfabeto latino – a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z – podem ser escritas com variações de tamanho – maiúscula e minúscula – e de origem – imprensa (com diferentes fontes) e manuscrita.

<sup>9</sup>Língua clássica do norte da Índia, estabelecida por volta do século V a. C., a qual é referência para muitas das famílias linguísticas em vigor (IFRAH, 2009, p. 56-57).

Em relação à senha, composta de letras e algarismos, considerando que os respectivos conjuntos são alfabeto e cifranava, a denominação apropriada para a senha que utiliza aqueles sinais gráficos [letras e algarismos] é alfacifranávica e não alfanumérica. A mesma lógica se aplica ao teclado alcunhado, por equívoco, de alfanumérico. Há de se permutar, também, a designação de senha numérica ou teclado numérico para senha cifranávica ou teclado cifranávico. (BARGUIL, 2016, p. 403).

A nomeação do conjunto dos algarismos – cifranava – permite estabelecer a adequada correlação entre o **registro alfabético, escrita alfabética** – utiliza letras – e o **registro cifranávico, escrita cifranávica** – utiliza algarismos – a qual não é verificada nas seguintes afirmações:

[...] a respeito das elaborações infantis de sistemas de notação em três domínios: o da linguagem – *a escrita alfabética*, o dos números – *a escrita numérica* e o da música – *a representação de ritmos e de melodias*. (MORO, 1990, p. 07, itálico no original, negrito meu).

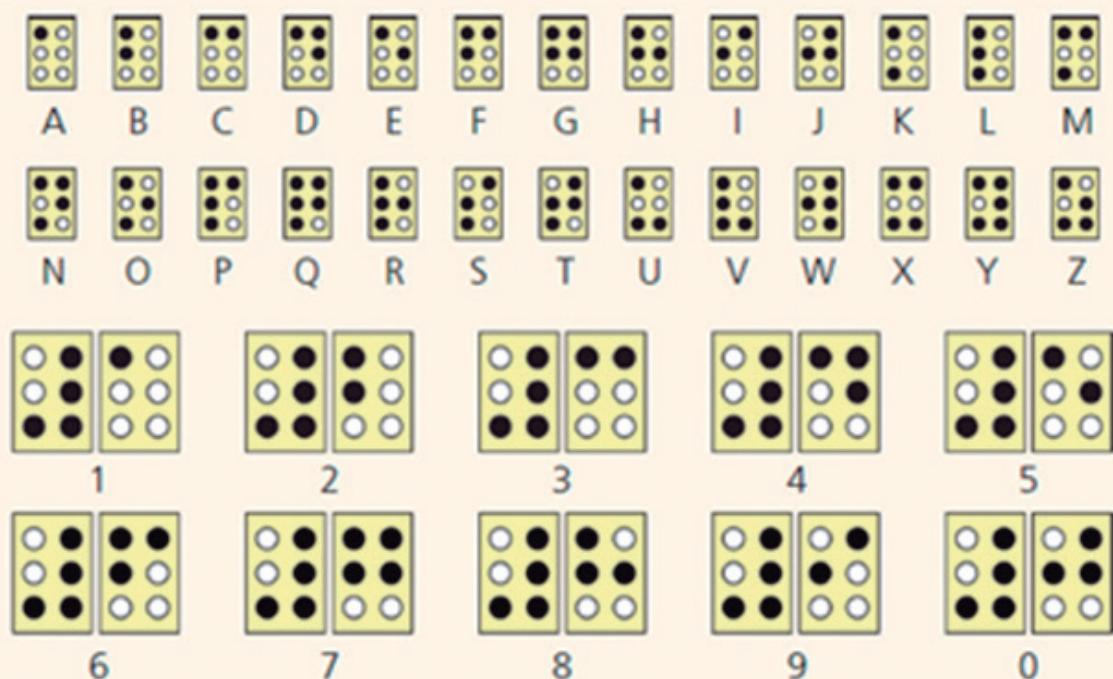
[...] a elaboração pela criança de certos sistemas convencionais de notação – o da escrita alfabética, **da numeração escrita** e da notação musical. (SINCLAIR, 1990b, p. 13, negrito meu).

Exemplos da escrita alfabética e **dos algarismos** são abundantes em nossas sociedades [...]. (SINCLAIR, 1990b, p. 15, negrito meu).

Dois dos estudos expostos são relativos a crianças em idade pré-escolar, ou seja, até seis anos, antes do início do ensino sistemático das escritas alfabética e **numérica**. (SINCLAIR, 1990b, p. 16, negrito meu).

A escrita alfabética e a **numeração escrita** ocasionaram tipos de estudos bem diversos. (SINCLAIR; MELLO; SIEGRIST, 1990, p. 71, negrito meu).

Essa similitude – alfabeto e cifranava – sana a inadequação da legenda original da Figura 01, que corresponde alfabeto (conjunto das letras) a algarismos. O título, de minha autoria, está correto.



### Alfabeto e algarismos em Braille.

O embaraço conceitual entre algarismo, número e numeral se manifesta, também, na nomeação e descrição do sistema:

[...] o fato de o **sistema numérico** ser composto de **nove** ideogramas diferentes e de o **sistema alfabético** ser composto de 23 sinais que se combinam entre si [...]. (DORNELES, 1998, p. 82, negrito meu).

Várias sociedades em diferentes tempos construíram sistemas de numeração – egípcio, mesopotâmico, romano, chinês, maia, hindu... – que são formas de registrar o resultado da contagem. Cada um desses sistemas de numeração tinha suas peculiaridades, em relação às seguintes características: base, posicional, quantidade de símbolos, zero, princípio aditivo e princípio multiplicativo.

Os indianos construíram um sistema de numeração que contemplava as qualidades de vários outros sistemas, mas os árabes o difundiram, por isso tal notação é alcunhada de sistema indo-árabico (Quadro 2).

Quadro 2

Característica	Sistema de numeração				
	Egípcio	Mesopotâmico	Romano	Maia	Indo-árabico
Base	10	60	10	$20^3$	10
Posicional	Não	Sim	Não	Sim	Sim
Quantidade de símbolos	07	03	07	03	10
Zero	Não	Sim	Não	Sim	Sim
Princípio aditivo	Sim	Sim	Sim <sup>1</sup>	Sim	Sim
Princípio multiplicativo	Não	Sim	Sim <sup>2</sup>	Sim	Sim

Fonte: Barguil (2016, p. 402).

<sup>1</sup> Existe também o princípio subtrativo: quando um símbolo de menor valor é escrito à esquerda de um de maior valor, subtrai-se do maior o valor do menor. O I só pode ser colocado antes de V ou X, o X antes de L ou C, e o C antes de D ou M. Dessa forma, XL = LX, pois X – L = L + X.

<sup>2</sup> A barra horizontal sobre um algarismo (ou um conjunto de algarismos) o multiplica por mil.

<sup>3</sup> Conforme Ifrah (1997a, p. 640), na 3<sup>a</sup> ordem, o fator era 18 e não 20.

Conforme Nunes e Bryant (1997, p. 56), a invenção dos sistemas de numeração foi bem sucedida em virtude de 3 (três) vantagens: i) a estrutura possibilita que o aprendiz gere nomes de números em vez de memorizá-los todos mecanicamente, sendo necessário lembrar poucos nomes de números; ii) uma estrutura de base pode também ser usada para organizar um sistema de notação; e iii) os cálculos baseados na notação são mais econômicos e eficientes.

Para alguém usufruir dessas vantagens, é necessário que ela entenda sua estrutura, compreenda, por exemplo, que os números maiores podem ser criados a partir de números menores – “Qualquer número  $n$  pode ser decomposto em dois outros que vêm antes dele na lista ordinal dos números, de tal modo que estes dois somam exatamente  $n$ .”. Essa propriedade é conhecida como composição aditiva do número (NUNES; BRYANT, 1997, p. 57).

A numeração decimal de posição que usamos atualmente foi inventada na Índia, nos primeiros séculos da nossa era; os árabes difundiram-na na Europa no século X. Os algoritmos se tornaram mais acessíveis e, então, maior número de pessoas pôde ter acesso a eles. Além disso, ao aumentar a capacidade de cálculo, aconteceu, nesse período, um importante desenvolvimento dos conhecimentos na aritmética. (BARTOLOMÉ, FREGONA, 2008, p. 80).

Tendo em vista que “[...] a base dez é a mais difundida da História e sua adoção é hoje quase universal.”. (IFRAH, 1997a, p. 78), Barguil (2016, p. 403) considera que a expressão Sistema de Numeração Decimal, além de ser muito geral, não é adequada pelos seguintes motivos:

[...] i) os sistemas de numeração Egípcio e Romano [...] também são sistemas de numeração decimal; ii) o caráter posicional do SND, sua característica singular, não é explicitado; e iii) os algarismos desse sistema, no caso os caracteres indo-árabicos, não são rememorados, ao contrário do Sistema Alfabético, cuja denominação anuncia a sua origem.

Considerando o exposto e o fato de que o SND adota uma “[...] notação decimal algarítmica de posição.”. (IFRAH, 1997b, p. 148), oriundo do “[...] sistema posicional dos símbolos numéricos indianos.”. (IFRAH, 1997b, p. 109), Barguil (2016, p. 403) sugere, doravante, nomeá-lo de **Sistema Cifranávico – SC**.

No âmbito da Língua Portuguesa, diz-se que alguém é **alfabetizado** quando lê e escreve palavras, conhece o **alfabeto** e o **sistema alfabético**, mediante um processo de **alfabetização**, que considera a diversidade dos contextos. E no âmbito da Matemática, especificamente da Aritmética? Como nomear o sujeito que lê e escreve numerais, conhece o **cifranava** e o **sistema cifranávico**? E o processo?

A aprendizagem do chamado SND e das suas utilizações recebe várias titulaturas – sentido do número, sentido numérico, senso numérico, compreensão do número ou compreensão numérica (SPINILLO, 2006); numeralização (NUNES; BRYANT, 1997); numeramento (FONSECA, 2007); dentre outras – as quais também se referem ao domínio de outros campos matemáticos.

Marconcin (2009), ao investigar os discursos de professores de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, analisou os termos numeralização, letramento em matemática, senso numérico e matematização. (BARGUIL, 2016, p. 387).

Diante dessa multiplicidade de nomenclaturas e da extensão de sentidos delas, bem como da intenção de promover o alinhamento linguístico, que colabora para a qualidade do entendimento, Barguil (2016, p. 403) propõe o termo **cifranavização** – correspondente à **alfabetização**, que, conforme Frade, Val e Bregunci (2014, negrito meu) é “[...] o processo de aprendizagem do **sistema alfabético** e de suas convenções [...]” – para designar o processo no qual

[...] o sujeito aprende a notação numérica utilizando o sistema cifranávico. A leitura e a escrita de numerais é apenas um aspecto de um processo mais amplo, que também engloba a compreensão dos mesmos no contexto social; por isso tal conteúdo é lecionando na escola. Há de se enfatizar que a **cifranavização** também está relacionada à capacidade para realizar as operações fundamentais.

Considerando as intrincadas e complexas relações entre os sistemas **alfabético** e **cifranávico**, é imprescindível que o(a) professor(a) que atua na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental saiba nomear as unidades desses sistemas – **letras** e **algarismos** – bem como identificá-las. Necessário, também, que ele(a) categorize nos registros os **dígitos** em alfabeticos e cifranávicos, pois as notações podem possuir ou não a quantidade de dígitos igual à quantidade de letras ou de algarismos.

Hipopótamo, por exemplo, tem 10 (dez) dígitos alfabeticos, mas possui apenas 7 (sete) letras: h, i, p, o, t, a, m.

