



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
FACULDADE DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
DOUTORADO EM EDUCAÇÃO

RENATO CARNEIRO DA SILVA

SABERES E PRÁTICAS DE DOCENTES QUE ATUAM NO
5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL SOBRE AS OPERAÇÕES
DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO À LUZ DA CIFRANAVIZAÇÃO

FORTALEZA

2021

RENATO CARNEIRO DA SILVA

SABERES E PRÁTICAS DE DOCENTES QUE ATUAM NO
5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL SOBRE AS OPERAÇÕES
DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO À LUZ DA CIFRANAVIZAÇÃO

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Educação.

Linha de Pesquisa: Educação, Currículo e Ensino
Eixo Temático: Aprendiz, Docência e Escola

Orientador: Prof. Dr. Paulo Meireles Barguil

FORTALEZA

2021

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Federal do Ceará
Biblioteca Universitária

Gerada automaticamente pelo módulo Catalog, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

S583s Silva, Renato Carneiro da.

Saberes e práticas de docentes que atuam no 5º ano do ensino fundamental sobre as operações de adição e subtração à luz da cifranavização / Renato Carneiro da Silva. – 2021.

497 f. : il. color.

Tese (doutorado) – Universidade Federal do Ceará, Faculdade de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, Fortaleza, 2021.

Orientação: Prof. Dr. Paulo Meireles Barguil .

1. Cifranavização. 2. Algoritmos. 3. Adição. 4. Subtração. 5. Formação de professores. I. Título.

CDD 370

RENATO CARNEIRO DA SILVA

SABERES E PRÁTICAS DE DOCENTES QUE ATUAM NO
5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL SOBRE AS OPERAÇÕES
DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO À LUZ DA CIFRANAVIZAÇÃO

Tese de Doutorado apresentada ao
Programa de Pós-Graduação em Educação
da Faculdade de Educação da Universidade
Federal do Ceará, como requisito parcial à
obtenção do título de Doutor em Educação.

Orientador: Prof. Dr. Paulo Meireles Barguil

Aprovada em: 26 / 02 / 2021

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Paulo Meireles Barguil (Orientador)
Universidade Federal do Ceará – UFC

Prof.^a Dr.^a Adriana Eufrásio Braga
Universidade Federal do Ceará – UFC

Prof. Dr. Jorge Carvalho Brandão
Universidade Federal do Ceará – UFC

Prof. Dr. Antônio Luiz Oliveira Barreto
Universidade Estadual do Ceará – UECE

Prof.^a Dr.^a Marcília Chagas Barreto
Universidade Estadual do Ceará – UECE

À minha mãe,
que me educou com ensinamentos diários sobre a escola da vida,
Antônia Carneiro da Silva, minha inspiração.

AGRADECIMENTOS

Os caminhos percorridos para a finalização de uma Tese são muitos. É preciso olhar com calma para essa trajetória e analisar o quanto foi difícil, mas também gratificante, receber o carinho e o apoio de cada pessoa que esteve presente em minha vida durante esses momentos.

Obrigado a Deus, por sua infinita misericórdia e manifestações.

Agradeço a minha mãe, Antônia Carneiro da Silva, por não deixar eu desistir. Acreditar em mim e no meu potencial foram determinantes para que o filho da costureira, que fez até a 4ª série, tornar-se Doutor. Pode falar orgulhosa, Donha Toinha, que seu filho terminou o doutorado na UFC.

Ao meu orientador, Paulo Meireles Barguil, com quem estou aprendendo, desde 2008, sobre a docência, os desafios e as felicidades que a vida e o compromisso com a Educação impõem. Obrigado por nesses 13 anos ter sido minha referência de profissional, de competência e de disponibilidade. Posso dizer que tive um orientador extraordinário. Obrigado pelas oportunidades que você me deu ao longo desse caminho, sem elas, dificilmente, eu teria me tornado o profissional e o ser humano que sou hoje. A você, Paulo, todo o meu carinho. Que o Universo continue sendo bastante generoso com você.

E a Tese? Meus amigos, quando nos encontrávamos, indagavam. Hoje, respondo: *Acabou, gente!* Sem vocês, esse período teria sido insuportável.

Dhenis, Mayara, João Caetano, Cláudio e Samara, nossas cervejas, cafés e reflexões sobre a vida voltarão à normalidade. Obrigado por me ensinarem que *amar e mudar as coisas me interessa mais*. Obrigado por serem suporte, casa e carinho durante minha jornada pessoal e acadêmica. Vocês acreditam em mim e essa é a maior prova de amor que eu posso ter.

Bruno, Juliana, Leandro e Luísa, obrigado pelas orientações e risadas. Com vocês, a vida tem sabor de bolo mole com café da tia Neta. Amigo a gente guarda. Obrigado por todo amor a mim dispensado e por entenderem a ausência dos últimos dias.

Lenice, quanto carinho e respeito há em nossa amizade. Minha vida é bem melhor por ter você. Que a alegria dos nossos encontros e nossas risadas estejam sempre conosco. Obrigado por sempre estar preocupada sobre como eu e a Tese estávamos.

Isaac, meu amigo querido, obrigado por se preocupar comigo e por sempre dar um jeito quando preciso. Você é uma preciosidade. Obrigado por ter orgulho de mim. A tese saiu!

Aline, o maior presente que o PPGEB poderia me proporcionar. Com você, vivi os maiores perrengues e alegrias dessa jornada. Sua vida é exemplo e inspiração. Obrigado por ter sempre uma palavra de carinho. A vida é um samba e a gente vai comemorar, quando pudermos, com aquilo que sabemos fazer de melhor: desfrutando a companhia um do outro.

Juliana e Ítalo, nossas estradas vividas por Sobral-Fortaleza representam o amparo que todo estudante de Pós-Graduação precisa ter. Obrigado por me ensinarem a problematizar a realidade. Mais que amigos, foram meu lar. Vocês também fazem parte dessa história.

Higo, obrigado por ser cedido espaço, carinho, atenção e escuta. Você tem me ensinado diariamente como ser um ser humano melhor. Sua companhia é leve. Obrigado pelas risadas e preocupações. Acabei a Tese!

Karina, Victor, Isabel e Nara, nossa história é a cara dessa tese. A finalização desse trabalho jamais poderia ser contada sem a participação de vocês. Obrigado pelo amparo, pelo carinho. Desculpa pelos convites recusados.

Às minhas amigas do curso de Pedagogia da UFC, Katy, Lara e Régia, o ano era 2005 e a gente não tinha a menor ideia do que estávamos fazendo. A vida nos presenteou com muitas alegrias. Obrigado pelo carinho e pelos encontros. Essa conquista é para e de vocês.

Obrigado aos professores doutores: Adriana Eufrásio Braga, Antônio Luiz Oliveira Barreto, Jorge Carvalho Brandão e Marcília Chagas Barreto. Suas contribuições foram essenciais para o aperfeiçoamento dessa pesquisa.

Obrigado aos professores e professoras participantes da pesquisa. Sem a generosidade e o empenho de vocês esse trabalho não teria acontecido.

Obrigado à minha família: tias, primos, primas, irmão, sobrinhas, cunhada. Espero que essa conquista sirva e inspire. Vocês são incríveis.

Agradeço ao Laboratório de Educação Matemática – LEDUM, um espaço de desenvolvimento de educadores matemáticos, onde cultivei amizades e compartilhei alegrias e conhecimento. Avante, Aline, Sandra, Cristiane, Priscila!

Obrigado à CAPES pelo apoio financeiro, sem o qual não se faz Ciência.

Escola é ...

o lugar que se faz amigos.
Não se trata só de prédios, salas, quadros, Programas, horários, conceitos...
Escola é sobretudo, gente
Gente que trabalha, que estuda
Que alegre, se conhece, se estima.
O Diretor é gente,
O coordenador é gente,
O professor é gente,
O aluno é gente,
Cada funcionário é gente.
E a escola será cada vez melhor
Na medida em que cada um se comporte
Como colega, amigo, irmão.
Nada de “ilha cercada de gente por todos os lados”
Nada de conviver com as pessoas e depois,
Descobrir que não tem amizade a ninguém.
Nada de ser como tijolo que forma a parede,
Indiferente, frio, só.
Importante na escola não é só estudar, não é só trabalhar,
É também criar laços de amizade,
É criar ambiente de camaradagem,
É conviver, é se “amarrar nela”!
Ora é lógico...
Numa escola assim vai ser fácil!
Estudar, trabalhar, crescer, Fazer amigos, educar-se, ser feliz.
É por aqui que podemos começar a melhorar o mundo.
(Paulo Freire)

RESUMO

A habilidade de realizar cálculos é necessária para resolver muitas situações do cotidiano, bem como no aprendizado de várias Ciências. O termo cifranavização indica o processo pelo qual o sujeito aprende a notação numérica, bem como de realizar as operações fundamentais. Muitas crianças ainda concluem o 5º ano do Ensino Fundamental sem resolverem corretamente contas simples de adição e de subtração. Esse cenário está relacionado às práticas inadequadas, dentre as quais, destaca-se o ensino centrado no algoritmo com explicações baseadas em “vai um” e “pede emprestado”, sem que os estudantes as compreendam, pois elas estão relacionadas às características do chamado Sistema de Numeração Decimal – SND, de modo especial ao valor posicional. Diante do exposto, indagamos: como o professor explica os algoritmos de adição e subtração? Como os professores interpretam as resoluções das representações numéricas de contas de adição e subtração de discentes do 5º ano do Ensino Fundamental; Quais são as contribuições da reflexão proporcionada por uma formação continuada sobre a prática para ampliar os saberes docentes sobre o ensino e a aprendizagem das operações de adição e subtração? Os objetivos desta pesquisa são: Geral – Analisar a contribuição de encontros formativos para a ampliação dos saberes de docentes do 5º ano do Ensino Fundamental no ensino das operações de adição e subtração. Específicos: i) Analisar as estratégias didáticas de docentes do 5º ano do Ensino Fundamental no ensino das operações de adição e subtração; ii) Interpretar as resoluções das representações numéricas de contas de adição e subtração de discentes do 5º ano do Ensino Fundamental; iii) Analisar como os professores interpretam as resoluções das representações numéricas de contas de adição e subtração de discentes do 5º ano do Ensino Fundamental; e iv) Avaliar as contribuições pedagógicas do diagnóstico de conhecimentos discentes na prática profissional de docentes 5º ano do Ensino Fundamental no ensino das operações de adição e subtração. Os recursos e as técnicas utilizadas na coleta de dados desta pesquisa de cunho qualitativo foram: encontros formativos, observação de aulas, diário de campo, diagnóstico dos conhecimentos discentes e entrevista. A pesquisa teve 4 etapas: i) encontros formativos e observação de aulas; ii) diagnóstico dos conhecimentos dos estudantes; iii) encontros formativos, via internet, com os professores para análise e interpretação dos resultados do diagnóstico dos estudantes; e iv) entrevista. Durante as aulas observadas, constatamos que as estratégias didáticas docentes no ensino de adição e subtração possuíam aspectos do ensino tradicional da Matemática, as quais tinham o quadro, o pincel e o livro didático como únicos recursos. Presenciamos equívocos durante a explicação das operações de adição e de subtração. Um instrumento diagnóstico com 8 contas (4 de adição e 4 de subtração), com numerais de 2 a 5 ordens e envolvendo agrupamento e desagrupamento, foi aplicado, no começo do ano letivo, e respondido por 83 estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental de 3 turmas. O percentual de acertos nas contas de adição foi 58,1% e nas de subtração foi 13,3%. O erro mais frequente nas resoluções das representações numéricas das contas de adição foi Erro na contagem dos algarismos, seja sem agrupamento e com agrupamento. O erro mais frequente nas resoluções das representações numéricas das contas de subtração foi Erro na operação dos algarismos, com o estudante subtraindo o (menor) algarismo do subtraendo do (maior) algarismo do minuendo. Os 3 (três) professores participantes da pesquisa relataram que as dificuldades nas resoluções dos estudantes decorrem da não compreensão das características do SC e que a utilização do Quadro Valor de Lugar (QVL) pode auxiliá-los na superação de muitos dos erros cometidos, notadamente quanto à compreensão do valor posicional. Os docentes declararam também que uma análise cuidadosa do diagnóstico de conhecimentos discentes, mapeando quantitativa e qualitativamente os erros, orientando a proposição de intervenções pedagógicas adequadas à realidade, favorecendo a aprendizagem dos estudantes. Concluímos que os encontros formativos contribuíram para a ampliação dos saberes docentes, em especial de conceitos referentes à aprendizagem e ao ensino da adição e da subtração.