8.888, por sua vez, tem 4 (quatro) dígitos cifranávicos, mas possui apenas 1 (um) algarismo: 8.

Acredito que essa diferenciação conceitual, expressa em práticas pedagógicas, contribuirá para que os processos de **alfabetização** e **cifranavização** aconteçam de modo mais integrado e articulado.

No final do artigo, Barguil (2016) consolida os seus contributos no Quadro 3, que é aqui ampliado com a inclusão da linha referente à “Unidade”.

Quadro 3

ELEMENTOS CONCEITUAIS DA LÍNGUA PORTUGUESA E DA MATEMÁTICA (PROPOSTA)		
Elementos	Área do conhecimento	
	Língua Portuguesa <sup>1</sup>	Matemática <sup>2</sup>
Unidade	Letra	Algarismo
Conjunto	Alfabeto	Cifranava
Sistema	Alfabético	Cifranávico
Processo	Alfabetização	Cifranavização

Fonte: Elaborado pelo autor a partir de Barguil (2016, p. 404).

<sup>1</sup> Optei por nomear de Língua Portuguesa ao invés de Língua Materna.

<sup>2</sup> Apenas no âmbito da Aritmética.

Em seguida, pugna que, no início da vida escolar, os estudantes sejam “[...] alfabetizados e cifranavizados, com recursos e práticas pedagógicas que valorizem a oralidade – escuta e fala – e a notação, o registro – leitura e escrita – daqueles aprendizes, objetivando a progressiva diminuição do analfabetismo e do acifranavismo.”. (BARGUIL, 2016, p. 405).

O autor conclui anunciando que

Em outra oportunidade, contemplando estudos de vários pesquisadores, serão abordados aspectos pedagógicos relacionados ao ensino e à aprendizagem do cifranava, do sistema cifranávico e da cifranavização, bem como das relações entre os universos da Língua Materna e da Matemática. (BARGUIL, 2016, p. 405).

Ao iniciar a temática sobre a leitura e a escrita de registros numéricos, Barguil (2017a, p. 241-242) discorda de Cagliari (2007, p. 117), quando esse, após afirmar que os sistemas de escrita podem ser **ideográfico** (baseia-se no significado) e **fonográfico** (fundamenta-se no significante), declara que o sistema numérico é do primeiro tipo, enquanto o sistema alfabético é do segundo tipo.

O Sistema Cifranávico, ao contrário do que postula Cagliari, não é ideográfico, pois cada algarismo tem **valor absoluto**, que não muda, e **valor relativo**, que depende da ordem em que ele está e da ordem a que se referencia quando da leitura. A complexidade e a beleza deste Sistema residem no fato de ele ser posicional: o algarismo em uma ordem pode ter diferentes leituras e sonoridades e, consequentemente, distintas escritas!

A não compreensão dessa característica está na gênese de um conjunto de práticas pedagógicas equivocadas de Matemática, na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental, inclusive avaliativas. (BARGUIL, 2017a, p. 242, negrito no original).

A seguir, Barguil (2017a) analisa, à luz do cifranava, as Matrizes de Língua Portuguesa e de Matemática da Provinha Brasil, e nelas identifica, respectivamente, um erro e uma omissão. O Ministério da Educação instituiu, mediante a Portaria Normativa nº 10, de 24 de abril de 2007, conforme o art. 1º, a “[...] Avaliação de Alfabetização ‘Provinha Brasil’, a ser estruturada pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais ‘Anísio Teixeira’ – INEP...”. (BRASIL, 2007).

A Provinha Brasil é uma avaliação diagnóstica que visa investigar o desenvolvimento das habilidades relativas à alfabetização e ao letramento em Língua Portuguesa e Matemática, desenvolvidas pelas crianças matriculadas no 2º ano do ensino fundamental. (BRASIL, 2012b, p. 9).

O Quadro 4 apresenta os níveis da primeira habilidade, D1 – Reconhecer Letras, do 1º eixo (Apropriação do Sistema de Escrita):

Quadro 4

MATRIZ DE REFERÊNCIA PARA AVALIAÇÃO DA ALFABETIZAÇÃO E DO LETRAMENTO INICIAL		
1º Eixo	Apropriação do Sistema de Escrita: habilidades relacionadas à identificação e ao reconhecimento de princípios do sistema de escrita	
Habilidade (descriptor)	Especificações da habilidade (níveis de complexidade)	Operacionalização (descrição de algumas formas de avaliar a habilidade)
D1 – Reconhecer letras	D1.1 - Diferenciar letras de outros sinais gráficos.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Buscar em sequências com letras, desenhos, números e sinais de pontuação a que possui apenas letras (dar preferência para textos de circulação social e que façam parte do universo da criança).</li> </ul>
	D1.2 - Identificar as letras do alfabeto.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Identificar uma única letra ditada pelo aplicador.</li> <li>Identificar, entre várias sequências de letras, a ditada pelo aplicador (utilizar os mesmos tipos gráficos nas alternativas).</li> </ul>
	D1.3 - Identificar diferentes tipos de letras.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Identificar uma mesma palavra que se repete, escrita com letras de diferentes tipos, combinando letras:               <ul style="list-style-type: none"> <li>- de imprensa maiúsculas e minúsculas;</li> <li>- de imprensa minúsculas e cursiva.</li> </ul> </li> <li>Identificar mais de uma palavra que se repete, escritas com letras de diferentes tipos, combinando letras:               <ul style="list-style-type: none"> <li>- de imprensa maiúsculas e minúsculas;</li> <li>- de imprensa minúsculas e cursiva.</li> </ul> </li> </ul>

Fonte: BRASIL (2012b, p. 16-17).

Tendo em vista que o Descritor 1.1 se refere à habilidade de diferenciar letras de outros sinais gráficos, e considerando que o corresponde às letras são os algarismos – e não os números! – Barguil (2017a, p. 245, negrito no original) declara ser “[...] imprescindível substituir na descrição da operacionalização **números** por **algarismos** [...]”, a qual passaria a ter a seguinte redação: “Buscar em sequências com letras, desenhos, algarismos e sinais de pontuação a que possui apenas letras (dar preferência para textos de circulação social e que façam parte do universo da criança)”. (BARGUIL, 2017a, p. 246).

A Matriz de Referência de Matemática da Provinha Brasil está organizada em quatro eixos, os quais se referem aos blocos de conteúdos trabalhados na escola: 1) Números e operações; 2) Geometria; 3) Grandezas e Medidas; e 4) Tratamento da Informação (BRASIL, 2012b, p. 23).

A primeira competência e as respectivas habilidades, pertinentes ao eixo Números e Operações da Matriz de Referência de Matemática da Provinha Brasil, constam no Quadro 5.

Quadro 5

MATRIZ DE REFERÊNCIA PARA AVALIAÇÃO DA ALFABETIZAÇÃO – MATEMÁTICA		
1º Eixo	Números e Operações	
Competência	Descritores/habilidades	Operacionalização (descrição de algumas formas de avaliar a habilidade)
C1 – Mobilizar ideias, conceitos e estruturas relacionadas à construção do significado dos números e suas representações.	D1.1 – Associar a contagem de coleções de objetos à representação numérica das suas respectivas quantidades.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Contar agrupamentos de até 9 objetos dispostos:           <ul style="list-style-type: none"> <li>de forma organizada;</li> <li>de forma desorganizada;</li> <li>agrupados de 2 em 2, de 3 em 3, de 4 em 4.</li> </ul> </li> <li>Contar agrupamentos de até 20 objetos dispostos:           <ul style="list-style-type: none"> <li>de forma organizada;</li> <li>de forma desorganizada;</li> <li>agrupados de 2 em 2, de 3 em 3, de 4 em 4.</li> </ul> </li> </ul> <p>(Observação: a representação da quantidade (número) não pode estar no enunciado ou nas alternativas)</p>
	D1.2 – Associar a denominação do número à sua respectiva representação simbólica.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Escolher, entre as alternativas, aquela que possui a representação do número lido pelo aplicador.</li> </ul> <p>Observações:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>apenas números de 10 a 99 em algarismos indo-árabicos;</li> <li>o aplicador não deve ler as alternativas, só o enunciado.</li> </ul>
	D1.3 – Comparar ou ordenar quantidades pela contagem para identificar igualdade ou desigualdade numérica.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Comparar quantidades de           <ul style="list-style-type: none"> <li>objetos organizados;</li> <li>objetos apresentados desordenadamente.</li> </ul> </li> </ul>
	D1.4 – Comparar ou ordenar números naturais.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Escolher, entre as alternativas, aquela que:           <ul style="list-style-type: none"> <li>completa uma sequência de quantidades crescentes;</li> <li>completa uma sequência de quantidades decrescentes;</li> <li>corresponde a uma ordenação crescente de quantidade.</li> </ul> </li> <li>Resolver problemas simples de comparação numérica.</li> </ul> <p>(Observação: números até 20 ou dezenas até 90)</p>

Fonte: BRASIL (2012b, p. 24-25)

Se o estudante para ser **alfabetizado** – compreender o sistema alfabetico e as práticas sociais da Língua Portuguesa – precisa conhecer as letras do alfabeto, as quais são usadas na composição das palavras, o estudante para ser **cifranavizado** – compreender o sistema cifranávico e os seus usos sociais – necessita identificar os algarismos do cifranava, que são aplicados nos registros numéricos (BARGUIL, 2017a, p. 248).

Esclareço, contudo, que o

[...] conhecimento dos símbolos convencionais correspondentes a palavras como *dois* etc. não é suficiente para se poder utilizar essas grafias de maneira apropriada, tal como o conhecimento da forma das letras e de sua denominação não basta para se poder escrever palavras. O conhecimento dessas formas deve ser combinado com elementos cognitivos que permitam a compreensão e a utilização do sistema de numeração escrita, e somente uma investigação desses aspectos cognitivos nos permitirá compreender por que e como, em um certo momento, notações “corretas”, empregando nossos algarismos, aparecem. (SINCLAIR; MELLO; SIEGRIST, 1990, p. 88-89).

Ao comparar as Matrizes da Provinha Brasil, Barguil (2017a, p. 248) constatou: “[...] enquanto a Matriz de Língua Portuguesa avalia, no D1, o reconhecimento de letras, a Matriz de Matemática não contempla a habilidade de reconhecer algarismos, constituindo-se, portanto, uma grande e lamentável omissão.”. Em virtude disso, ele propôs

[...] a criação de três descritores referentes a essa habilidade, correlatos às especificações da habilidade Reconhecer Letras, resultando na ampliação de 15 (quinze) para 18 (dezoito) os descritores da Matriz de Matemática e na renumeração dos atuais, pois os novos serão alocados no início da atual Competência 1, ou numa nova, nomeada Reconhecer algarismos. (BARGUIL, 2017a, p. 248).

O Quadro 6 exibe a nova competência, Reconhecer algarismos, e respectivos descritores.

Quadro 6

MATRIZ DE REFERÊNCIA PARA AVALIAÇÃO DA ALFABETIZAÇÃO – MATEMÁTICA (PROPOSTA)		
1º Eixo	Números e Operações	
Competência	Descritores/habilidades	Operacionalização (descrição de algumas formas de avaliar a habilidade)
C1 – Reconhecer algarismos.	D1.1 – Diferenciar algarismos de outros sinais gráficos.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Buscar em sequências com letras, desenhos, algarismos, sinais de pontuação e de operações matemáticas a que possui apenas algarismos (dar preferência para registros de circulação social e que façam parte do universo da criança).</li> </ul>
	D1.2 – Identificar os algarismos do cifranaiva.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Identificar um único algarismo ditado pelo aplicador.</li> <li>Identificar em várias sequências de algarismos, o ditado pelo aplicador (utilizar os mesmos tipos gráficos nas alternativas).</li> </ul>
	D1.3 – Identificar diferentes tipos gráficos de algarismos.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Identificar um mesmo número que se repete, escrito com algarismos de diferentes tipos gráficos.</li> <li>Identificar mais de um número que se repete, escritos com algarismos de diferentes tipos gráficos.</li> </ul>

Fonte: Barguil (2017a, p. 248).

O autor, após declarar que “A implantação desta nova competência – Reconhecer algarismos – implicaria na renumeração das demais, passando a Matriz de Matemática ter sete competências e não somente seis.”. (BARGUIL, 2017a, p. 249), apresentou seis exemplos de item (BARGUIL, 2017a, p. 249-253), sendo dois para cada novo descritor, os quais seguiram o formato do Guia de Aplicação e do Caderno do Aluno, instrumentos utilizados na Provinha Brasil, disponíveis do site do INEP, na seção **Materiais de Aplicação**<sup>10</sup>.

Antes de finalizar o artigo, Barguil (2017a, p. 253 - 254) declarou:

[...] conforme Oliveira (2016), dos dezoito estados brasileiros que possuem sistema de avaliação, onze avaliam a Alfabetização: Acre (SEAPE), Amazonas (SADEAM), Rondônia (SAERO), Bahia (SABE), Ceará (SPAEC),

<sup>10</sup><http://portal.inep.gov.br/web/guest/provinha-brasil/>.

Pernambuco (SAEPE), Goiás (SAEGO), Espírito Santo (PAEBES), Minas Gerais (SIMAVE), Rio de Janeiro (SAERJ) e São Paulo (SARESP).

Conforme pesquisa empreendida na internet nos sistemas desses estados, apenas Espírito Santo avalia Língua Portuguesa e Matemática no 1º ano do Ensino Fundamental. Bahia e Roraima avaliam Língua Portuguesa e Matemática no 2º ano do Ensino Fundamental. Ceará e Goiás, no 2º ano do Ensino Fundamental, avaliam somente Língua Portuguesa. Acre, Amazonas, Pernambuco e Minas Gerais avaliam Língua Portuguesa e Matemática apenas no 3º ano do Ensino Fundamental, enquanto Rio de Janeiro e São Paulo somente no 5º ano do Ensino Fundamental.

Barguil (2017a, p. 254) constatou que, nas matrizes de Língua Portuguesa dos estados Espírito Santo, Bahia, Roraima e Ceará, elaboradas pelo Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação – CAEd, vinculado à Faculdade de Educação, da Universidade Federal de Juiz de Fora – UFJF, o descritor referente à habilidade de identificar, diferenciar letras menciona números ao invés de algarismos, motivo pelo qual sugeriu a respectiva troca, tal como foi indicado para a Provinha Brasil.

No que se refere à Matemática, tendo em vista que o primeiro descritor de Números e Operações das matrizes dos estados Espírito Santo, Bahia e Roraima, também elaboradas pelo CAEd/UFJF, é “Associar quantidades de objetos à sua representação numérica”, Barguil (2017a, p. 255) aconselhou que as mesmas fossem atualizadas, com a inclusão dos três descritores referentes a reconhecimento de algarismos.

Espero que essa seção tenha esclarecido: i) a confusão conceitual entre algarismo, número e numeral, que se expressa na correspondência equivocada entre letras e números, quando o correto é letras e algarismos; ii) a distinção entre dígito e algarismo, bem como de dígito e letra; e iii) o fato de que os registros numéricos, para serem compreendidos pelos estudantes, também requerem processos de leitura e escrita, motivo pelo que precisam ser contemplados pelas práticas pedagógicas.

Na próxima seção, versarei sobre a constituição de sentido, significado pelo Homem sobre o mundo, a qual acontece mediante variados significantes, registros. Posteriormente, apresentarei, à luz do cifranava, algumas considerações epistemológicas sobre o registro numérico – leitura e escrita – e reflexões didáticas, com o propósito de enriquecer os processos de ensinar e de aprender, relacionadas à cifranavização – aprendizado sobre a notação numérica e as operações fundamentais utilizando o sistema cifranávico (BARGUIL, 2016, p. 403) – no contexto acadêmico, ressaltando, contudo, que ela também acontece fora dele.

### 3. Signo = Significante + Significado

Portanto, se pensar consiste em interligar significações, a imagem será um 'significante', e o conceito, um 'significado' (PIAGET, 1978, p. 87).

A Matemática, sendo um conjunto de ideias representadas por símbolos, exige um pensar sobre as relações entre ideias e símbolos. Muitas vezes, porém, é apresentada de um modo por demais sintético, devido aos simbolismos utilizados no seu discurso. Se o leitor for uma pessoa iniciante na leitura da linguagem matemática formal, ele poderá encontrar dificuldades na compreensão e na interpretação desse texto (DANYLUK, 1991, p. 42).

As notações, compreendidas simultaneamente como o ato de representar e como o objeto em si, são centrais para o desenvolvimento matemático dos aprendizes e para o desenvolvimento da matemática. De fato, as notações são um aspecto essencial da aprendizagem e do ensino da matemática (Cuoco e Curcio, 2001) (BRIZUELA, 2006, p. 17).

[...] o fazer e o conceber matemáticos são mediados por sistemas de escrita importantes e, muitas vezes, complicados, de modo que a matemática também é um tipo particular de discurso escrito. Quando fazemos matemática, participamos de uma rica tradição de simbolização [...] (LEHRER, 2006, p. 13).

Se o conhecimento se elabora lentamente, conforme as leis de desenvolvimento que o psicólogo e o pedagogo devem estudar, é justamente porque ele reflete a atividade do sujeito no mundo material e não somente o próprio mundo material. O símbolo é a parte diretamente visível do *iceberg* conceitual; a sintaxe de um sistema simbólico é apenas a parte diretamente comunicável do campo de conhecimento que ele representa. Essa sintaxe não seria nada sem a semântica que a produziu, isto é, sem a atividade prática e conceitual do sujeito no mundo real (VERGNAUD, 2009, p. 19, Itálico no original).

[...] as relações entre significados e significantes não se fazem de forma isomorfa, mas homomorfa, ou seja, um significante pode ser ambíguo, porque não expressa um significado, ou que nem todo trabalho que a criança realizada no plano dos significados tem correspondência direta ou biunívoca com os significantes. Portanto, são necessários esquemas que possibilitem a tradução de um para o outro ou que os redescrivem (Nunes, 1997), de tal forma que se situe qual significante tem qual ou quais significados e em que contextos (TEIXEIRA, 2010, p. 129).

Postulo que a aprendizagem da Matemática acontece mediante registros – que utilizam diversos significantes de vários sistemas! – os quais estão relacionados aos processos de leitura e de escrita e requerem do aprendiz o desenvolvimento, infindável, da capacidade de interpretar, elaborar hipóteses,

testá-las e ampliá-las. No contexto da Educação Básica, isso se torna ainda mais importante, uma vez que o estudante precisará desenvolver vários conceitos, o que demandará aspectos cognitivos e afetivos.

A leitura no contexto da Educação Matemática, por vezes, é associada à Língua Portuguesa, de modo especial de enunciados de questões matemáticas, sendo atribuída à falha da interpretação do estudante a causa para a não resolução daquelas. Diversos livros (KRULIK; REYS, 1997; SMOLE; DINIZ, 2001; DANTE, 2010; LOPES; NACARATO, 2011) abordaram aspectos relacionados à resolução de problemas: a diferença entre exercício e problema; os tipos de problema; as estratégias de resolução...

Fonseca e Cardoso (2009, p. 64) alertam que

Há ainda que se destacar a existência de diversos tipos de *textos matemáticos*, em que não predomina a linguagem verbal. São textos com poucas palavras, que recorrem a sinais não só com sintaxe própria, mas com uma diagramação também diferenciada. Para realização de uma atividade de leitura típica das aulas de Matemática, é necessário conhecer as diferentes formas em que o conteúdo do *texto* pode ser escrito. Essas diferentes formas também constituem especificidades dos gêneros textuais próprios da Matemática, cujo reconhecimento é fundamental para a atividade de leitura, sob pena de os objetos definidos para o exercício não serem alcançados.

Qualquer signo é composto de um significante e de um significado, sendo essa a diferença entre ambos: enquanto o primeiro é de domínio social (por exemplo, o nome e o formato de figuras planas) e pode ser socializado, o segundo é construído pelos sujeitos, num processo de mediação social, onde a atividade do indivíduo é imprescindível.

[...] enfatizo o ato de ler por acreditar que, antes de o homem escrever garratua, ele já lê no sentido de que aqueles rabiscos que são significantes representam um significado, o qual já foi anteriormente desvendado, talvez até transformado pela compreensão e interpretação, portanto lidos, pelas relações que o leitor manteve no-mundo, com-as-pessoas, com-as-coisas e consigo mesmo. (DANYLUK, 1991, p. 21).

A noção de representação está, como a noção de procedimento, no centro da psicologia científica moderna. [...] a noção de representação não se reduz à noção de símbolo ou de signo, uma vez que ela cobre também a noção de conceito: o estudo do número mostrará isso claramente, dado que a escrita simbólica do número é distinta do próprio número. Trata-se de uma ideia universal, da qual os educadores devem absolutamente tomar consciência; quer dizer, a ideia de que a representação não se reduz a um sistema simbólico que remete diretamente ao mundo material, os signifi-

cantes representando então diretamente os objetos materiais. Na verdade, os significantes (símbolos ou signos) representam os significados que são eles próprios de ordem cognitiva e psicológica. O conhecimento consiste ao mesmo tempo de significados e de significantes: ele não é formado somente de símbolos, mas também de conceitos e de noções que refletem ao mesmo tempo o mundo material e a atividade do sujeito nesse mundo material (VERGNAUD, 2009, p. 19, grifo no original).

[...] para a teoria piagetiana, o pensamento, como um sistema de conceitos, e as imagens, como lembranças simbólicas, estão intimamente unidos no ato de pensar, união essa que constitui a significação, em que os conceitos são os significados e as imagens os significantes (PILLAR, 2012, p. 31-32).

Essa perspectiva sobre a importância da ação do sujeito sobre a realidade em prol do entendimento do mundo, também é defendida por Arrojo (2003, p. 70):

[...] a compreensão num plano humano e “não-divino”, será, sempre, também “interpretação”, uma produção – e não um resgate – de significados que impomos aos objetos, à realidade e aos textos. A interpretação, ou a compreensão, escapa, portanto, a qualquer tentativa de sistematicidade, pois a possibilidade de sistematizá-las implicaria, inescapavelmente, a própria possibilidade de se sistematizar e pré-determinar tudo aquilo que constitui o “humano”: o subjetivo, o temporal, o inconsciente e até mesmo suas manifestações sócio-culturais presentes e futuras.

Conforme Bruner (2001, p. 15-19), são duas as concepções sobre o funcionamento da mente, ou seja, como o Homem aprende: “**computacionalismo**” – o Homem, tal como um computador, processa informações, que se apresentam a ele num código linguístico comprehensível – e **culturalismo** – o Homem, como um ser simbólico, produz cultura ao interpretar o mundo em que vive.

As implicações dessas concepções no contexto escolar são intensas, gerando cenários bastante antagônicos. No “**computacionalismo**”, é responsabilidade do professor fornecer aos estudantes dados – significantes – para que esses executem os comandos cerebrais pertinentes e aprendam. Nesse caso, há uma crença de que quem aprende constitui o mesmo significado. No **culturalismo**, é atribuição do professor propiciar que os estudantes, mediante atividades diversas, nas quais eles interagem entre si e com diferentes significantes, desenvolvam a compreensão, o significado, que é sempre singular.