Palavras-Chave: cifranavização; algoritmos; adição; subtração; formação de professores.

ABSTRACT

The ability to perform calculations is necessary for solving many everyday situations, as well as for learning various Sciences. The term *ciphernavaring* indicates the process by which the subject learns numerical notation, as well as performing fundamental operations. Many children still complete the 5th year of Elementary School without correctly solving simple addition and subtraction maths. This scenario is related to inadequate practices, among which, the teaching centered on the algorithm stands out with explanations based on “go one” and “borrow”, without students understanding them, as they are related to the characteristics of the so-called System. of Decimal Numbering – SND, especially to the place value. Given the above, we ask: how does the teacher explain the addition and subtraction algorithms? How do teachers interpret the resolutions of numerical representations of addition and subtraction accounts of students from the 5th year of Elementary School; What are the contributions of reflection provided by continuing education on practice to expand teaching knowledge about teaching and learning the operations of addition and subtraction? The objectives of this research are: General – To analyze the contribution of formative meetings to the expansion of knowledge of teachers of the 5th year of Elementary School in the teaching of addition and subtraction operations. Specific: i) To analyze the teaching strategies of teachers of the 5th year of Elementary School in the teaching of addition and subtraction operations; ii) Interpret the resolutions of numerical representations of addition and subtraction accounts of students of the 5th year of Elementary School; iii) Analyze how teachers interpret the resolutions of numerical representations of addition and subtraction accounts of students in the 5th year of Elementary School; and iv) Evaluate the pedagogical contributions of the diagnosis of student knowledge in the professional practice of teachers in the 5th year of Elementary School in the teaching of addition and subtraction operations. The resources and techniques used in the data collection of this qualitative research were: training meetings, class observation, field diary, diagnosis of student knowledge and interview. The research had 4 stages: i) formative meetings and class observation; ii) diagnosis of students' knowledge; iii) training meetings, via internet, with professors to analyze and interpret the results of the students' diagnosis; and iv) interview. During the observed classes, we found that the teaching strategies in teaching addition and subtraction had aspects of traditional mathematics teaching, which had the blackboard, brush and textbook as the only resources. We witness mistakes during the explanation of addition and subtraction operations. A diagnostic instrument with 8 beads (4 addition and 4 subtraction), with numerals from 2 to 5 orders and involving grouping and ungrouping, was applied at the beginning of the school year, and answered by 83 students from the 5th year of Elementary School of 3 classes. The percentage of correct answers in the addition accounts was 58.1% and in the subtraction accounts it was 13.3%. The most frequent error in the resolution of the numerical representations of the addition accounts was Error in counting the digits, either without grouping or with grouping. The most frequent error in solving the numerical representations of the subtraction accounts was Error in the operation of the digits, with the student subtracting the (smallest) digit of the subtrahend from the (larger) digit of the minuend. The 3 (three) teachers participating in the research reported that the students' difficulties in solving problems stem from the lack of understanding of the SC characteristics and that the use of the Place Value Table (QVL) can help them to overcome many of the mistakes made, notably regarding the understanding of place value. Teachers also stated that a careful analysis of the diagnosis of student knowledge, quantitatively and qualitatively mapping errors, guiding the proposition of pedagogical interventions appropriate to reality, favoring student learning. We conclude that the formative meetings contributed to the expansion of teaching knowledge, especially concepts related to learning and teaching addition and subtraction.

Keywords: *ciphernavaring*; algorithms; addition; subtraction; teacher training.

RIPRENDERE

La capacità di eseguire calcoli è necessaria per risolvere molte situazioni quotidiane, nonché per apprendere varie scienze. Con il termine cifranavizzazione si indica il processo mediante il quale il soggetto apprende la notazione numerica, oltre a compiere operazioni fondamentali. Molti bambini completano ancora il quinto anno di scuola elementare senza risolvere correttamente semplici calcoli di addizione e sottrazione. Questo scenario è legato a pratiche inadeguate, tra le quali spicca la didattica incentrata sull'algoritmo con spiegazioni basate su "vai uno" e "prende in prestito", senza che gli studenti le capiscano, in quanto legate alle caratteristiche del cosiddetto Sistema di numerazione decimale – SND, in particolare al valore posizionale. Alla luce di quanto sopra, ci chiediamo: come spiega l'insegnante gli algoritmi di addizione e sottrazione? Come interpretano i docenti le risoluzioni delle rappresentazioni numeriche dei conti di addizione e sottrazione degli studenti del 5° anno di Scuola Elementare; Quali sono i contributi di riflessione forniti dalla formazione continua sulla pratica per ampliare le conoscenze didattiche sull'insegnamento e l'apprendimento delle operazioni di addizione e sottrazione? Gli obiettivi di questa ricerca sono: Generale – Analizzare il contributo degli incontri formativi all'ampliamento delle conoscenze dei docenti del 5° anno della Scuola Elementare nell'insegnamento delle operazioni di addizione e sottrazione. Specifico: i) Analizzare le strategie didattiche dei docenti del 5° anno della Scuola Elementare nell'insegnamento delle operazioni di addizione e sottrazione; ; ii) interpretare le risoluzioni delle rappresentazioni numeriche dei conti addizione e sottrazione degli studenti del 5° anno di Scuola Elementare; iii) Analizzare come gli insegnanti interpretano le risoluzioni delle rappresentazioni numeriche dei conti di addizione e sottrazione degli studenti del 5° anno di Scuola Elementare; e iv) Valutare i contributi pedagogici della diagnosi delle conoscenze degli studenti nella pratica professionale degli insegnanti del 5° anno della Scuola Elementare nell'insegnamento delle operazioni di addizione e sottrazione. Le risorse e le tecniche utilizzate nella raccolta dei dati di questa ricerca qualitativa sono state: incontri di formazione, osservazione in classe, diario sul campo, diagnosi delle conoscenze degli studenti e colloquio. La ricerca si è articolata in 4 fasi: i) incontri formativi e osservazione in classe; ii) diagnosi delle conoscenze degli studenti; iii) incontri formativi, via internet, con docenti per analizzare e interpretare i risultati della diagnosi degli studenti; e iv) colloquio. Durante le lezioni osservate, abbiamo scoperto che le strategie di insegnamento nell'insegnamento dell'addizione e della sottrazione avevano aspetti dell'insegnamento tradizionale della matematica, che aveva la lavagna, il pennello e il libro di testo come uniche risorse. Assistiamo a errori durante la spiegazione delle operazioni di addizione e sottrazione. All'inizio dell'anno scolastico è stato applicato uno strumento diagnostico a 8 grani (4 addizioni e 4 sottrazioni), con numerazioni da 2 a 5 ordini e di raggruppamento e disaggregazione, a cui hanno risposto 83 studenti della 5a elementare di 3 classi. La percentuale di risposte corrette nei conti addizione era del 58,1% e nei conti di sottrazione era del 13,3%. L'errore più frequente nella risoluzione delle rappresentazioni numeriche dei conti addizionali è stato Errore nel conteggio delle cifre, sia senza raggruppamento che con raggruppamento. L'errore più frequente nella risoluzione delle rappresentazioni numeriche dei conti di sottrazione è stato Errore nel funzionamento delle cifre, con lo studente che sottrae la cifra (più piccola) del sottraendo dalla cifra (più grande) del minuendo. I 3 (tre) docenti partecipanti alla ricerca hanno riferito che le difficoltà degli studenti nel risolvere i problemi derivano dalla mancata comprensione delle caratteristiche del SC e che l'uso della Place Value Table (QVL) può aiutarli a superare molti degli errori fatto, in particolare per quanto riguarda la comprensione del valore del posto. I docenti hanno anche affermato che un'attenta analisi della diagnosi delle conoscenze degli studenti, mappando quantitativamente e qualitativamente gli errori, guidando la proposizione di interventi pedagogici adeguati alla realtà, favorendo l'apprendimento degli studenti. Concludiamo che gli incontri formativi hanno contribuito all'espansione delle conoscenze didattiche, in particolare dei concetti relativi all'apprendimento e all'insegnamento dell'addizione e sottrazione.

Parole chiave: cifranavizzazione; algoritmi; aggiunta; sottrazione; formazione degli insegnanti.