As contribuições de Jerome Bruner são expandidas com as pesquisas da Semiótica, que se dedica a entender a constituição de sentido a partir de signo, em grego, *semeion*. Um signo é composto de significante e significa-

do. Entendo ser adequada e pertinente a distinção entre **significante** – é de domínio social (por exemplo, a escrita ou o nome dos algarismos) e pode ser socializado – e **significado** – é constituído por cada pessoa, num processo de mediação social, onde a atividade do sujeito é fundamental.

Na Educação Matemática, valiosa é a Teoria dos Registros de Representação Semiótica elaborada por Raymond Duval, a qual assinala que a diversidade de registros contribui para a compreensão, a constituição de sentido. Duval (2003, 2009, 2011) afirma que a variedade de representações de um objeto amplia as estruturas cognitivas e as imagens mentais do sujeito. O conhecimento matemático, portanto, é compreendido, constituído pelo aprendiz mediante distintos significantes.

Uma importante implicação pedagógica dessa teoria é a necessidade de que os estudantes sejam encorajados pelo docente, desde o início da sua vida escolar, a representarem de modos variados utilizando diferentes tipos de **registro**<sup>11</sup> – língua natural (oralizada e texto), gestual, material concreto, figural e aritmética – as suas compreensões, hipóteses do conhecimento (Figura 02).

LÍNGUA NATURAL		GESTUAL <sup>1</sup>	MATERIAL CONCRETO	FIGURAL	ARITMÉTICA
ORALIZADA	TEXTO				
(a pessoa fala “cinco”, “five”...)	CINCO cinco				5
	INCO cinco			.....	V
	FIVE five				

Figura 2 – Tipos de registro e variadas representações do número 5

Fonte: Barguil (2017a, p. 262).

<sup>1</sup>A 2<sup>a</sup> imagem é referente à Língua Brasileira de Sinais – LIBRAS.

Em relação às transformações das representações, elas podem ser de dois tipos: **tratamento e conversão**. Enquanto na primeira, as representações são do mesmo tipo de registro (por exemplo, na **Aritmética**, de 5 para V), na segunda, as representações são de tipos diferentes de registro (por exemplo, do **texto** cinco para a **figural** ||||). Duval destaca o fato de que a escola valoriza a primeira, mas a segunda é a que proporciona maior expansão conceitual.

Também merece ser citada a Teoria dos Campos Conceituais, desenvolvida por Gérard Vergnaud, a qual advoga que o núcleo do desenvolvimento

cognitivo é a conceitualização do real. No entendimento de Vergnaud (2009), o conhecimento está organizado em campos conceituais, cujo domínio, por parte do aprendiz, ocorre ao longo de um largo período de tempo, mediante experiência, maturidade e aprendizagem.

Para Vergnaud (2009), um campo conceitual é composto por um conjunto de **situações** (S), **invariantes** (I) e **representações** (R). Para dar significado a um conceito, as **situações** (S) devem ser distintas e diferenciadas entre si e referentes ao mesmo conceito. Os **invariantes** (I) indicam propriedades, constâncias, regularidades ou semelhanças, que definem um objeto. São eles que permitem a constituição pelo sujeito de significado ao conceito. As **representações** (R), que podem ser pessoais ou sociais, são as linguagens (natural, sentença formal) e os símbolos (gráficos, diagramas) utilizados para representar o conceito, explicitando as situações e os invariantes.

Piaget (apud KAMII, 1990, p. 14-25) advoga serem três os tipos de conhecimento: **social** – convenções estabelecidas pelas pessoas, de forma arbitrária, e transmitidas de geração em geração (datas, nomes das coisas e objetos) – **físico** – propriedades, características dos objetos (cor, tamanho, formato e massa) – e **lógico-matemático** – capacidade de relacionar mentalmente objetos, acontecimentos (de acordo com suas características).

A maior parte do conhecimento no mundo se enquadra na categoria nomeada por Piaget de **lógico-matemático**, ou seja, é cada pessoa quem elabora os vínculos entre os seus saberes, frutos das suas experiências e conexões, com objetos e acontecimentos. Piaget concebe dois tipos de abstração: **empírica** – focaliza uma propriedade do objeto e ignora as demais – e **reflexiva** – contempla a relação, criada pela pessoa, entre os objetos, de acordo com alguma característica (KAMII, 1990, p. 16 - 19).

No entendimento de Vygotsky (1991, p. 95 - 97), cada pessoa tem dois níveis de desenvolvimento: **potencial** – as funções cognitivas que ainda estão amadurecendo, caracterizando-o prospectivamente – e **real** – as funções cognitivas que já amadureceram, caracterizando-o retrospectivamente. Metaforicamente, o primeiro é a flor e o segundo é o fruto do desenvolvimento. A distância entre o primeiro e o segundo é chamada de zona de desenvolvimento proximal.

Os problemas de aprendizagem revelam, muitas vezes, problemas de ensino, em virtude de o professor acreditar que o domínio de conteúdos e de certas técnicas, que privilegiam a abstração empírica em detrimento da abstração reflexiva, é suficiente para garantir a aprendizagem dos estudantes. Nesta concepção, crê-se que o conhecimento pode ser transmitido.

Postulo, à luz das contribuições de Bruner, Duval, Vergnaud, Piaget e Vygotsky, que o significante, o registro pode ser, efetivamente, transmitido, pois

é um conhecimento social, porém o significado não é passível de captação, em virtude ser um conhecimento lógico-matemático, que é fruto da ação, da atividade de cada sujeito via interações.

O professor, ao privilegiar, ao enfatizar a sua verbalização e a memorização discente, tolhe que os estudantes atuem, elaborem hipóteses e as verifiquem, atividades essenciais para a constituição do conhecimento. Quando o docente, todavia, concede tempo e espaço para que os estudantes, instigados por desafios, interajam e troquem informações, ele favorece a movimentação da zona de desenvolvimento proximal discente, ampliando ambos os níveis de desenvolvimento: potencial e real.

Ela [a professora] também precisa estar atenta às ideias que os alunos comunicam. Muitas vezes, aquilo que parece ser uma resposta incorreta pode se tratar de falta de capacidade para expressar-se. Alunos que estão acostumados com uma aula de matemática mais tradicional geralmente têm dificuldades de inserir-se nessa dinâmica de comunicar suas ideias. Daí a importância de trabalhar também com o registro escrito; desta forma, a professora possibilita que aqueles alunos mais tímidos, que no começo do trabalho não gostam de se expor, também comuniquem seus raciocínios, suas estratégias e suas ideias matemáticas. (NACARATO; MENGALI; PAS-SOS, 2014, p. 73 - 74).

No caso da Educação Matemática, é indispensável, portanto, que os estudantes tenham a oportunidade de relacionar, mediante transformação – conversão e tratamento – seus registros com os vários significantes científicos, propiciando, mediante a abstração reflexiva, o desenvolvimento de explicações, significados, os quais são a gênese de conceitos matemáticos.

Kamii e DeClark (1996, p. 50) afirmam que “Número não é empírico por natureza. A criança o constrói através da abstração reflexiva pela sua própria ação mental de colocar coisas em relação.”. Esse aprendizado, bem como todos os demais da nossa vida, requer tempo e oportunidades para desenvolvê-lo. Como o professor pode ajudar a criança nessa aventura epistemológica?

É necessário que o educador matemático compreenda que o número, na configuração Piagetiana, é um **conhecimento social** – o nome e a escrita dos algarismos, ou seja, os significantes, bem como a enunciação sem compreensão da cadeia numérica (recitação automatizada) – e um **conhecimento lógico-matemático** – a escrita cifranávica, que está relacionada à intelecção do Sistema Cifranávico, e a utilização dos números, via oralidade ou registro, em variadas situações.

[...] como um conceito abstrato, o número é materializado na sua representação simbólica (os numerais), ou seja, os códigos gráficos usados para representá-los. Assim sendo, a representação visual do número está assentada em dois referenciais: a palavra que expressa a quantidade e o símbolo que a representa. Podemos concluir, então, que o nome do número é essencial para qualquer conceituação do número. (MENDES, 2006, p. 10).

A criança precisa estabelecer relações com objetos – pegar, juntar, separar, apertar, amassar... – para elaborar esquemas/processos mentais necessários à aprendizagem matemática, que contempla a compreensão do número: correspondência, comparação, classificação, sequenciação, ordenação/seriação, inclusão e conservação (LORENZATO, 2006, p. 90 - 131). É responsabilidade do educador matemático, portanto, propor situações/atividades para que as crianças desenvolvam os esquemas mentais relacionados com os conceitos de distância, quantidade, peso, medida, direção, tamanho, capacidade, forma, sentido, operação, posição, tempo e número.

No entendimento de Kamii (1990, p. 42 - 69), que adota uma perspectiva construtivista, são 6 (seis) os princípios de ensino do número, que se organizam em 3 (três) categorias. Os estudantes precisam: i) **criar relações** (colocar todos os tipos de objetos, eventos e ações em todas as espécies de relações); ii) **quantificar objetos** (pensar sobre números e quantidades de objetos que sejam significativos; quantificar objetos e comparar coleções; e fazer coleções com objetos); e iii) **interagir com colegas e professor** (trocar ideias com seus pares; o professor precisa intervir de acordo com a sua interpretação da ação do estudante).

As situações escolares incrementam a aprendizagem do número pela criança e podem ser utilizadas com frequência pelo professor. Elas se dividem em: i) **vida diária** (distribuição de materiais, divisão de objetos, coleta de coisas, manutenção de quadro de registros, arrumação da sala de aula e votação); e ii) **jogos em grupo** (jogos com alvo, jogos de esconder, corridas e brincadeiras de pegar, jogos de adivinhação, jogos de tabuleiro e jogos de baralho) (KAMII, 1990, p. 70 - 98).

[...] a criança, ao entrar na escola, tem significados a respeito dos números, construídos no contexto de suas práticas sociais. A escola representa o espaço em que se deve dar o processo de transformação desses significados em conceitos matemáticos, através de um processo denominado por Nunes (1997) de redescrição representacional e por outros autores, como Pozo (1998), de tradução. (TEIXEIRA, 2010, p. 116).

Conforme Barguil (2017b, 2017c), dezenas de autores brasileiros e estrangeiros atestam os contributos do brincar no desenvolvimento humano. Essa influência é ainda mais vigorosa no contexto da aprendizagem infantil, seja no ambiente escolar ou fora dele. Além disso, aprender sobre número em situações contextualizadas permite que as crianças se revelem e revelem a sua realidade sócio-histórica, tornando-se, portanto, sujeitos de sua aprendizagem (TEIXEIRA, 2003, p. 46).

Atividades e jogos com números – boliche, dardo ao alvo, objetos na caixa, bingo, resta um, varetas, pular corda, salto em distância, medição pessoal – permitem que as crianças tenham experiências contextualizadas com números, além de desenvolverem seu raciocínio e o expressarem, o que pode se configurar, também, como uma importante conquista sócio-afetiva.

O baralho e o dominó clássicos, bem como suas variações, permitem que o estudante articule seus conhecimentos durante a brincadeira. É indispensável que o professor acompanhe os discentes, identificando estratégias, argumentos e explicações. As músicas também são um importante recurso didático no ensino e na aprendizagem de números, além de permitirem que as crianças desenvolvam aspectos afetivos e motores, tão importantes quanto os cognitivos, numa perspectiva educacional holística.

Os conhecimentos dos estudantes e suas hipóteses de formação numérica, portanto, precisam ser conhecidos e valorizados, ao mesmo tempo em que se abandonam os exercícios de repetição, que, por se pautarem na mecanização, não favorece o desenvolvimento do pensamento. Em várias situações do cotidiano, as crianças interagem com os números, seja na forma verbal, seja via registro.

Muitas dessas atividades envolvem recitação de números e/ou contagem, motivo pelo qual elas precisam ser potencializadas pedagogicamente, de modo especial com perguntas que favoreçam a criança explicitar, mediante **fala e/ou escrita**, seus conhecimentos, favorecendo que esses sejam interpretados pelo professor.

[...] a regularidade do sistema de contagem influencia significativamente a aprendizagem das crianças. Os sistemas altamente regulares, como o chinês, no qual a contagem de unidades de valores diferentes fica clara mesmo nos números entre 10 e 20, permitem às crianças melhores possibilidades para entender composição aditiva. Esta facilitação de fato parece resultar parcialmente do uso de indícios linguísticos específicos e parcialmente de uma compreensão geral da composição aditiva. (NUNES; BRYANT, 1997, p. 73).

Ao recitar a série, muitas crianças nos demonstram que descobriram parte da regularidade e da organização que o sistema tem. Por exemplo, quando dizem “um, dois, três... oito, nove, dez, dez e um, dez e dois, dez e três”, etc., não sabem ainda os nomes dos números 11, 12, 13, mas os nomeiam a seu modo e sem pular nenhum. Ou, então, quando chegam a 19, param e se alguém lhes diz “vinte”, “arrancam” novamente em alta velocidade: 21, 22, 23... 29 e param outra vez para voltar a começar quando se lhes diz “trinta”. Não sabem ainda a denominação de algumas dezenas, mas sabem que depois das dezenas rasas (20, 30, 40) os números seguintes são conseguidos agregando consecutivamente os números do 1 ao 9. (MORENO, 2008, p. 56).

Antes de prosseguir refletindo sobre as contribuições dessa habilidade – recitação – para a aprendizagem dos números, esclareço que **cantar números** – recitar a sequência numérica – é diferente de **contar números** – utilizar os números de forma adequada e com intencionalidade. Enquanto a primeira atividade começa de forma mecânica, conforme explicarei a seguir, a segunda requer integralmente o entendimento do sujeito do que os números significam, o qual se manifesta na aplicação dos mesmos em diferentes contextos.

Saber recitar a série não é a mesma coisa que saber contar elementos de um conjunto. Isto é, um sujeito que pode recitar a série até um determinado número não necessariamente poderá utilizar esse conhecimento na hora de contar objetos ou desenhos. (MORENO, 2008, p. 56).

A recitação é um conhecimento social necessário, mas não indica que a criança desenvolveu o respectivo conhecimento lógico-matemático. Fuson et al (1982 apud FAYOL, 1996, p. 33-40) identificaram quatro níveis referentes ao desenvolvimento da cadeia numérica (recitação de números): a) “rosário” (*string level*); b) “cadeia não seccionável”; c) “cadeia seccionável”; e iv) “cadeia terminal”.

As crianças da Educação Infantil possuem conhecimentos sobre a série numérica oral. Esses conhecimentos não são os mesmos para todos os alunos de uma mesma sala. Diferem não somente na extensão do intervalo numérico conhecido por eles, mas também nas diversas competências que possuem e que estão implicadas na recitação convencional. (MORENO, 2008, p. 55).

Parra e Saiz (1992 apud MORENO, 2008, p. 55 - 56) listam várias situações em que a recitação do estudante expressa níveis distintos de complexidade:

[...] recitar a série a partir do 1 e parar quando não sabe mais; recitar e parar no número que lhe foi pedido; recitar intercalando palavras (por exemplo: um elefante, dois elefantes...); recitar a partir de um número diferente de 1 (5, 6, 7...); recitar de maneira ascendente de 2 em 2, de 5 em 5, de 10 em 10; recitar de maneira descendente de 1 em 1, de 2 em 2, etc.

Briand (1993 apud BARTOLOMÉ; FREGONA, 2008, p. 83-84, itálico no original) distinguiu nove passos que o sujeito precisa aprender para identificar corretamente a quantidade de elementos: 1. *Ser capaz de distinguir um elemento do outro*; 2. *Escolher um primeiro elemento de um conjunto*; 3. *Enunciar a primeira palavra-número (um)*; 4. *Determinar um sucessor no conjunto dos elementos ainda não-escolhidos*; 5. *Atribuir uma palavra-número (sucessor do precedente na série de palavras-número)*; 6. *Conservar a memória das escolhas precedentes*; 7. *Recomeçar os passos 4 e 5*; 8. *Saber que se escolheu o último elemento*; e 9. *Enunciar a última palavra-número*.

Gelman (1983 apud MORENO, 2008, p. 56, itálico no original) afirma que para a criança contar de forma correta ela precisa possuir dois princípios: *adequação única* – atribuir a cada um dos objetos uma e somente uma palavra-número, respeitando, ao mesmo tempo, a ordem convencional da série – e *indiferença da ordem* – a ordem da contagem (da direita para a esquerda, da esquerda para a direita, de cima para baixo, etc.) não altera a quantidade. É necessário, também, que a criança conte apenas uma vez cada elemento e que conte todos.

Os estudantes utilizam diferentes estratégias na contagem (um a um no dedo; um a um no desenho; com registro numérico) e na **sobrecontagem**<sup>12</sup> (no dedo; de cabeça; no desenho; no registro numérico). Os erros na contagem podem ser: i) falar fora de ordem; ii) repetir ou deixar de contar algum objeto; e iii) falar sem coordenar com a indicação. É importante ressaltar que, no ato de contar objetos, estão presentes dois aspectos do número: **cardinal (quantidade)** – total de elementos – e **ordinal (sequência)** – um elemento dentre outros. Em virtude dos vários aspectos envolvidos na contagem, Lorenzato (2006, p. 38) declara: “[...] para crianças pequenas, contar pode não ser tão simples quanto parece para nós.”

A comparação de quantidades de objetos pode ser feita **sem** ou **com** números. As estratégias utilizadas na comparação de quantidades **sem** números são 3 (três): i) correspondência termo a termo (pareamento): “Há mais meninos ou meninas na sala?”; e ii) correspondência grupo a grupo; e iii) estimativa (comparação com coleção/informação). Na comparação de quantidades **com** números, os procedimentos são 2 (dois): i)  $< 7$  objetos = percepção; e ii)  $> 6$  objetos = contagem (pareando objetos e números, sendo que o último número indica o total).

Atividades com coleção são um importante recurso didático na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental, pois proporciona que o estudante utilize seus saberes para organizar sua vida, explorando a diversidade de agrupamentos e de representações.

No entendimento de Teixeira (2010, p. 115 - 116), as contribuições de Lerner e Sadovsky (1996) indicam que

<sup>12</sup>Quando a pessoa continua a contagem a partir de um número diferente de 1. A sobrecontagem está relacionada à inclusão hierárquica, pois o sucessor de um número pode ser obtido a partir de um número pela operação “mais um” (BRASIL, 2006, p. 22).

[...] a compreensão do valor posicional do número não é abstraída da ideia de agrupamento, mas das ações com a escrita numérica. Em outras palavras, a tomada de consciência da estrutura multiplicativa e recursiva que sustenta o nosso sistema de numeração só pode ser feita a partir da interação com a numeração escrita e não diretamente de atividades relativas aos critérios lógico-matemáticos subjacentes.

Essa ressalva, na minha percepção, não desmerece a importância da atividade com agrupamentos para a compreensão do número pelas crianças, mas indica que ela não é suficiente para a compreensão do complexo Sistema Cifranávico, sendo necessário que elas interajam com registros cifranávicos e descubram, conforme explicarei mais adiante, mediante várias hipóteses, num processo demorado, as regularidades, as características, as invariantes do SC.

Na Educação Infantil, as situações de contagem de objetos e de representação do resultado, com marcas pessoais são muito ricas, pois permitem que a criança desenvolva a habilidade de se expressar para além de dimensão verbal e a compreensão da relação entre número e registro, que pode acontecer mediante variados tipos. Vários pesquisadores enfatizam a importância das crianças comunicarem, mediante oralidade e registro, os seus conhecimentos matemáticos e conversarem sobre eles, o que possibilita o desenvolvimento conceitual, bem como das representações, as quais se referem ao saber constituído por elas:

Interagindo com os colegas e com o professor, a criança vai aprimorando suas representações e “aprendendo” novas formas de se expressar, à medida que se apropria progressivamente de uma linguagem que matemetiza as suas ações vivenciadas. (RANGEL, 1992, p. 240).

[...] em matemática, a comunicação tem um papel fundamental para ajudar os alunos a construírem um vínculo entre suas noções informais e intuitivas e a linguagem abstrata e simbólica da matemática. Se os alunos foram encorajados a se comunicar matematicamente com seus colegas, com o professor ou com os pais, eles terão oportunidade para explorar, organizar e conectar seus pensamentos, novos conhecimentos e diferentes pontos de vista sobre um mesmo assunto. (CÂNDIDO, 2001, p. 15).

É importante que as crianças enfrentem situações nas quais tenham necessidade de dar informações sobre conjuntos. Entretanto, inicialmente, elas deveriam ter liberdade para se expressar de diferentes modos – por meio de desenho, de linguagem oral, da linguagem escrita, de símbolos diversos. O essencial é que possam comunicar as concepções que formulam, como resultado de suas ações. (GOLBERT, 2011, p. 106 - 107).

Dar uma atenção especial ao papel da linguagem é essencial em todo o ensino fundamental, mais especificamente nas séries iniciais. Criar condições em que os alunos possam expressar pensamentos matemáticos – oralmente ou por escrito – constitui a ideia central da comunicação nas aulas de matemática. (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2014, p. 72).

É importante que os discentes possam, desde o início da sua vida escolar, resolver atividades com diferentes tipos de agrupamentos, permitindo que eles compreendam que podem organizar os objetos de várias formas, seja no aspecto espacial, seja no aspecto quantitativo, e, em seguida, desenhar o realizado. Isso ajudará, posteriormente, eles entenderem que o sistema decimal é apenas uma possibilidade de se agrupar os objetos para contá-los e, em seguida, representá-los.

Rangel (1992) descreve uma pesquisa, desenvolvida em 1985, com foco na Educação Matemática, na qual crianças da 1<sup>a</sup> série<sup>13</sup> interagiam, mediante jogos, com diversos recursos didáticos e eram incentivadas a representar o que faziam.

[...] ao mesmo tempo em que a criança documenta de uma forma própria as ações que vivencia, ela constrói a outra função do registro, que é a de se fazer entender pelos que o leem. Nesse sentido, ela busca aprimorar sua representação pelas trocas com os colegas, visando a expressar de forma cada vez mais objetiva as suas ideias.

É dessa maneira que entendemos a reinvenção da Matemática: é a apropriação de uma *linguagem*, e não existe linguagem sem o exercício das descentrações que emanam do trabalho cooperativo. (RANGEL, 1992, p. 239 - 240, itálico no original).

Defendo, portanto, a proposição de múltiplas situações para que criança utilize seus conhecimentos, os quais, se não forem suficientes para resolvê-las, propiciarão o desequilíbrio das suas estruturas, dos seus esquemas, condição necessária para que aconteça aprendizagem!