LISTA DE IMAGENS

Imagem 01 – Algoritmo da subtração	30
Imagem 02 – Ábaco	31
Imagem 03 – Tapetinho de 4 ordens	32
Imagem 04 – Quadro Valor de Lugar – QVL.....	33
Imagem 05 – Oficina de construção do QVL (2015)	38
Imagem 06 – Atividade proposta no Caderno de Matemática (2018)	47
Imagem 07 – Tipos de registro e variadas representações do número 5.....	78
Imagem 08 – Reprodução errada da proposta.....	103
Imagem 09 – Erro de contagem.....	103
Imagem 10 – Erro na organização espacial.....	104
Imagem 11 – Erro ao somar ou subtrair o zero.....	104
Imagem 12 – Erro ao utilizar reagrupamentos.....	105
Imagem 13 – Operação invertida.....	105
Imagem 14 – Reprodução errada da proposta.....	141
Imagem 15 – Erro na contagem.....	141
Imagem 16 – Erro na organização espacial.....	142
Imagem 17 – Erro ao somar ou subtrair o zero.....	142
Imagem 18 – Erro ao utilizar reagrupamentos.....	143
Imagem 19 – Operação invertida.....	143
Imagem 20 – Representação final da resolução da conta 512 - 325.....	159
Imagem 21 – Representação final da resolução da conta 8.132 - 4.267.....	161
Imagem 22 – Situações com adição e subtração de um livro didático.....	163
Imagem 23 – Atividade do livro didático.....	165
Imagem 24 – Erro D2 na 1ª ordem (FE19)	180
Imagem 25 – Erros D2 na 4ª ordem e D4 na 3ª ordem (FE05)	180

Imagem 26 – Erro D4 na 2ª ordem (FE21)	180
Imagem 27 – Erro D4 na 2ª ordem (FE10)	180
Imagem 28 – Imagem 28 – Erro B4 (HE17)	180
Imagem 29 – Imagem 29 – Erro B7 (FE10)	180
Imagem 30 – Erro H1 nas 3ª e 4ª ordens (FE06)	181
Imagem 31 – Erros H1 na 4ª ordem, G3 na 3ª ordem e B7 (FE22)	181
Imagem 32 – Erro F1 (HE25)	181
Imagem 33 – Erro F1 na 2ª e na 5ª ordem (NE05)	181
Imagem 34 – Erro C4 e G1 (NE12)	182
Imagem 35 – Erros D2 e G3 (NE02)	182
Imagem 36 – Erro D8 (FE03)	182
Imagem 37 – Erro D8 (FE02)	182
Imagem 38 – Erro D5 (NE04)	182
Imagem 39 – Erro D7 (NE02)	182
Imagem 40 – Erro C2 (FE24)	183
Imagem 41 – Erro C3 (NE23)	183
Imagem 42 – Erro G4 (NE19)	183
Imagem 43 – Erro G5 (NE27)	183
Imagem 44 – Erro B7 (HE26)	184
Imagem 45 – Erro B7 (HE03)	184
Imagem 46 – Erro F2 (NE05)	184
Imagem 47 – Erro F2 (HE05)	184
Imagem 48 – FE02 conta a	187
Imagem 49 – FE04 conta c.....	188
Imagem 50 – FE05 conta c.....	188
Imagem 51 – FE06 conta c.....	189

Imagem 52 – FE09	conta a.....	189
Imagem 53 – FE10	conta c.....	189
Imagem 54 – FE13	conta a.....	190
Imagem 55 – FE13	conta c.....	190
Imagem 56 – FE01	conta b.....	191
Imagem 57 – FE01	conta d.....	192
Imagem 58 – FE04	conta b.....	192
Imagem 59 – FE07	conta b.....	192
Imagem 60 – FE10	conta d.....	193
Imagem 61 – FE16	conta b.....	193
Imagem 62 – FE17	conta d.....	193
Imagem 63 – FE19	conta b.....	194
Imagem 64 – FE19	conta d.....	194
Imagem 65 – FE22	conta d.....	194
Imagem 66 – FE23	conta d.....	195
Imagem 67 – FE25	conta b.....	195
Imagem 68 – HE03	conta a.....	197
Imagem 69 – HE04	conta a.....	198
Imagem 70 – HE04	conta c.....	198
Imagem 71 – HE06	conta a.....	198
Imagem 72 – HE07	conta c.....	199
Imagem 73 – HE13	conta a.....	199
Imagem 74 – HE14	conta c.....	200
Imagem 75 – HE25	conta c.....	200
Imagem 76 – HE01	conta b.....	201
Imagem 77 – HE01	conta d.....	201

Imagem 78 – HE02 conta b.....	202
Imagem 79 – HE02 conta d.....	202
Imagem 80 – HE05 conta d.....	202
Imagem 81 – HE06 conta b.....	203
Imagem 82 – NE01 conta a.....	205
Imagem 83 – NE02 conta a.....	205
Imagem 84 – NE03 conta c.....	206
Imagem 85 – NE04 conta a.....	206
Imagem 86 – NE05 conta a.....	207
Imagem 87 – NE13 conta a.....	207
Imagem 88 – NE15 conta a.....	208
Imagem 89 – NE15 conta c.....	208
Imagem 90 – NE16 conta c.....	208
Imagem 91 – NE20 conta a.....	209
Imagem 92 – NE23 conta c.....	209
Imagem 93 – NE01 conta b.....	209
Imagem 94 – NE01 conta d.....	210
Imagem 95 – NE02 conta b.....	210
Imagem 96 – NE02 conta d.....	211
Imagem 97 – NE03 conta b.....	211
Imagem 98 – NE03 conta d.....	211
Imagem 99 – NE04 conta b.....	212
Imagem 100 – NE05 conta d.....	212
Imagem 101 – NE08 conta b.....	213
Imagem 102 – NE09 conta b.....	214
Imagem 103 – NE12 conta d.....	214

Imagem 104 – NE14 conta d.....	214
Imagem 105 – NE15 conta b.....	215
Imagem 106 – NE16 conta b.....	215
Imagem 107 – NE16 conta d.....	215
Imagem 108 – NE27 conta b.....	216

LISTA DE QUADROS

Quadro 01	– Conteúdos matemáticos das formações em 2016.....	42
Quadro 02	– Conteúdos matemáticos das formações em 2017.....	44
Quadro 03	– Conteúdos matemáticos das formações em 2018.....	46
Quadro 04	– Conteúdos matemáticos das formações em 2019.....	50
Quadro 05	– Elementos conceituais da Língua Portuguesa e da Matemática (Atual)	88
Quadro 06	– Elementos conceituais da Língua Portuguesa e da Matemática (Proposta)	92
Quadro 07	– Características de alguns sistemas de numeração.....	100
Quadro 08	– Erros nas operações de adição e subtração – grupos e tipos.....	107
Quadro 09	– Pesquisas Acadêmicas na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações – BDTD	109
Quadro 10	– Trabalhos escolhidos para leitura completa.....	110
Quadro 11	– Descrição das etapas da pesquisa.....	119
Quadro 12	– Identificação dos professores participantes da pesquisa em 2019	123
Quadro 13	– Identificação dos professores participantes da pesquisa em 2020	124
Quadro 14	– Erros nas operações de adição e subtração – grupos e tipos.....	176

LISTA DE TABELAS

Tabela 01 – Distribuição dos estudantes por quantidade de acertos nas contas de adição e de subtração nas 3 turmas.....	171
Tabela 02 – Total de acertos em cada conta nas 3 turmas.....	172
Tabela 03 – Média de acertos em cada conta nas 3 turmas.....	173
Tabela 04 – Total de contas com erros em cada conta nas 3 turmas.....	174
Tabela 05 – Média de erros em cada conta nas 3 turmas.....	175
Tabela 06 – Distribuição dos erros por grupo em cada conta.....	177
Tabela 07 – Distribuição dos tipos de erros em cada grupo em cada conta.....	179

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	21
2	PEDAGOGO APRENDENDO E ENSINANDO MATEMÁTICA	36
2.1	Professor universitário de Ensino de Matemática	36
2.2	Formador de formadores de professores de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental do Estado do Ceará	40
2.3	Formador de professores de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental do município de Fortaleza	49
3	SABERES DOCENTES E OS PROCESSOS DE ENSINO E DE APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA	53
3.1	Saberes docentes e sala de aula de Matemática	53
3.2	Desenvolvimento profissional dos professores de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental	59
3.3	O lugar do conhecimento matemático na vida e na escola	64
3.4	O ensino e a aprendizagem da Matemática na sala de aula	67
4	REPRESENTAÇÃO NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	73
4.1	Matemática e representação	73
4.2	Leitura e escrita na Educação Matemática	82
4.3	Cifranava e cifranavização	86
5	ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO: UMA REVISÃO DA LITERATURA	94
5.1	Adição	94
5.2	Subtração	95
5.3	O ensino e a aprendizagem das operações fundamentais	96
5.4	Estudos sobre os algoritmos da adição e da subtração na BDTD..	109
6	METODOLOGIA	119
6.1	Abordagem	119
6.2	Sujeitos	120

6.3	Coleta de dados.....	121
6.3.1	Observação de aulas.....	121
6.3.2	Encontros formativos.....	123
6.3.3	Diagnóstico do conhecimento discente sobre os algoritmos da adição e da subtração.....	125
6.3.4	Entrevista	126
6.3.5	Diário de campo	126
7	ANÁLISE DOS DADOS	128
7.1	Encontros formativos sobre Educação Matemática	128
7.1.1	Encontro formativo 01 – Apresentação do Quadro Valor de Lugar – QVL.....	128
7.1.2	Encontro formativo 02 – Características dos Sistemas de Numeração e bases diferentes de 10	129
7.1.3	Encontro formativo 03 – Sistema Cifranávico: adição e subtração.	132
7.1.4	Encontro formativo 04 – Vivências de atividades de adição e subtração.....	136
7.1.5	Encontro Formativo 05 – Construção do QVL para os estudantes.	138
7.1.6	Encontro formativo 06 – Análise da produção dos estudantes.....	140
7.1.7	Encontro formativo 07 – Vivência didática dos algoritmos de adição e subtração.....	146
7.2	Observação das aulas.....	153
7.2.1	Professor Newton – aula 01.....	153
7.2.2	Professora Florence – aula 01.....	155
7.2.3	Professora Hipátia – aula 01.....	157
7.2.4	Professora Florence – aula 02.....	162
7.2.5	Professor Newton – aula 02.....	166
7.3	Diagnóstico dos conhecimentos dos estudantes.....	170

7.4	Encontros formativos via internet.....	185
7.4.1	<i>Florence</i>.....	186
7.4.2	<i>Hipátia</i>.....	196
7.4.3	<i>Newton</i>.....	204
7.5	Entrevista – análise do diagnóstico.....	217
7.5.1	<i>Florence</i>.....	217
7.5.2	<i>Hipátia</i>.....	220
7.5.3	<i>Newton</i>.....	225
7.6	Entrevista Final.....	230
7.6.1	<i>Florence</i>.....	230
7.6.2	<i>Newton</i>.....	235
8	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	240
	REFERÊNCIAS.....	246
	APÊNDICE A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO.....	260
	APÊNDICE B – ROTEIRO DE OBSERVAÇÃO DA AULA DE MATEMÁTICA.....	263
	APÊNDICE C – CONHECIMENTO DISCENTE SOBRE OS ALGORITMOS DA ADIÇÃO E DA SUBTRAÇÃO	264
	APÊNDICE D – ENTREVISTA ESTRUTURADA COM DOCENTE	266
	APÊNDICE E – ANÁLISE DA TURMA DA PROFESSORA FLORENCE.....	267
	APÊNDICE F – ANÁLISE DA TURMA DA PROFESSORA HIPÁTIA.....	286
	APÊNDICE G – ANÁLISE DA TURMA DO PROFESSOR NEWTON...	303
	APÊNDICE H – ANÁLISE COM A PROFESSORA FLORENCE DOS DIAGNÓSTICOS DISCENTES DA SUA TURMA.....	324