O trabalho do professor consiste, portanto, em propor ao aluno situações de aprendizagem para que este produza seus conhecimentos partindo da busca pessoal dos procedimentos que lhe permitirão encontrar a resposta para o problema apresentado. A solução da situação coloca em jogo as ferramentas que o aluno possui. Aquilo que as faz funcionar ou as modifica não depende do desejo do professor, mas da resistência que esse meio lhe oferece. (MORENO, 2008, p. 49).

À medida que as experiências da criança, organizadas em sistemas de significação, destacam-se da percepção, interiorizam-se em imagens mentais, as quais vão se tornando simbólicas, os significantes e os significados se

<sup>13</sup>Atualmente, 2º ano do Ensino Fundamental.

separam, diferenciam-se, distinguem-se e simultaneamente se relacionam. (PILLAR, 2012, p. 34).

O processo de ensino-aprendizagem caracteriza-se, então, por colocar em circulação conhecimentos-significações e, muitas vezes, é do encontro entre vários sistemas que cada um e todos da classe fazem emergir novas modalidades de compreensão, decorrentes de ampliação, do aprofundamento e/ou revisão do entendimento do assunto em pauta. (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2014, p. 82).

Bednarz (1996 apud Golbert, 2011, p. 107 - 108) realizou um experimento com flores, nas quais as crianças construíram coleções e comunicaram os resultados para as demais.

Foi observado que a tendência natural entre as crianças era iniciar a contagem nos dedos. Logo, passavam a utilizar objetos e, por fim, criavam convenções. Em pouco tempo, as crianças estavam utilizando lápis e papel para fazer seus registros. As primeiras representações reproduziam, por meio do desenho, todos os elementos, descrevendo as coleções. Dentro dessa tendência a uma representação descritiva, surgiram anotações do tipo "Temos 3 flores, 9 pétalas. Michel dá uma pétala. Alian faz outra flor." Nesse contexto, os meios de operar e comunicar informações andavam juntos, faziam parte de um mesmo processo.

À medida que as crianças se tornavam mais hábeis nos modos de operar mentalmente, constatou-se uma evolução, também, nos modos de representações. As interações verbais desempenham um papel importante nesse progresso. (GOLBERT, 2011, p. 107 - 108).

Sinclair, Mello e Siegrist (1990, p. 76 - 96) analisaram as notações numéricas de 65 (sessenta e cinco) crianças da Educação Infantil – 20 (vinte) crianças de Creche, com idade entre 3a1m e 4a6m, e 45 (quarenta e cinco) crianças de Jardim de Infância, divididas em 3 (três) grupos de 15 (quinze) crianças com idades de 4 anos, 5 anos e 6 anos – e as dividiram em 6 (seis) grandes categorias: 1) representação global da quantidade; 2) uma só figura; 3) correspondência termo a termo – grafismos icônicos ou abstratos; 4) aparecimento de algarismos; 5) cardinal sozinho; e 6) cardinal acompanhado do nome dos objetos.

Todas as crianças da Creche apresentaram as notações dos tipos 1, 2 ou 3. Em relação às notações das crianças do Jardim da Infância, 14 (quatorze) crianças com 4 anos apresentaram as notações dos tipos 1, 2 e 3; sendo que apenas 3 (três) crianças com 5 anos a realizaram. Por outro lado, 12 (doze) crianças nessa faixa etária apresentaram as notações dos tipos 4, 5 e 6. Todas as crianças de 6 anos utilizaram as notações dos tipos 4, 5 e 6, sendo que 10 (dez) delas apenas a do tipo 6.

Sobre os conhecimentos numéricos das crianças, Moreno (2008, p. 55) sintetiza as seguintes contribuições de várias pesquisas: i) as crianças constroem ideias sobre os números e o sistema de numeração antes de ingressarem na escola; ii) o cálculo precede a conservação; e iii) o conceito de número está relacionado ao cálculo e não à noção de conservação.

No que se refere às concepções das crianças sobre o sentido numérico, a função dos números, é necessário que o professor, considerando a ampla presença deles na sociedade, indague às crianças sobre os contextos, as finalidades e as situações mediante variadas atividades que as possibilitem elaborar explicações. No entendimento de Parra e Saiz (1992 apud MORENO, 2008, p. 59-60, itálico no original), os números podem ser usados: • *Como memória de quantidade.* [...] • *Como memória da posição.* [...] • *Como códigos.* [...] • *Para expressar grandezas.* [...] • *Para prever resultados.*

É importante que o professor, mediante múltiplas situações didáticas, convoque as crianças a contar, ouvir, falar, ler e representar números. Conforme Hughes (1987 apud MORENO, 2008, p. 61-62), as representações numéricas das crianças podem ser: i) idiossincráticas; ii) pictográficas; iii) icônicas; e iv) simbólicas.

Em geral, eles [os estudos sobre a progressão nos tipos de notação que as crianças usam quando fazem notações de quantidade] identificam uma progressão nas notações que só gradualmente inclui o uso de números escritos de uma maneira convencional. As crianças começam utilizando marcas idiossincráticas e, mais tarde, conseguem estabelecer uma correspondência um a um entre suas notações e a quantidade de objetos representados, usando um grafismo para cada objeto que está sendo representado. (BRI-ZUELA, 2006, p. 20).

No entendimento de Spinillo (2006, p. 104),

As situações de ensino poderiam integrar diferentes sistemas e suportes de representação que poderiam coexistir simultaneamente durante o processo de resolução: o aluno poderia combinar representações simbólicas (números, linguagem natural), representações icônicas (tracinhos, pontinhos, setas) e representações gráficas variadas (desenhos, diagramas, tabelas) e, ao mesmo tempo, utilizar-se de materiais concretos. Assim, ao ser instruído sobre esses conceitos, o aluno estaria desenvolvendo uma boa intuição sobre números, suas relações, usos e diferentes formas de representação.

Barguil (2017c, p. 262) criou o Flex memo objetivando “[...] propiciar que as crianças elaborem, de modo mais extenso e divertido, conceitos referentes a letras, algarismos, figuras planas e cores.”. Esse brinquedo é composto de

144 (cento e quarenta e quatro) cartelas, sendo “[...] 80 (oitenta) cartelas comuns e 64 (sessenta e quatro) cartelas especiais.”. (BARGUIL, 2017c, p. 264).

As 80 (oitenta) cartelas comuns são divididas em dois grupos iguais de 40 (quarenta) cartelas. Em cada grupo, as quantidades de 0 a 9 são apresentadas em 4 (quatro) subgrupos de 10 (dez) cartelas, sendo cada subgrupo referente a uma figura plana básica: círculo, triângulo, quadrado e retângulo. (BARGUIL, 2017c, p. 264).

Nas cartelas com números de 1 a 9, são dispostas, aleatoriamente, figuras planas cujos tamanhos diminuem progressivamente ao mesmo tempo em que cresce a sua quantidade nas cartelas. As cores das figuras planas variam nas cartelas de cada subgrupo, de modo que cada um deles tem as 6 (seis) cores: amarelo, azul, vermelho, laranja, lilás e verde. (BARGUIL, 2017c, p. 265).

As 64 (sessenta e quatro) cartelas especiais são: 20 (vinte) cartelas com os números de 0 a 9 expressos com algarismos, sendo que cada subgrupo de 10 (dez) cartelas utiliza uma fonte padronizada.

[...]

20 (vinte) cartelas com os números de 0 a 9 expressos com letras, sendo que cada subgrupo de 10 (dez) cartelas utiliza uma fonte padronizada [...]. (BARGUIL, 2017c, p. 267).

A Figura 3 mostra 8 (oito) representações do número 7 com as cartelas do Flex memo, mediante 3 (três) tipos de registro: Língua Portuguesa, Figuras Geométricas Planas e Aritmético.

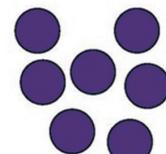
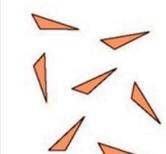
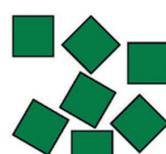
LÍNGUA PORTUGUESA	FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS	ARITMÉTICO
SETE sete		
SETE sete		

Figura 3 – Tipos de registro e variadas representações do número 7 com cartelas do Flex memo<sup>14</sup>

Fonte: Barguil (2017c, p. 270).

<sup>14</sup>Imagem colorida disponível em: <[http://www.ledum.ufc.br/Representacoes\\_Numerico\\_7.jpg](http://www.ledum.ufc.br/Representacoes_Numerico_7.jpg)>.

Essa diversidade [de representações] favorece, substancialmente, a ocorrência de tratamentos e conversões. As modalidades de jogar mais simples são aquelas em que as cartelas são do mesmo tipo de registro (os jogadores precisam realizar tratamento), enquanto as mais complexas utilizam cartelas de vários tipos de registro (os jogadores precisam realizar conversão). (BARGUIL, 2017c, p. 270).

<sup>15</sup>Manual disponível em:  
<[http://www.ledum.ufc.br/Flex\\_Memo\\_Manual.pdf](http://www.ledum.ufc.br/Flex_Memo_Manual.pdf)>.

O Flex memo possibilita vários jogos<sup>15</sup> – batalha, memória, mico, combine, mix, 13... – que

[...] favorecem a complexificação cognitiva dos jogadores, independentemente da idade, pois esses utilizam os esquemas mentais básicos – correspondência, comparação, classificação, sequenciação, ordenação, inclusão e conservação – para criar e escolher estratégias, as quais estão relacionadas à Probabilidade. Em todos os jogos, a quantidade e a qualidade das cartelas dependem da idade dos jogadores e da característica das cartelas que será considerada. (BARGUIL, 2017c, p. 272).

## MULTIMÍDIA

Flex memo. <https://youtu.be/8LPSeDhs9nU>

Barguil (2017b, p. 262) também criou o Flex<sup>16</sup> – que tem os mesmos pressupostos do Flex memo – objetivando “[...] propiciar que as crianças elaborem, de modo mais extenso e divertido, conceitos referentes a letras, algarismos, figuras planas e cores.”.

Esse brinquedo é composto de 75 (setenta e cinco) cartas, sendo

[...] 50 (cinquenta) cartas comuns e 25 (vinte e cinco) cartas especiais. As cartas comuns foram divididas em 5 (cinco) naipes, sendo 4 (quatro) naipes referentes às figuras planas básicas – círculo, triângulo, quadrado e retângulo – e 1 (um) naipe sem figura plana. Cada um desses 5 (cinco) naipes tem 10 (dez) cartas, com números de 0 (zero) a 9 (nove), expressos com algarismo e letras, nas extremidades de cada carta, cujas tipologias tem 5 (cinco) possibilidades. No caso das letras, em uma extremidade, são usadas maiúsculas, e, na outra, minúsculas. (BARGUIL, 2017b, p. 267 - 268).

## MULTIMÍDIA

Flex. <https://youtu.be/N5TBSk7it94>

O Flex memo e o Flex contemplam a temática da transcodificação numérica, que é a transformação entre diferentes representações numéricas, a qual está relacionada às atividades em que o sujeito interage, mediante **leitura e escrita**, com registros numéricos, bem como mediante **escuta e fala**, com a manifestação oral. Essa temática é abordada no próximo capítulo.