APÊNDICE I – ANÁLISE COM A PROFESSORA HIPÁTIA DOS DIAGNÓSTICOS DISCENTES DA SUA TURMA.....	349
APÊNDICE J – ANÁLISE COM O PROFESSOR NEWTON DOS DIAGNÓSTICOS DISCENTES DA SUA TURMA.....	368
APÊNDICE K – ANÁLISE DO RELATÓRIO DISCENTE DA TURMA DA PROFESSORA FLORENCE.....	398
APÊNDICE L – ANÁLISE DO RELATÓRIO DISCENTE DA TURMA DA PROFESSORA HIPÁTIA.....	426
APÊNDICE M – ANÁLISE DO RELATÓRIO DISCENTE DA TURMA DO PROFESSOR NEWTON.....	448
APÊNDICE N – TRANSCRIÇÃO DA ENTREVISTA COM A PROFESSORA FLORENCE.....	470
APÊNDICE O – TRANSCRIÇÃO DA ENTREVISTA COM O PROFESSOR NEWTON.....	482
ANEXO A – ROTEIRO PARA CONSTRUÇÃO DE UM QUADRO VALOR DE LUGAR.....	489
ANEXO B – SISTEMAS DE NUMERAÇÃO – HISTORIA.....	491
ANEXO C – PROBLEMAS DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO.....	497

1 INTRODUÇÃO

A Matemática está presente na vida das pessoas há bastante tempo, seja ao contar pedrinhas na Antiguidade, seja na contemporaneidade ao usar o relógio para despertar. A Humanidade utiliza-se deste conhecimento desde tarefas simples, como realizar compras no supermercado à mais complexas, como pilotar um avião. Desenvolvendo-se como Ciência, a Matemática apresenta valores internos, para além do pragmatismo citado, que auxiliam no progresso de teoremas e postulados.

De acordo com Veiga-Neto e Noguera (2010), é comum haver generalização entre os termos conhecimento e saber, tendo-os com o mesmo significado. Para diferenciar estes termos, os autores recorrem à etimologia e concluem que as palavras relacionadas ao campo *gnó*, do qual deriva conhecimento, indicam uma relação de objetividade, já o campo semântico *sap*, do qual deriva o termo saber, indica decisões e ações, são, portanto, questões subjetivas

Fiorentini, Souza Júnior e Melo (1998), embora não façam uma diferença entre os termos saber e conhecimento, entendem que conhecimento corresponde a “[...] uma produção científica sistematizada e acumulada historicamente com regras mais rigorosas de validação tradicionalmente aceitas pela academia.” (FIORENTINI; SOUZA JÚNIOR; MELO, 1998, p. 312). E saber consiste numa forma mais dinâmica, menos sistematizada que incorporam de maneira mais evidente as práticas, as experiências e os fazeres.

Na escola, lugar, por excelência, onde o conhecimento precisa ser difundido para que o estudante amplie seus saberes, a Matemática encontra espaço para sua aprendizagem e, por ser considerada muito importante, está presente em todas as etapas da Educação Básica, desde a Educação Infantil até o Ensino Médio. Segundo Souza (2001), o ensino da Matemática é fundamental na formação humanística e o currículo escolar deve propiciá-la.

A autora reitera que o ensino de Matemática é importante também pelos elementos enriquecedores do pensamento matemático na formação intelectual do estudante, seja pela exatidão do pensamento lógico-demonstrativo que ela exhibe, seja pelo exercício criativo da intuição, da imaginação e dos raciocínios indutivos e dedutivos (SOUZA, 2001).

Durante os anos iniciais do Ensino Fundamental, espera-se que os estudantes desenvolvam habilidades essenciais como, por exemplo, ler, escrever e

realizar cálculos, embora o ensino de Matemática não se resume a números. É importante que o docente de Matemática adote metodologias que possibilitem que os estudantes ampliem seus conhecimentos sobre a escola e sobre a vida.

A Matemática na escola é apresentada com pouca ou nenhuma relação com o cotidiano dos estudantes, resultando na falta de compreensão dos conteúdos, dificultando a aprendizagem e gerando sentimentos de incapacidade e desgosto pelos números.

Com o cálculo, grande parte dos problemas que envolvem essa área do conhecimento é solucionada. Seja mental, com algoritmo ou com desenhos, a utilização do cálculo perpassa as Unidades Temáticas, sendo necessária sua aprendizagem nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

De acordo com Moyses (2012), ao que se apresenta no ensino de Matemática, não existe continuidade entre o que se aprende na escola e o conhecimento que existe fora dela. Para a autora, há uma crescente evidência de que a escolarização tem contribuído muito pouco para o desempenho dos estudantes fora do ambiente escolar.

O conhecimento matemático, construído pela humanidade para atender às mais diversas demandas desde os seus primórdios, evoluiu e está em constante processo de aperfeiçoamento. Tal conhecimento chega à escola com demandas específicas e que precisam ser mediadas pelos professores com o intuito de torná-lo acessível aos estudantes.

Segundo Boaler (2018), ao chegar à escola, o conhecimento matemático torna-se elitista, pois através dele é possível classificar os estudantes. Para a autora, a Matemática é, frequentemente, ensinada como uma disciplina de desempenho, cujo papel é, para muitos, separar os estudantes que possuem o gene da matemática dos que não possuem. A autora revela preocupação com o fato de a Matemática ter sido inserida em uma cultura de desempenho e elitismo.

Para Boaler (2018), isso ocorre porque a Matemática pode, por um lado, mostrar-se como uma lente pela qual vemos o mundo: um conhecimento importante, que promove jovens capacitados, prontos a pensar de modo quantitativo sobre seus trabalhos e suas vidas e que está equitativamente disponível a todos por meio do estudo e do trabalho. Por outro lado, a Matemática pode ser pensada como um componente curricular que separa as crianças entre as que são e as que não são

capazes, sendo isso um poderoso mecanismo de classificação, que possibilita rotular as crianças como inteligentes ou não.

Como alternativa pedagógica para a superação desses obstáculos sociais e de conhecimento, a fim de tornar o conhecimento matemático mais democrático, Chevallard, Bosch e Gascón (2001) sugerem a transposição didática, definida como um conteúdo do conhecimento, que, tendo sido designado como saber a ensinar, é submetido a um conjunto de transformações, que vão torná-lo apto a ser um objeto de ensino, ou seja, tornar um objeto de saber a ensinar em um objeto de ensino.

Porém os professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, geralmente, recebem uma formação inicial com carga horária bastante reduzida sobre os componentes curriculares de práticas de ensino. Especificamente sobre o ensino de Matemática, alguns precisam ensinar o que nunca aprenderam, seja na Educação Básica, seja na Educação Superior, conforme Curi (2005).

De acordo com Santos (2015), o ensino de Matemática, em pleno século XXI, ainda constitui um grande desafio ao pedagogo, responsável pelo ensino na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Esse profissional, para desenvolver bem sua docência, enfrenta desafios que podem ser de cunho didático ou epistemológico. Didático porque o professor ainda apresenta uma metodologia instrucional e menos construtivista; epistemológico porque faz-se necessário desenvolver conhecimentos matemáticos ainda elementares desde sua escolarização básica

Nesse sentido, o conhecimento de conteúdo é imprescindível tanto para o desenvolvimento profissional do professor polivalente, quanto para a aprendizagem de conceitos matemáticos por parte de seus estudantes, afirmam Cereta, Romio e Mariani (2016).

Há séculos, a maioria das práticas escolares expressa a convicção de que o conhecimento pode ser transmitido, sendo responsabilidade do professor falar e demonstrar (ensinar) e do estudante ouvir e repetir (aprender)... Essa metodologia, nomeada por Barguil (2016a) de Pedagogia do Discurso, favorece a mecanização do Homem e despreza as suas potencialidades.

De acordo com Carraher, Carraher e Schliemann (1990), são esses os motivos do fracasso da escola no ensino e na aprendizagem da Matemática: i) desconhecimento dos processos da criança na elaboração dos conceitos; ii) não

identificação das estruturas cognitivas das crianças; e iii) incapacidade de ajudar a criança a relacionar a Matemática do cotidiano com a Matemática escolar.

Barguil (2016a) postula que o Homem é feliz quando as dimensões motora, afetiva e cognitiva estão integradas, ou seja, quando ele faz algo que deseja e utiliza as suas funções intelectuais, características do saber existencial fundamental para a prática docente.

Assim, diante das constatações dos autores acima, como alternativa para a complementação da formação docente, busca-se a formação continuada. De acordo com Carneiro (2013), o ofício de educador necessita de aperfeiçoamento profissional para que ele possa estar atualizado sobre os aspectos relevantes do conhecimento que leciona.

Para o autor, as transformações da sociedade e as mudanças de natureza do conhecimento com repercussões diretas sobre a sua organização demandam do docente um esforço continuado de atualização, de aperfeiçoamento e de renovação dos métodos de trabalho.

A necessidade de aperfeiçoamento profissional decorre da própria natureza do ofício de educador. As transformações da sociedade e as mudanças de natureza do conhecimento com repercussões diretas sobre a sua organização exigem, do professor (a), um esforço continuado de atualização, de aperfeiçoamento e de renovação dos métodos de trabalho. À própria evolução social requer novas competências para ensinar. Nesse sentido, é conveniente lembrar que cabe a cada professor (a) administrar sua própria formação continuada. Só ele (a) pode ser agente do seu próprio sistema de autoformação. Não significa que o professor (a) possa dispensar o apoio institucional para avançar em seu aperfeiçoamento profissional. Este está definido em lei e faz parte do Plano de Carreira. O que se quer dizer é que cada professor (a) deve explicitar e analisar suas práticas e, a partir de então, decidir quais as rotas de formação continuada que deverá lançar mão para construir o seu projeto de formação (CARNEIRO, 2013, p. 480).

Enquanto isso, secretarias de Educação compram pacotes de material didático de grandes redes de ensino, sem que os professores sejam consultados sobre adequação deste material. O que ocorre, de fato, é que as decisões sobre a educação passam pelos secretários de Educação, mas não necessariamente pelos professores e pelas escolas (CARNEIRO, 2013).

Segundo Garcia (1999), as críticas referem-se ao caráter excessivamente teórico, à pouca flexibilidade no momento de adaptar os conteúdos aos participantes, ao fato de se tratar de atividades individuais, e portanto com escassas possibilidades de ter impacto na escola, assim como ao fato de ignorar o conhecimento prático dos professores.

Nóvoa (1992) critica o fato de a formação continuada não ser um processo formativo permanente e integrado à prática e não reconhecer a escola como espaço privilegiado na formação de seus profissionais.

Neste sentido, iniciativas mais recentes apontam um processo contínuo, no qual o professor enxergue a sua prática como objeto de sua investigação e reflexão no qual os aportes teóricos não são oferecidos aos professores, mas buscados à medida que forem necessários e possam contribuir para a compreensão e a construção coletiva de alternativas de solução dos problemas da prática docente nas escolas (FIORENTINI; NACARATO, 2005).

Especificamente no campo de atuação em Educação Matemática, encontra-se nos professores algum tipo de resistência, seja por terem vivenciado processos formativos precários enquanto discentes, seja porque a formação na Educação Superior não ampliou satisfatoriamente seus saberes matemáticos. O pedagogo tende a não gostar de Matemática e, conseqüentemente, não gostar de ensiná-la.

Para Moraes (2011), na área de estudos sobre a adição e a subtração, seus algoritmos e suas representações, percebe-se que a maioria dos professores utiliza a memorização da tabuada como única forma de ensino para o desenvolvimento do pensamento aritmético nas crianças.

Kamii e Livingston (1997) defendem a reinvenção da aritmética pelas crianças porque o conhecimento lógico-matemático que, segundo Piaget (1995) apoia-se sobre as coordenações das ações do sujeito, dão lugar a aprendizagem a partir de uma construção interna que cada indivíduo realiza à medida que interage com o ambiente. Ou seja, é o tipo de conhecimento que cada um pode e deve construir por meio de seu próprio raciocínio. Nesse sentido, as crianças precisam passar por um caminho construtivo semelhante aos nossos ancestrais, a fim de compreender os processos usados atualmente.

O interesse pela pesquisa em Educação Matemática surgiu durante a graduação em Pedagogia, na Universidade Federal do Ceará, quando tive a oportunidade de cursar a disciplina de Ensino de Matemática durante o semestre 2008.2, podendo refletir sobre a construção do conhecimento matemático na sociedade, sua evolução e a forma como os professores se apropriam de tal conhecimento para ensiná-lo aos estudantes.

Após o período de formação inicial, sendo também monitor da disciplina *Matemática nas séries iniciais* por dois anos, pesquisei sobre o ensino e a aprendizagem de Matemática em minha dissertação de Mestrado (SILVA, 2013) que teve como tema os conhecimentos de estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental na escrita de números, com 2 e 3 ordens, em diferentes registros de representação.

Neste estudo, cheguei à conclusão de que a compreensão discente de um numeral composto por três dígitos requer da docente atenção especial, pois os resultados da pesquisa apontam que muitos estudantes ao transitarem pelas várias possibilidades de representação de um número composto por três dígitos não o fizeram satisfatoriamente (SILVA, 2013).

Além disso, dentre os principais erros cometidos pelos estudantes, constatei que a função do zero no SND não foi totalmente compreendida por eles, revelando que ainda precisam ter oportunidades de aprendizagem para elaborar conceitos relacionados ao algarismo que representa o vazio (SILVA, 2013).

Dias (2015) pesquisou sobre a relação entre a diversidade de registros numéricos de crianças do 2º ano do Ensino Fundamental. A pesquisadora revela que a heterogeneidade dos resultados é demonstrada quando se observa que, nos estudantes participantes, há aqueles que ainda estão compreendendo a escrita com numerais de duas ordens, enquanto outros, em grande parte, estão entendendo e já realizando registros com três ordens, e, ainda, alguns poucos que já escrevem corretamente numerais com quatro ordens.

Para a pesquisadora, as considerações sobre os erros cometidos pelos estudantes, à luz da Transcodificação Numérica, que segundo Orozco (2005) representa o processo de tradução do código verbal (fala do numeral) para o arábico (escrita do numeral com os algarismos) e dos diferentes tipos de registros realizados a partir das tipologias, possibilitaram entender: i) os caminhos construídos pelo estudante na realização de seus registros, bem como os erros apresentados considerando o aspecto diagnóstico e não classificatório; e ii) a importância da diversidade de registros para o sucesso do trabalho pedagógico, seja por permitir um diagnóstico mais efetivo, seja por indicar alternativas de práticas docentes, favorecendo a melhoria da aprendizagem.

A escolha deste conteúdo faz-se pertinente para a investigação levando em consideração os baixos índices apresentados pelos estudantes nas avaliações externas. No município de Fortaleza, por exemplo, segundo dados do Sistema de

Acompanhamento do Ensino Fundamental – SAEF, durante o ano de 2018 em que foi analisado o Descritor 08 – Calcular o resultado de adição e subtração envolvendo números naturais, 32% dos estudantes na avaliação inicial responderam corretamente ao item e, na avaliação final, 53%. A escolha por analisar o 5º ano deve-se ao fato de este ser o último ano em que os Pedagogos atuam e, segundo a Proposta Curricular do Estado do Ceará (CEARÁ, 2013), tal habilidade já deve estar consolidada pelos estudantes.

Segundo Barguil (2012), o professor, para propiciar o desenvolvimento das estruturas aditivas e multiplicativas dos estudantes, precisa propor um amplo leque de situações e indagações e incentivá-los a produzirem diferentes registros (desenhos, diagramas...), os quais os auxiliarão a ampliar tanto a capacidade interpretativa, quanto a representativa, transitando de elaborações pessoais para símbolos matemáticos (sistemas de representação).

O autor afirma que o professor, mediante sua prática docente, precisa favorecer que os estudantes desenvolvam e dominem uma ampla gama de competências relacionadas a interpretar, representar e resolver as situações referentes às operações fundamentais: i) interpretar as situações, identificando a relação entre as informações e determinando a operação; ii) representar as situações com registros variados – linguagem natural, material concreto, simbólico (numérico ou algébrico) e figural; e iii) resolver adequadamente a operação, compreendendo os procedimentos da operação, realizando a contagem ou o cálculo e dominando as propriedades do Sistema de Numeração Decimal.

Esta Tese, ao pesquisar sobre os algoritmos das operações da adição e da subtração, não advoga que o ensino das operações fundamentais possa se limitar aos mesmos, muito pelo contrário! Entendemos, assim como Barguil (2012), que a aprendizagem dos algoritmos está diretamente relacionada com a interpretação de situações, as quais precisam ser variadas conforme as contribuições de Vergnaud (1990, 1993, 1996, 2009), bem como a diversidade de registros utilizados.

A opção por investigar o **resolver** dissociado do **interpretar** e do **representar** objetiva ressaltar a contribuição das interpretações docentes sobre os erros discentes nos algoritmos sobre o ensino e a aprendizagem das operações de adição e de subtração, indicando o que o estudante precisa aprender nas demais habilidades (BARGUIL, 2020).

Nesse sentido, faz-se pertinente trazermos os conceitos de cálculo relacional e cálculo numérico formulados por Vergnaud (1990). Para esse autor, o cálculo relacional envolve as habilidades necessárias para compreender as relações envolvidas no problema e a escolha da operação para solucioná-lo. O cálculo numérico se expressa nos algoritmos das operações de adição, subtração, multiplicação ou divisão.

Conforme Borba e Santos (1997), essa proposição de Vergnaud surgiu após ele analisar as formas que os estudantes usavam para resolver problemas de adição e subtração e também as dificuldades por eles enfrentadas, tendo ele proposto uma estrutura para o entendimento das diferentes representações da adição e da subtração.

Assim sendo, para o mesmo cálculo numérico, 24-16, por exemplo, pode-se considerar vários cálculos relacionais distintos, tais como: a) Joãozinho tinha 24 bolas de gude e perdeu 16 num jogo com seus colegas. Quantas bolas ele tem agora? b) Júlia ganhou 24 bombons, ficando com 16 a mais do que Marta. Quantos bombons Marta tem? c) Pedro coleciona selos e, em cada página do álbum, cabem 24 selos. Se ele já colocou 16 selos numa das páginas, quantas ainda poderá colar? d) Maiara tem 16 bonequinhas e Lúcia tem 24. De quantas Maiara precisa ganhar para ter o mesmo tanto que Lúcia? (BORBA; SANTOS, 1997, p. 126).

Em um estudo com 17 estudantes da 3ª série, equivalente ao 4º ano, que responderam a 22 questões envolvendo problemas de adição e subtração, Borba e Santos (1997) afirmam que foram cometidos erros de duas naturezas: incompreensão das relações implícitas na estrutura do problema (cálculo relacional) e procedimentos incorretos durante o uso do algoritmo (cálculo numérico). Sobre os erros cometidos durante o cálculo numéricos, elas destacam que,

[...] na maioria dos problemas, os percentuais de erros de algoritmo são menores que os de compreensão da estrutura (com diferenças significativas entre os dois tipos para a maioria das questões). Mesmo com percentuais não elevados, é preocupante o fato de crianças de terceira série ainda apresentarem dificuldades na aplicação dos algoritmos de adição e subtração, em problemas cujos números possuíam apenas um, dois, ou três algarismos. (BORBA; SANTOS, 1997, p. 133).

De acordo com Santana (2012), o cálculo numérico é a forma mais comum, sendo conhecido por todos, pois refere-se às resoluções das operações. Sobre o cálculo relacional, a autora afirma que as relações são, em muitos casos, as comprovações que podem ser feitas sobre a realidade. Em algumas circunstâncias,

as relações não podem ser verificadas diretamente e precisam que inferências sejam feitas.

Queiroz e Lins (2011) pesquisaram estudantes da Educação de Jovens e Adultos – EJA e identificaram as dificuldades que a os impediam de avançar em seus conhecimentos matemáticos.

As autoras concluíram que os estudantes pesquisados compreendem a proposta do problema e elaboram o plano para resolvê-lo, porém cometem erros na execução do cálculo numérico nas operações de subtração, quando precisam desagrupar e fazer operações com o algarismo zero.

Todas essas dificuldades encontradas por eles mostram que ainda não compreendem os conceitos que envolvem as estruturas aditivas, e ainda não têm o domínio algorítmico das operações de adição e subtração. Apesar de não terem apresentado dificuldades nas adições, eles não sabem operar com subtrações. Essas dificuldades mostram que esses alunos ainda não compreendem os conceitos necessários que possibilitam as operações aritméticas de estruturas aditivas. (QUEIROZ; LINS, 2011, p. 94).