## Referências



- ANDRADE, Maria Cecília Gracioli. As inter-relações entre iniciação matemática e alfabetização. In: NACARATO, Adair Mendes; LOPES, Celi Espasandin (Orgs.). **Escritas e leitura na Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009. p. 143-162.
- ARAGÃO, Heliete Meira Coelho Arruda; VIDIGAL, Sonia Maria Pereira. **Matériais manipulativos para o ensino do Sistema de Numeração Decimal**. Porto Alegre: Penso, 2016.
- ARROJO, Rosemary. Compreender x interpretar e a questão da tradução. \_\_\_\_\_ (Org.). **O Signo desconstruído – implicações para a tradução, a leitura e o ensino**. 2. ed. Campinas: Pontes, 2003. p. 67-70.
- BARGUIL, Paulo Meireles. Cifranava: batizando o conjunto dos algarismos indo-árabicos. In: ANDRADE, Francisco Ari de; GUERRA; Maria Aurea M. Albuquerque; JUVÊNCIO, Vera Lúcia Pontes; FREITAS, Munique de Souza (Orgs.). **Educação e contemporaneidade: questões, debates e experiências**. Curitiba: CRV, 2016. p. 385-411. Disponível em: <[http://www.ledum.ufc.br/arquivos/produtos/capitulos/Cifranava\\_Batizando\\_Conjunto\\_Algarismos\\_Indo-Arabicos.pdf](http://www.ledum.ufc.br/arquivos/produtos/capitulos/Cifranava_Batizando_Conjunto_Algarismos_Indo-Arabicos.pdf)>. Acesso em: 23 fev. 2019.
- \_\_\_\_\_. Cifravanização: leitura e escrita de registros numéricos. In: \_\_\_\_\_. (Org.). **Aprendiz, Docência e Escola: novas perspectivas**. Fortaleza: Impre-  
ce, 2017d. p. 232-358. Disponível em: <[http://www.ledum.ufc.br/arquivos/produtos/capitulos/Cifranavizacao\\_Leitura\\_Escrita\\_Registros\\_Numericos.pdf](http://www.ledum.ufc.br/arquivos/produtos/capitulos/Cifranavizacao_Leitura_Escrita_Registros_Numericos.pdf)>. Acesso em: 23 fev. 2019.
- \_\_\_\_\_. Flex, metáfora da vida: um brinquedo, vários jogos! In: ANDRADE, Francisco Ari de; SOUSA, Alba Patrícia Passos de; OLIVEIRA, Dayana Silva de (Orgs.). **Docência, saberes e práticas**. Curitiba: CRV, 2017b. p. 259-278. Disponível em: <[http://www.ledum.ufc.br/arquivos/produtos/capitulos/Flex\\_Metafora\\_Vida\\_Um\\_Brinquedo\\_Varios\\_Jogos.pdf](http://www.ledum.ufc.br/arquivos/produtos/capitulos/Flex_Metafora_Vida_Um_Brinquedo_Varios_Jogos.pdf)>. Acesso em: 23 fev. 2019.
- \_\_\_\_\_. Flex memo: aprendizagens inesquecíveis! In: ANDRADE, Francisco Ari de; TAHIM, Ana Paula Vasconcelos de Oliveira; CHAVES, Flávio Muniz (Orgs.). **Educação e contemporaneidade: debates e dilemas**. Curitiba: CRV, 2017c. p. 255-276. Disponível em: <[http://www.ledum.ufc.br/arquivos/produtos/capitulos/Flex\\_Memo\\_Aprendizagens\\_Inesqueciveis.pdf](http://www.ledum.ufc.br/arquivos/produtos/capitulos/Flex_Memo_Aprendizagens_Inesqueciveis.pdf)>. Acesso em: 23 fev. 2019.
- \_\_\_\_\_. Matrizes da Provinha Brasil: propostas de revisão à luz do cifranava. In: ANDRADE, Francisco Ari de; SOUSA, Alba Patrícia Passos de; OLIVEIRA, Dayana Silva de (Orgs.). **Docência, saberes e práticas**. Curitiba: CRV, 2017a. p. 237-258. Disponível em: <[http://www.ledum.ufc.br/arquivos/produtos/capitulos/Matrizes\\_Provinha\\_Brasil.pdf](http://www.ledum.ufc.br/arquivos/produtos/capitulos/Matrizes_Provinha_Brasil.pdf)>. Acesso em: 23 fev. 2019.

tos/capitulos/Matrizes\_Provinha\_Brasil\_Propostas\_Revisao\_Luz\_Cifranava.pdf>. Acesso em: 23 fev. 2019.

BARTOLOMÉ, Olga; FREGONA, Dilma. A conta em um problema de distribuição: uma origem possível no ensino dos números naturais. In: PANIZZA, Mabel (Org.). **Ensinar Matemática na Educação Infantil e nas séries iniciais**: análise e propostas. Tradução Antonio Feltrin. 1. ed. reimp. Porto Alegre: Artmed, 2008. p. 77-94.

BIANCHINI, Edwaldo; PACCOLA, Herval. **Sistemas de numeração ao longo da História**. 2. ed. São Paulo: Moderna, 1997.

BOYER, Carl Benjamin; MERZBACH, Uta Caecilia. **História da Matemática**. Tradução Helena Castro. São Paulo: Blucher, 2012.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. **Resolução nº 7, de 14 de dezembro de 2010**. Fixa as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental de 9 (nove) anos. Disponível em: [http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/rceb007\\_10.pdf](http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/rceb007_10.pdf). Acesso em: 21 nov. 2018.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – INEP. **Avaliação Nacional da Alfabetização: edição 2016**. Brasília: INEP, SEB, 2017. Disponível em: [http://download.inep.gov.br/educacao\\_basica/saeb/ana/resultados/2016/resultados\\_ana\\_2016.pdf](http://download.inep.gov.br/educacao_basica/saeb/ana/resultados/2016/resultados_ana_2016.pdf). Acesso em: 11 nov. 2017.

\_\_\_\_\_. **Avaliação Nacional da Alfabetização: relatório 2013-2014: volume II: análise dos resultados**. Brasília: INEP, SEB, 2015. Disponível em: <http://portal.inep.gov.br/documents/186968/484421/Relat%C3%BDrio+ANA+2013-2014+-+An%C3%A1lise+dos+Resultados/e2a3d935-7f59-4aba-bb-51-2d2ee2d89963?version=1.4>. Acesso em: 5 set. 2017.

\_\_\_\_\_. **Guia de elaboração de itens**: Provinha Brasil. Brasília: MEC, INEP, 2012b.

\_\_\_\_\_. **Portaria nº 10, de 24 de abril de 2007**. Brasília: MEC, 2007. Disponível em: [http://download.inep.gov.br/educacao\\_basica/provinha\\_brasil/legislacao/2007/provinha\\_brasil\\_portaria\\_normativa\\_n10\\_24\\_abril\\_2007.pdf](http://download.inep.gov.br/educacao_basica/provinha_brasil/legislacao/2007/provinha_brasil_portaria_normativa_n10_24_abril_2007.pdf). Acesso em: 29 dez. 2014.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Número natural: conceito e representação**. Brasília: FNDE/FUNDESCOLA, 2006.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: aprendizagem do sistema de escrita alfabetica**. Brasília: MEC, SEB, 2012a. Disponível em: [http://pacto.mec.gov.br/images/pdf/Formacao/Ano\\_1\\_Unidade\\_3\\_MIOLO.pdf](http://pacto.mec.gov.br/images/pdf/Formacao/Ano_1_Unidade_3_MIOLO.pdf). Acesso em: 7 abr. 2017.

BRIZUELA, Bárbara M. **Desenvolvimento matemático na criança**: explorando notações. Tradução Maria Adriana Veríssimo Veronese. Porto Alegre: Artmed, 2006.

BRUNER, Jerome. **A Cultura da Educação**. Tradução Marcos A. G. Domingues. Porto Alegre: ArtMed, 2001.

CAGLIARI, Luiz Carlos. **Alfabetização e Linguística**. 10. ed. 14. imp. São Paulo: Scipione, 2007.

CÂNDIDO, Patrícia Terezinha. Comunicação em Matemática. In: SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez (Orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender Matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 15-28.

CARRAHER, Terezinha Nunes. O Desenvolvimento mental e o Sistema Numérico Decimal. In: \_\_\_\_\_ (Org.). **Aprender pensando: contribuições da Psicologia Cognitiva para a Educação**. 18. ed. Petrópolis: Vozes, 2005. p. 51-68.

\_\_\_\_\_. Uma Construção Matemática. **AMAE Educando**, Belo Horizonte, n. 213, p. 20-24, ago. 1990.

CENTURIÓN, Marília. **Conteúdo e metodologia da Matemática: números e operações**. 2. ed. 4. imp. São Paulo: Scipione, 2002.

DANTE, Luiz Roberto. **Formulação e resolução de problemas de Matemática: teoria e prática**. 1. ed. 1. reim. São Paulo: Ática, 2010.

DANYLUK, Ocsana Sônia. **Alfabetização Matemática: o cotidiano da vida escolar**. 2. ed. Caxias do Sul: EDUCS, 1991.

DORNELES, Beatriz Vargas. **Escrita e número: relações iniciais**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, Sílvia Dias Alcântara (Org.). **Aprendizagem em Matemática – registros de representação semiótica**. Campinas: Papirus, 2003. p. 11-33.

\_\_\_\_\_. **Semiósis e pensamento humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais**. Tradução Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

\_\_\_\_\_. **Ver e ensinar matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas**. Organização Tânia Maria Mendonça Campos. Tradução Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011. Vol. 1.

FALCÃO, Luiz Albérico. **Aprendendo a LIBRAS e reconhecendo as diferenças: um olhar reflexivo sobre a inclusão**. 2. ed. Recife: Editora do Autor, 2007.

\_\_\_\_\_. **Surdez, cognição visual e LIBRAS: estabelecendo novos diálogos**. Recife: Editora do Autor, 2010.

FAYOL, Michel. **A Criança e o número: da contagem à resolução de problemas**. Tradução Rosana Severino Di Leone. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

- \_\_\_\_\_. **Numeramento:** aquisição de competências matemáticas. Tradução Marcos Bagno. São Paulo: Parábola Editorial, 2012.
- FERREIRO, Emilia. **Alfabetização em processo.** 12. ed. São Paulo: Cortez, 1998.
- \_\_\_\_\_. **Com Todas as letras.** 14. ed. São Paulo: Cortez, 2007.
- \_\_\_\_\_. **Reflexões sobre alfabetização.** 24. ed. 10. reimp. São Paulo: Cortez, 2004.
- FONSECA, Maria da Conceição Ferreira Reis; CARDOSO, Cleusa de Abreu. Educação Matemática e letramento: textos para ensinar Matemática, Matemática para ler o texto. In: NACARATO, Adair Mendes; LOPES, Celi Espasandin (Orgs.). **Escritas e leitura na Educação Matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2009. p. 63-76.
- FRADE, Isabel Cristina Alves da Silva; VAL, Maria da Graça; BREGUNCI, Maria das Graças de Castro (Orgs.). **Glossário CEALE – termos de Alfabetização, Leitura e Escrita para educadores.** Belo Horizonte: UFMG, 2014. Disponível em: <<http://www.ceale.fae.ufmg.br/app/webroot/glossarioceale/>>. Acesso em: 19 dez. 2014.
- GOLBERT, Clarissa Seligman. **Matemática nas séries iniciais:** o sistema de numeração decimal. 3. ed. Porto Alegre: Mediação, 2011.
- GROSSI, Esther Pillar. **Um novo jeito de ensinar matemática:** sistema de numeração. Porto Alegre: GEEMPA, 2010.
- GUELLI, Oscar. **A invenção dos números.** 9. ed. 8. imp. São Paulo: Ática, 2005.
- HOUAISS, Antônio; VILLAR, Mauro de Salles. **Dicionário Houaiss da língua portuguesa.** Rio de Janeiro: Objetiva, 2009.
- IFRAH, Georges. **História universal dos algarismos:** a inteligência dos Homens contada pelos números e pelo cálculo. Tradução Alberto Munoz e Ana Beatriz Katinsky. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997a. v. 1.
- \_\_\_\_\_. **História universal dos algarismos:** a inteligência dos Homens contada pelos números e pelo cálculo. Tradução Alberto Munoz e Ana Beatriz Katinsky. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997b. v. 2.
- \_\_\_\_\_. **Os Números:** a História de uma grande invenção. Tradução Stella M. de Freitas Senra. 11. ed. 6. reimp. São Paulo: Globo, 2009.
- IMENES, Luiz Márcio. **A Numeração indo-árabica.** 7. ed. 6. imp. São Paulo: Scipione, 2002.
- KAMII, Constance. **A Criança e o número.** Tradução Regina A. de Assis. 11. ed. Campinas: Papirus, 1990.
- KAMII, Constance; DECLARK, Georgia. **Reinventando a aritmética:** implicações da teoria de Piaget. Tradução Elenisa Curt, Marina Célia M. Dias, Maria do Carmo D. Mendonça. 12. ed. Campinas: Papirus, 1996.