Etcheverria (2014) aplicou um instrumento com 10 problemas aditivos a 248 estudantes do 2º ao 5º ano em um estudo comparativo e concluiu que:

A análise das estratégias de resolução utilizadas pelos estudantes revelou que o tipo de esquema mais utilizado por eles é o algoritmo no formato de conta armada, representado com algarismos. Ao utilizarem esse tipo de representação, os estudantes cometeram três tipos de erros: ausência ou troca dos sinais de “mais” ou de “menos”, posicionamento errado dos algarismos no algoritmo, e resolução errada do cálculo (ETCHEVERRIA, 2014, p. 231).

O cálculo relacional, embora necessário para o desenvolvimento matemático dos estudantes sobre as operações fundamentais e esteja relacionado com o cálculo numérico, não substitui esse, o qual tem habilidades específicas, bem como expressa o conhecimento discente do Sistema de Numeração Decimal (BARGUIL, 2020).

Os erros discentes no cálculo numérico nas operações de adição e subtração precisam de uma cuidadosa análise docente para fornecer elementos para a sua ação profissional de modo a favorecer a aprendizagem dos estudantes (BARGUIL, 2020).

A principal confusão encontrada no cálculo com o algoritmo da adição e da subtração é, sem dúvida, o processo de agrupamento e desagrupamento, popularmente conhecido como: vai um e pedir emprestado (KLÜSENER, 2000).

No caso das crianças, Ramos (2009) destaca que uma grande complicação no início de uma adição com agrupamentos é que a criança tem de simultaneamente calcular $6 + 8 = 14$ e registrar isso como “1” na coluna das dezenas e “4” na coluna das unidades.

Essa compreensão, que para os adultos é praticamente automática, para as crianças, muitas vezes, não faz sentido, o que pode acarretar diferentes erros como, por exemplo, encontrar como resultado da soma $43 + 28$, o número 611, o que para os estudantes pode ser natural. Assim, de acordo Alves (2014), ao ser questionada pelo professor se ao somar 3 e 8 não “vai um...” sua resposta mais provável será: “para onde?”

Para esse autor, um dos objetivos do ensino da operação de adição deve ser o uso de algoritmos, porém o que se necessita problematizar é o uso do algoritmo com compreensão que se dará a partir de um trabalho inicial, com uso de diferentes recursos materiais, de modo que não se considerará um equívoco que a criança use a expressão “vai um” ao resolver uma adição com agrupamento, desde que o faça compreendendo que o “vai um” trata-se de um agrupamento de, por exemplo, 10 unidades em 1 dezena.

Na subtração, existem equívocos ainda mais prejudiciais. A maioria dos professores e dos livros didáticos, ao ensinarem subtração com a necessidade de desagrupamentos de ordens, ou seja, com o subtraendo maior que o minuendo em determinada ordem, representam o algarismo desagrupado na ordem anterior (Imagem 01).

Imagem 01 – Algoritmo da subtração

Um	C	D	U
1	2	⁸ 9	/ ¹ 3
—	5	6	8
—	7	2	5

MINUENDO

SUBTRAENDO

Fonte: <https://slideplayer.com.br/slide/298138/>.

Na Imagem 01, a escrita do algarismo 1 na ordem das unidades contém dois erros: um didático e outro matemático. O erro didático está no fato de que ele

representou a dezena agrupada, com o algarismo 1 na ordem das unidades, mas ele, quando ensinou adição, disse que o estudante não poderia escrever assim!

O erro matemático acontece porque o 1 na ordem das unidades vale apenas 1 e não 10. Uma das características do chamado Sistema de Numeração Decimal é que ele é posicional: o 1 vale 10 unidades quando está na ordem das dezenas; o 1 vale 10 dezenas quando está na ordem das centenas; e assim sucessivamente (BARGUIL, 2020).

Além da representação, existem termos falados pelos professores, como o “pedir emprestado”, que em nada auxiliam os estudantes a resolverem o algoritmo correto da subtração (ALVES, 2015). Raramente, os docentes destacam, através do ensino, o algoritmo completo durante a resolução que proporciona ao estudante a visualização das etapas que fazem parte dos processos envolvidos, representando operação realizada na ordem correspondente.

Nogueira e Andrade (2012) afirmam que é preciso também haver uma diversificação dos materiais utilizados, pois cada criança tem sua própria maneira de aprender e o professor precisa oferecer subsídios para que todos aprendam.

Dentre esses materiais, segundo Ramos (2009), existe o ábaco (Imagem 02) usado por sistemas de contagem posicionais, ou seja, dependendo do lugar ocupado, coloca-se uma pedra para representar um valor. O ábaco possibilita ensinar o valor posicional dos algarismos e os algoritmos de adição e subtração.

Imagem 02 – Ábaco



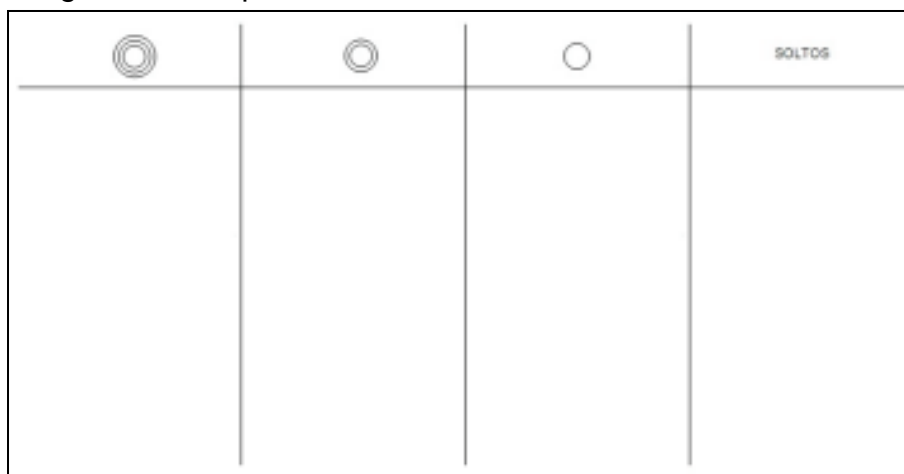
Fonte: <https://www.cataventobrinquedos.com.br/brinquedospedagogicos/abaco-aberto>

O autor explica que a utilização do ábaco começa da direita para a esquerda, a primeira vareta representa as unidades, a segunda as dezenas, a terceira as centenas, a quarta a unidade de milhar e assim por diante. É necessário lembrar que, nesse processo, quando numa vareta tiver 10 pinos eles são trocados por um pino da casa imediatamente à esquerda, ou seja, 10 pinos na vareta que representam as unidades serão trocados por um pino, a ser colocado na vareta correspondente às dezenas.

O Tapetinho¹ (Imagem 03), que pode ser confeccionado com diversos materiais (papel A4, cartolina, papelão ou EVA), favorece que

[...] o estudante desenvolva a noção de agrupamento em diferentes bases, bem como na decimal, pois ele pode distribuir diferentes materiais – canudos, lápis, palitos... – e organizá-los (agrupá-los) de acordo com a quantidade (base) escolhida. (BARGUIL, 2017b, p. 300).

Imagem 03 – Tapetinho de 4 ordens



Fonte: Barguil (2017b, p. 301).

Em relação à utilização do tapetinho, Barguil (2017b, p. 300) apresenta a seguinte explicação:

No Tapetinho, a 1ª ordem – soltos – tem unidades simples que não formam um grupo de acordo com a base escolhida. A 2ª ordem – uma liga – contém grupos com a quantidade escolhida de unidades simples. A 3ª ordem – duas ligas – contém grupos de grupos com a quantidade escolhida de unidades simples. E assim sucessivamente...

É importante que o estudante, inicialmente, vivencie essas trocas com poucos elementos – de 4 a 20 – e com bases pequenas – de 2 a 5 – para facilitar a compreensão do que está operando. Posteriormente, o professor aumentará

¹ O Caderno 3 do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa – PNAIC Matemática, Construção do Sistema de Numeração Decimal, publicado em 2014, apresenta uma vasta explicação sobre o uso do Tapetinho. Disponível em: https://wp.ufpel.edu.br/antoniomauricio/files/2017/11/3_Caderno-3_pg001-088.pdf.

a quantidade de objetos, bem como a base. Depois de realizar essas trocas, é indispensável que o estudante registre, com símbolos criados por ele, o resultado da contagem, contribuindo, assim, para a elaboração do conceito de número.

Quando o estudante entender a formação dos grupos e a movimentação dos mesmos no Tapetinho, o professor proporá que ele troque um grupo formado por um elemento na respectiva ordem. Para que o estudante compreenda a transição do quantitativo para o qualitativo é fundamental que o objeto da nova ordem seja diferente das demais ordens. Nesse trabalho com o Tapetinho, sugiro a utilização de palitos pintados ou canudos coloridos, bem como de ligas, para agrupar a quantidade escolhida de elementos.

Para Minto (2013), o Quadro Valor de Lugar – QVL ou Quadro de Pregas (Imagem 03), como é também conhecido, é confeccionado com papel madeira, formando-se várias pregas na horizontal onde serão encaixadas fichas com os algarismos, palitos, canudinhos etc. Estas pregas são repartidas em colunas na vertical onde são colocadas as ordens numéricas.

Imagem 04 – Quadro Valor de Lugar – QVL



Fonte: <http://turmadobarulhopi.blogspot.com/2008/09/uso-de-qvl-quadro-valor-de-lugar.html>

O QVL tem a mesma utilização do ábaco, mas tem duas vantagens em relação a esse: i) é possível observar os agrupamentos e realizar os desagrupamentos e entender que o chamado SND está organizado em grupos de 10; e ii) é possível realizar operações de adição, subtração, multiplicação e divisão.

Diante do exposto surgem alguns questionamentos: Como o professor apresenta e explica os algoritmos de adição e subtração? Como o professor interpreta os saberes discentes a partir de resoluções da representação numérica dos algoritmos de adição e subtração? De que maneira a reflexão sobre a prática contribui para a

ampliação dos saberes docentes sobre as representações das operações de adição e subtração?

A pertinência de uma pesquisa sobre essa temática está na necessidade de entendimento dos saberes docentes sobre as formas de resolução dos cálculos de adição e de subtração pelos estudantes, a maneira como os professores interpretam os registros dos discentes ao resolverem tais cálculos e o entendimento deles sobre a forma como os discentes compreendem e se relacionam com as formas de resolução dos cálculos numéricos.

Assim, propus-me a investigar nessa tese de doutorado: de que maneira encontros formativos contribuem para o desenvolvimento dos saberes conteudísticos, pedagógicos e existenciais do professor que ensina as operações de adição e subtração no 5º ano do Ensino Fundamental?

O estudo possui os seguintes objetivos: Geral – Analisar a contribuição de encontros formativos para a ampliação dos saberes de docentes 5º ano do Ensino Fundamental no ensino das operações de adição e subtração; Específicos: i) Analisar as estratégias didáticas de docentes do 5º ano do Ensino Fundamental no ensino das operações de adição e subtração; ii) Interpretar as resoluções das representações numéricas de contas de adição e subtração de discentes do 5º ano do Ensino Fundamental; iii) Analisar como os professores interpretam as resoluções das representações numéricas de contas de adição e subtração de discentes do 5º ano do Ensino Fundamental; e iv) Avaliar as contribuições pedagógicas do diagnóstico de conhecimentos discentes na prática profissional de docentes 5º ano do Ensino Fundamental no ensino das operações de adição e subtração.

Apresento, a seguir, a estrutura desta Tese.

O segundo capítulo aborda minha trajetória como estudante, pesquisador e professor de Matemática. Nele, analiso como a formação e os projetos que participei durante meu percurso de vida proporcionaram o desenvolvimento dos meus saberes docentes.

O capítulo seguinte traz os aspectos relacionados aos saberes de professores necessários para a prática profissional do docente que leciona Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental e os processos de aprendizagem matemática.

O quarto capítulo aborda a importância das representações para a Educação Matemática. Nele, é discutida a organização das ideias para que a

comunicação, em linguagem matemática, ocorra. A discussão está pautada nas definições do *Principles and Standards for School Mathematics* – NCTM (2000) e nas propostas defendidas por Kalathil e Sherin (2000), Woleck (2001), Goldin (2002), Panizza (2006), Barreto (2009), Damm (2010) e Barguil (2017b).

O quinto capítulo trata sobre a revisão de literatura acerca das operações fundamentais, especificamente, sobre as operações de adição e subtração, suas características, representações, bem como os processos de ensino e de aprendizagem. Em seguida, apresenta um levantamento sobre as pesquisas realizadas sobre o algoritmo dessas operações cadastradas na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações – BDTD.

O capítulo seguinte apresenta o percurso metodológico que norteou a pesquisa, suas características, abordagem, método de investigação, escolha dos sujeitos, instrumentos de coleta e análise dos dados.

No capítulo 7, são apresentados e analisados os dados da pesquisa de campo: os encontros formativos, as observações das aulas, o Diagnóstico dos conhecimentos discentes, os encontros formativos via internet e a entrevista final.

As considerações finais são o último capítulo, quando avalio a pesquisa realizada à luz dos seus objetivos, aponto as limitações dela e indico sugestões de outros estudos.

2 PEDAGOGO APRENDENDO E ENSINANDO MATEMÁTICA

Neste capítulo, serão abordadas algumas das minhas experiências no campo da Pedagogia, analisando-as à luz da teoria elaborada por Barguil (2014, 2017a) sobre os saberes docentes: conteudísticos, pedagógicos e existenciais.

De acordo com Libâneo (2001), Pedagogia é a ciência que tem como objeto de estudo a Educação e os processos de ensino e de aprendizagem. Ser pedagogo para mim é assumir a responsabilidade de tornar a vida dos sujeitos que interagem comigo mais prazerosa. É poder proporcionar-lhes acesso ao conhecimento e mediar a possibilidade de caminhos a serem seguidos.

A Pedagogia não era a minha primeira opção no Vestibular, mas a escolhi porque, na segunda fase da Seleção, ela não tinha conteúdo das matérias exatas. O ingresso na Universidade Federal do Ceará, em 2005.2, inaugurou um novo momento de vida, com muitas aprendizagens.

Após me formar como pedagogo, em 2010, tive algumas experiências que irei apresentar a seguir: i) em 2014, iniciei minha carreira como professor universitário de Ensino de Matemática; ii) nos anos de 2016 a 2018, fui formador de formadores de professores de Matemática do Estado do Ceará; e iii) em 2019, fui formador de professores de Matemática do município de Fortaleza.

Tais vivências apontaram que a docência e a aprendizagem são caminhos que estão juntos, entendendo que tais processos interagem, se complementam, sendo necessário, como professor, levar em consideração as individualidades dos sujeitos, seus caminhos e contextos que os trouxeram até o espaço educativo.

2.1 Professor universitário de Ensino de Matemática

Ser Pedagogo e ensinar Matemática para futuros professores da Educação Infantil e dos anos iniciais do Ensino Fundamental requer diversas condições que ultrapassam a dimensão meramente técnica, tão ansiada pelos futuros professores que estão em processo formativo. Em 2015.2, tive a oportunidade de lecionar a disciplina Ensino de Matemática para uma turma de Pedagogia em uma instituição privada de Educação Superior.

Procurei, durante o semestre, apresentar os caminhos para uma discussão da Matemática nos anos iniciais a partir da construção do conhecimento pela criança e como os futuros professores poderiam atuar levando em consideração os tempos de aprendizagens dos estudantes, os recursos disponíveis, as características do conteúdo matemático, os sentimentos e crenças que os discentes tinham em relação ao conteúdo que estavam aprendendo.

O principal destaque sobre o ensino de Matemática para a formação inicial dos professores, percebido por mim e evidenciado por Tardif (2002), é que uma parte importante da competência profissional dos professores possui raízes na sua escolarização pré-profissional e esse legado da socialização escolar permanece forte e estável durante muito tempo.

Os estudantes chegam à disciplina com muitos sentimentos e crenças acerca do conhecimento matemático, do seu ensino e da sua aprendizagem, chamado por Barguil (2014, 2017a) de saber existencial, o qual é composto por crenças, percepções, sentimentos e valores – a subjetividade – do professor e contempla a percepção que ele tem sobre Educação, a sua profissão, o estudante, o conhecimento e a vida.

Em virtude disso, o primeiro momento da disciplina teve como objetivo discutir a relação dos estudantes com o saber matemático, como a tinham aprendido durante seu período de escolarização e, para os que já a ensinavam, de que maneira faziam.

Também tive a oportunidade de expor os meus medos e anseios iniciais sobre o conhecimento matemático, a forma como este foi sendo modificado com o passar dos anos e, principalmente, de que maneira tais saberes existenciais foram em alguns momentos mudados de perspectiva, em outros ampliados com o auxílio dos professores e das oportunidades que tive.

Nesse caso, ressalta-se a importância dos saberes existenciais, definidos por Barguil (2014, 2017a) como saber composto pelas crenças, percepções, sentimentos e valores. A necessidade da ampliação dos saberes conteudísticos foi também um ponto fundamental em minha trajetória concebendo que saber ensinar Matemática e aperfeiçoar os conhecimentos pedagógicos requer dedicação, estudo e aperfeiçoamento.

Sendo o saber conteudístico, descrito por Barguil (2014, 2017a), como os conteúdos e a organização destes no currículo. Referindo-se aos conceitos envolvidos

em cada tópicos que devem ser compreendidos pelos discentes, realizamos oficinas para a construção de recursos que pudessem auxiliar o desenvolvimento de tal saber.

Durante o semestre, almejava que os estudantes pudessem, de uma maneira geral, ampliar seus conhecimentos matemáticos, principalmente sobre as operações fundamentais, pois a maioria das aulas e dos questionamentos dos estudantes orbitava sobre como ensinar tal conteúdo.

Sendo a principal motivação dos estudantes o ensino das operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão), construímos, em uma oficina pedagógica, o QVL como recurso auxiliador do processo de aprendizagem.

Imagem 05 – Oficina de construção do QVL (2015)



Fonte: Arquivo do autor.

Com o QVL, os estudantes puderam confrontar a forma como cada um aprendeu esse conteúdo e, concomitantemente, comparar a maneira como aprenderam e/ou a forma como ensinavam, fazendo reflexões sobre: ii) o motivo de se ensinar Matemática; ii) saber como os estudantes aprendem Matemática; e iii) o conhecimento dos conteúdos matemáticos dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

.As experiências, por vezes negativas, que os estudantes traziam para o ambiente de sala de aula repercutiam nas discussões dos textos e oficinas que realizamos. Medo, anseio, baixa autoestima e sentimento de incapacidade precisavam ser modificados para que os estudantes, futuros professores, pudessem se sentir confiantes no ensino desse componente curricular.

Nesse sentido, busca-se compreender tal aspecto como essencial, o qual é destacado por Chacón (2003) como domínio afetivo. Assim, resgatando a

importância da Matemática, do seu ensino e da sua aprendizagem, enxergava nos estudantes um esforço coletivo em aproveitar as oportunidades disponibilizadas através das discussões e nas participações das aulas.

A construção e a utilização do QVL auxiliaram a aprendizagem Matemática e o desenvolvimento dos conceitos pelos estudantes. A utilização do recurso possibilitou também que os graduandos repensassem e reconstruíssem as suas competências sobre as quatro operações fundamentais, de modo que eles as utilizem, em breve, para facilitar a aprendizagem dos seus estudantes.

Tal aspecto é nomeado por Barguil (2014, 2017a) como saber pedagógico, que são as teorias da aprendizagem, os recursos didáticos e a transposição didática. Este saber permite estabelecer “[...] um vínculo coerente entre as escolhas pedagógicas (ensino) e o funcionamento da mente (aprendizagem), que se expressa na relação professor-conhecimento-estudante, nos materiais didáticos e na dinâmica da sala de aula.” (BARGUIL, 2014, p. 271).

Após os momentos de relato dos sentimentos sobre a Matemática, confecção de recursos didáticos e ampliação dos saberes, os estudantes foram avaliados com uma miniaula que consistia na explicação de uma das 4 operações para a turma, simulando o momento de aula de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental.

As orientações sobre a condução do momento foram discutidas durante os encontros e estabeleciam que o estudante deveria chegar na sala, sortear uma das contas, resolvê-la para si mesmo em um lugar reservado, em seguida, quando estivesse seguro, apresentar a resolução para a turma simulando uma aula sobre as operações fundamentais.

Esse momento tinha 6 etapas: i) leitura da situação para a turma; ii) representação da conta com os numerais; iii) representação da conta com o material concreto no QVL; iv) resolução da conta no QVL; v) resolução da conta com o algoritmo; vi) finalização da operação indicando o resultado da situação problema.

Essas avaliações me possibilitaram desenvolver alguns sentidos sobre a docência nos anos iniciais do Ensino Fundamental. As expectativas e os resultados, de maneira geral, foram satisfatórios, sinalizando que o ensino de Matemática nos anos iniciais é nutrido pelo olhar do professor diante do seu processo de profissionalização para atuar na área de Matemática no Ensino Fundamental.

Neste sentido, Libâneo e Pimenta (1999, p. 267) afirmam que “[...] desde o ingresso dos alunos no curso, é preciso integrar os conteúdos das disciplinas em situações da prática que coloquem problemas aos futuros professores e lhes possibilitem experimentar soluções.”.

Refleti, juntamente com os estudantes, que a disciplina sobre ensino de Matemática, em virtude da sua diminuta carga horária, contribui de forma precária à formação docente para os anos iniciais do Ensino Fundamental, sendo necessária a continuidade dos estudos.