KRULIK, Stephen; REYS, Robert E. (Orgs.). **A Resolução de problemas na matemática escolar**. Tradução Hygino Domingues e Olga Corbo. 6. reimp. São Paulo: Atual, 1997.

LEHRER, Richard. Prefácio. In: BRIZUELA, Bárbara M. **Desenvolvimento matemático na criança: explorando notações**. Tradução Maria Adriana Veríssimo Veronese. Porto Alegre: Artmed, 2006. p. 13-15.

LERNER, Delia; SADOVSKY, Patricia. O sistema de numeração: um problema didático. In: PARRA, Cecília; SAIZ, Irmã [et al] (Orgs.). **Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas**. Tradução Juan Acuña Llorens. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 73-155.

LOPES, Celi Aparecida Espasadin; NACARATO, Adair Mendes (Orgs.). **Es- critas e leituras na Educação Matemática**. 1. ed. 1. reimp. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

LORENZATO, Sergio. **Educação infantil e percepção Matemática**. Campinas: Editores Associados, 2006.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e Língua Materna**: análise de uma impregnação mútua. São Paulo: Cortez, 1998.

MAIA, Viviane. **Funções neuropsicológicas e desempenho matemático: um estudo com crianças da 2<sup>a</sup> série**. 2010. 68 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, UFRGS, Porto Alegre, 2010. Disponível em: <<https://lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/25846/000754929.pdf?sequence=1&isAllowed=y>>. Acesso em: 02 mar. 2019.

MENDES, Iran Abreu. **Números: o simbólico e o racional na História**. São Paulo: Livraria da Física, 2006.

MONTEIRO, Priscila. **As Crianças e o conhecimento matemático: experiências de exploração e ampliação de conceitos e relações matemáticas**. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/docman/dezembro-2010-pdf/7160-2-8-criancas-cconhecimento-priscila-monteiro/file>>. Acesso em: 26 dez. 2015.

MORENO, Beatriz Ressia de. O ensino do número e do sistema de numeração na educação infantil e na 1<sup>a</sup> série. In: PANIZZA, Mabel (Org.). **Ensinar Matemática na Educação Infantil e nas séries iniciais: análise e propostas**. Tradução Antonio Feltrin. 1. ed. reimp. Porto Alegre: Artmed, 2008. p. 43-76.

MORO, Maria Lucia Faria. Apresentação à edição brasileira. **A produção de notações na criança: linguagem, número, ritmos e melodias**. Tradução Maria Lucia F. Moro. São Paulo: Cortez Autores Associados, 1990. p. 07-10.

MUNIZ, Cristiano Alberto; SANTANA, Eurivalda Ribeiro dos Santos; MAGINA, Sandra Maria Pinto; FREITAS, Sueli Brito Lira de. Papéis do brincar e do jogar na aprendizagem do SND. In: BRASIL. Ministério da Educação. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Construção do Sistema de Numeração**

- Decimal. Brasília: MEC, SEB, 2014. p. 38-46. Disponível em: <[http://www.ledum.ufc.br/PNAIC\\_MAT\\_03\\_Construcao\\_SND.pdf](http://www.ledum.ufc.br/PNAIC_MAT_03_Construcao_SND.pdf)>. Acesso em: 23 fev. 2019.
- NACARATO, Adair Mendes; MENGALI, Brenda Leme da Silva; PASSOS, Carmen Lúcia Brancaglion. **A Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender.** 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.
- NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. **Crianças fazendo matemática.** Tradução Sandra Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.
- PIAGET, Jean. **A formação do símbolo na criança.** Rio de Janeiro: Zahar, 1978.
- PILLAR, Analice Dutra. **Desenho e escrita como sistemas de representação.** 2. ed. rev. ampl. Porto Alegre: Penso, 2012.
- PIRES, Flávio de Sousa; BERTINI, Luciane de Fatima; PRATES, Uaiana. Aprendizagem em Matemática: uma perspectiva através da linguagem. In: MARTINS, Maria Silvia Cintra (Org.). **Letramentos em Língua Materna e Matemática.** São Carlos: LEETRA, 2014. p. 40-44.
- QUARANTA, María Emilia; TARASOW, Paola; WOLMAN, Susana. Abordagens parciais à complexidade do sistema de numeração: progressos de um estudo sobre as interpretações numéricas. In: PANIZZA, Mabel (Org.). **Ensinar Matemática na Educação Infantil e nas séries iniciais: análise e propostas.** Tradução Antonio Feltrin. 1. ed. reimp. Porto Alegre: Artmed, 2008. p. 95-109.
- RANGEL, Ana Cristina Souza. **Educação Matemática e a construção do número pela criança:** uma experiência em diferentes contextos sócio-ecônómicos. Porto Alegre: Artmed, 1992.
- RODRIGUES, Aroldo Eduardo Athias. **Sistemas de numeração:** evolução histórica, fundamentos e sugestões para o ensino. 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Instituto de Ciências da Educação, Universidade Federal do Oeste do Pará, Santarém, 2013. Disponível em: <[https://sca.profmat-sbm.org.br/tcc\\_get.php?cpf=77388321268&d=20160103121518&h=6b2ad96f42f0b75f65440c5a29ed60f62da0d80f](https://sca.profmat-sbm.org.br/tcc_get.php?cpf=77388321268&d=20160103121518&h=6b2ad96f42f0b75f65440c5a29ed60f62da0d80f)>. Acesso em: 03 jan. 2016.
- ROSA NETO, Ernesto. Número ou numeral? **Revista do Professor de Matemática,** São Paulo, n. 44, p. 41-43, 2000. Disponível em: <[http://www.edutores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/veiculos\\_de\\_comunicacao/RPM/RPM44/RPM44\\_09.PDF](http://www.edutores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/veiculos_de_comunicacao/RPM/RPM44/RPM44_09.PDF)>. Acesso em: 30 jun. 2015.
- SANTANA, Eurivalda Ribeiro dos Santos; AMARO, Fernanda de Oliveira Soares Taxa; LUNA, Ana Virgínia Almeida; BORTOLOTI, Roberta D'Angela Menduni. **Alfabetização Matemática:** manual do professor. Salvador: Secretaria da Educação, 2013.
- SCRIPTORI, Carmen Campoy. **Pressupostos para o trabalho docente com matemática na Educação Infantil.** Disponível em: <<http://www.acervodigital.unesp.br/bitstream/123456789/454/1/01d14t11.pdf>>. Acesso em: 25 dez. 2014.

SIMONETTI, Amália. **Proposta didática para alfabetizar letrando: caderno de registro.** Fortaleza, SEDUC, 2016a.

\_\_\_\_\_. **Proposta didática para alfabetizar letrando: caderno do professor.** Fortaleza, SEDUC, 2016b.

SINCLAIR, Anne; MELLO, D.; SIEGRIST, F. A notação numérica na criança. SINCLAIR, Hermine (Org.). **A produção de notações na criança: linguagem, número, ritmos e melodias.** Tradução Maria Lucia F. Moro. São Paulo: Cortez: Autores Associados, 1990. p. 71-96.

SINCLAIR, Hermine (Org.). **A produção de notações na criança: linguagem, número, ritmos e melodias.** Tradução Maria Lucia F. Moro. São Paulo: Cortez: Autores Associados, 1990a.

SINCLAIR, Hermine. Introdução. \_\_\_\_\_ (Org.). **A produção de notações na criança: linguagem, número, ritmos e melodias.** Tradução Maria Lucia F. Moro. São Paulo: Cortez: Autores Associados, 1990b . p. 13-18.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Inez (Orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas:** habilidades básicas para aprender Matemática. Porto Alegre: ARTMED, 2001.

SPINILLO, Alina Galvão. O sentido de número e sua importância na Educação Matemática. In: BRITO, Márcia Regina Ferreira de (Org.). **Solução de problemas e a Matemática escolar.** Campinas: Alínea, 2006. p. 83-111.

TEIXEIRA, Leny Rodrigues Martins. Interpretação da numeração escrita. In: BRITO, Márcia Regina Ferreira de (Org.). **Solução de problemas e a Matemática escolar.** 2. ed. Campinas: Alínea, 2010. p. 113-133.

TEIXEIRA, Maria de Fátima. Atividades significativas para a construção do número nas séries iniciais. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, ano 10, n. 15, p. 39-46, dez. 2003.

TIGGEMANN, Iara Suzana. Pontos de encontro entre os sistemas notacionais alfabetico e numérico. **Rev. psicopedag.**, São Paulo, v. 27, n. 83, p. 288-297, 2010. Disponível em: <[http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0103-84862010000200014&lng=pt&nrm=iso](http://pepsic.bvsalud.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-84862010000200014&lng=pt&nrm=iso)>. Acesso em: 25 dez. 2014.

VARGENS, João Baptista M. **Léxico Português de origem árabe:** subsídios para os estudos de filologia. Rio Bonito: Almádena, 2007.

VERGNAUD, Gerard. **A Criança, a Matemática e a realidade:** problemas do ensino da Matemática na escola elementar. Tradução Maria Lucia Faria Moro. Curitiba: Ed. da UFPR, 2009.

VIANNA, Carlos Roberto. Relações entre o Sistema de Escrita Alfabetica (SEA) e o Sistema de Numeração Decimal (SND): algumas reflexões. In: BRASIL. Ministério da Educação. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa:** Construção do Sistema de Numeração Decimal. Brasília: MEC, SEB, 2014. p. 06-09.

Disponível em: <[http://www.ledum.ufc.br/PNAIC\\_MAT\\_03\\_Construcao\\_SND.pdf](http://www.ledum.ufc.br/PNAIC_MAT_03_Construcao_SND.pdf)>. Acesso em: 23 fev. 2019.

VIANNA, Carlos Roberto; GRECA, Lizmari Crestiane Merlin; SILVA, Rosane Aparecida Favoreto da. Quem são eles? Os alunos da minha sala de aula? In: BRASIL. Ministério da Educação. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Educação Inclusiva**. Brasília: MEC, SEB, 2014. p. 21-54. Disponível em: <[http://www.ledum.ufc.br/PNAIC\\_MAT\\_Educacao\\_Inclusiva.pdf](http://www.ledum.ufc.br/PNAIC_MAT_Educacao_Inclusiva.pdf)>. Acesso em: 23 fev. 2019.

VYGOTSKY, Lev Semenovich. **A Formação social da mente**. Tradução: José Cipolla Neto, Luis Silveira M. Barreto e Solange Castro Afeche. 4. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

ZUNINO, Delia Lerner de. **A Matemática na escola: aqui e agora**. Tradução Juan Acuña Llorens. 2. ed. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.