Conforme Curi (2005), as ementas dos cursos de Pedagogia, do componente curricular de Ensino de Matemática, apresentam pouca atenção aos conteúdos de geometria, medidas e tratamento da informação. Além disso, em nenhuma das ementas é evidenciado o aspecto da pesquisa referente ao ensino e à aprendizagem da Matemática na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Assim, refletir sobre a quantidade de horas dedicadas ao ensino e à aprendizagem de Matemática no currículo da Educação Superior no curso de Pedagogia é imprescindível para entendermos a estrutura e as orientações da disciplina, seus fundamentos teóricos e a sua relação com a prática escolar.

A experiência de professor dessa disciplina me possibilitou compreender a peculiaridade de cada estudante, que pode e deseja aprender e ensinar Matemática. Nesse processo, percebi que a formação para o ensino e a aprendizagem de Matemática é complexa, sendo indispensável refletir sobre a minha prática docente, enquanto educador matemático, considerando o contexto em que atuo, de modo especial os discentes.

2.2 Formador de formadores de professores de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental do Estado do Ceará

No ano de 2016, fui selecionado pelo Governo do Estado do Ceará, por meio da Secretaria de Educação, para dar início a minha experiência como Formador dos Formadores de professores de Matemática dos anos iniciais do Ensino

Fundamental da Região Norte do Estado compreendida pela Coordenadoria Regional de Desenvolvimento da Educação – Crede 5² e 6³, no âmbito do MAIS PAIC.

Esse Programa é uma ampliação do Programa de Alfabetização na Idade Certa – PAIC, que foi instituído, em 2007, como política pública pelo Governo do Estado e visa a alfabetizar os estudantes durante o 2º ano do Ensino Fundamental da rede pública cearense oferecendo aos professores dos municípios formação continuada, apoio à gestão escolar, entre outros aspectos. Iniciou suas atividades tendo como meta garantir a alfabetização dos estudantes matriculados no 2º ano do Ensino Fundamental da rede pública cearense⁴.

Em 2009, segundo a SEDUC, somente 10% dos estudantes estavam no nível adequado em Língua Portuguesa. Em Matemática, o desafio era ainda maior, pois apenas 6,9% dos estudantes estavam no nível adequado.

Em 2011, ocorreu a primeira ampliação, o Governo do Estado lançou o PAIC MAIS, visando estender as ações que eram destinadas às turmas de Educação Infantil, 1º e 2º ano do Ensino Fundamental até o 5º ano nas escolas públicas dos 184 municípios cearenses.

No que se refere à Matemática, o percentual médio de acerto do SPAECE no 5º ano do Ensino Fundamental, no período de 2011 a 2014, oscilava na faixa de 50% a 60%, sendo que, em alguns descritores, a média era inferior a 40%. Diante desse cenário, revela-se necessário e urgente o incremento dos saberes docentes.

Todos os municípios cearenses foram convidados a fazer adesão ao PAIC MAIS e continuar fortalecendo a sua responsabilidade com a melhoria da escola pública.

Em 2015, uma nova ampliação do Programa aconteceu, como proposta de ampliação das políticas educacionais, o Governador Camilo Santana lançou o MAIS PAIC – Programa de Aprendizagem na Idade Certa. A medida teve como finalidade ampliar o trabalho de cooperação já existente com os 184 municípios, que além da Educação Infantil e do 1º ao 5º ano, passou a atender também do 6º ao 9º ano nas escolas públicas cearenses.

² Formada pelos municípios: Carnaubal, Croatá, Guaraciaba do Norte, Ibiapina, Ipu, São Benedito, Ubajara, Tianguá, Viçosa do Ceará.

³ Formada pelos municípios: Alcântaras, Cariré, Coreaú, Forquilha, Frecheirinha, Graça, Groaíras, Hidrolândia, Irauçiba, Massapê, Meruoca, Moraújo, Mucambo, Pacujá, Pires Ferreira, Reriutaba, Santana do Acaraú, Senador Sá, Sobra e Varjota.

⁴ Os próximos parágrafos foram escritos a partir das informações retiradas do site da Secretaria de Educação do Estado do Ceará – SEDUC.

Em 2015, a aprendizagem dos estudantes do 5º ano, nos componentes curriculares de Língua Portuguesa e Matemática, melhorou em relação aos anos anteriores. Em Língua Portuguesa, o percentual de estudantes no nível adequado subiu para 37,2%, enquanto, em 2008, o nível era de 6,8%. Em Matemática, era de 3,6% e passou para 32,1%.

De acordo com a SEDUC, um dos objetivos do eixo do Ensino Fundamental I para a área da Matemática é produzir material de apoio pedagógico para professores e estudantes do 3º ao 5º anos do ensino fundamental dos 184 municípios, tendo como ações a realização de 64 horas de formação continuada presencial para 418 Formadores Multiplicadores de Língua Portuguesa e Matemática do 4º e 5º ano e a Distribuição da Proposta Curricular de Língua Portuguesa e Matemática para o Estado do Ceará, afirma o site da SEDUC.

As vivências que tive como formador de Matemática do Eixo do Ensino Fundamental I do 3º ao 5º ano, durante os anos de 2016, 2017 e 2018 no Programa MAIS PAIC, foram entrelaçadas de processos, ajustes e percepções sobre o ser professor, formador, pesquisador e sujeito que aprende e ensina Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Em 2016, o planejamento das ações, para as formações, foi pensado a partir das discussões sobre inovações metodológicas, que favoreçam a reflexão do professor a respeito de sua prática docente, de modo a promover mudanças na sua sala de aula. Os critérios de seleção dos conteúdos foram baseados em dados disponibilizados pelas avaliações externas.

O Quadro 01 apresenta os conteúdos matemáticos das formações em 2016.

Quadro 01 – Conteúdos matemáticos das formações em 2016

Formação	Conteúdo matemático
1	Números racionais
2	Figuras planas e perímetro
3	Grandezas e medidas e Operação com números racionais
4	Figuras tridimensionais

Fonte: Elaborado pelo autor a partir do material preparado pela Assessoria.

As formações aconteciam em três níveis: 1. do consultor com os formadores; 2. dos formadores com os professores formadores; e 3. dos professores

formadores com os professores. Eu participava diretamente dos níveis 1 e 2, as quais tinham duração de 16h/a (cada 8h/a equivale a 1 dia). O nível 3 tinha duração de 4h/a.

Com relação ao nível 1, que tinha um encontro para cada assunto, a formação era composta de vários momentos: estudo de texto, elaboração de material didático, planejamento da formação para o nível 2. No caso dos encontros 2, 3 e 4, havia um momento para partilhar a formação anterior realizada no nível 1.

No nível 1, as minhas aprendizagens docentes estavam centradas na dimensão conteudística e pedagógica. Na dimensão conteudística, ampliei meus conhecimentos sobre as operações com números racionais, pois o que aprendi na Educação Básica e Educação Superior tinha várias lacunas.

Na dimensão pedagógica, aprendi que o planejamento de atividades pressupõe reflexões e propostas condizentes com a realidade de cada sujeito, bem como que o conteúdo matemático precisa, sempre que possível, contemplar reflexões sobre a prática, alinhada a recursos que possibilitem a realização de atividades.

A formação ministrada por mim nos Polos estava alinhada com o processo formativo vivenciado no nível 1. A formação era dividida em momentos de diagnóstico dos saberes relacionados ao conteúdo ministrado, estudo teórico de texto, confecção de material didático, vivência do material, planejamento das atividades e avaliação do encontro.

No nível 2, pude observar que os saberes docentes são fundamentais. Conforme Barguil (2014, 2017a), evolui meus saberes, especificamente, o saber conteudístico com os diagnósticos explorados e explicados pela consultoria com explicações.

A discussão de tais saberes, em alguns momentos, representavam momentos de tensão. Para os formadores, diante da sua experiência como professores, alguns conceitos matematicamente comprovados não faziam sentido, preferindo eles a forma como aprenderam e, conseqüentemente, ensinavam. Exemplifico a resistência verificada quando do estudo dos conceitos relativos às operações fundamentais, de modo especial a nomenclatura “pedir emprestado.”

Destaco ainda o saber pedagógico explorado durante a confecção de materiais, de planos de aula e com recursos que possibilitaram a explicação do conteúdo para os formadores regionais.

Por fim, o saber existencial foi desenvolvido percebendo que o conhecimento matemático está acessível e que as atividades realizadas

impulsionaram minhas percepções sobre ser capaz de ensinar Matemática modificando meus sentimentos outrora tidos como vergonhosos sobre esse componente curricular.

Em 2017, a formação tinha o mesmo formato do ano anterior.

O Quadro 02 apresenta os conteúdos matemáticos das formações em 2017.

Quadro 02 – Conteúdos matemáticos das formações em 2017

Formação	Conteúdo matemático
1	Números naturais e Números racionais
2	Sistema de numeração decimal e Sistema monetário brasileiro
3	Campo conceitual aditivo e Figuras tridimensionais
4	Grandezas e medidas e Operações com números racionais

Fonte: Elaborado pelo autor a partir do material preparado pela Assessoria.

Em 2017, inserimos no nível 1, momentos de análise pedagógica dos itens das avaliações externas e, a partir desses diagnósticos, passamos a contemplar os momentos de diagnóstico dos saberes relacionados aos conteúdos ministrados, estudos teóricos de textos, confecção de material didático, vivência com o material, planejamento das atividades que eram levadas para os professores dos municípios e avaliação do encontro.

No nível 1, em relação aos saberes pedagógicos, aprendi a importância das avaliações externas e as análises pedagógicas das mesmas. Percebi que as avaliações externas e a política de resultados estão nas salas de aula, sendo importante utilizá-las para a superação dos desafios vivenciados no cotidiano da sala de aula de um educador matemático.

Observar as necessidades educacionais e a discussão de novas ideias pedagógicas geraram estratégias de ensino e a discussão de valores que implicaram na busca por reconhecer que cada resultado é importante.

Os saberes conteudísticos foram ampliados contemplando momentos de estudos, troca de conhecimento com profissionais da área da matemática e com o consultor. Destaco o diagnóstico realizado sobre Grandezas e Medidas.

Os saberes existenciais, embora não tenham sido trabalhos de forma direta, estavam perpassados nas atividades, na escuta e nos desabafos que aconteciam durante os encontros com o consultor. O medo e a sensação de vigilância também estavam presentes.

Eram necessários momentos mais leves para que a tais sentimentos fossem superados. No final, o reconhecimento de um bom trabalho por parte do Governo do Estado e da consultoria foram essenciais para a garantia das parcerias realizadas.

No nível 2, no ano de 2017, a partir das discussões realizadas no nível 01, destaco que os saberes docentes estavam em constante mudança.

Especificamente, os saberes conteudísticos foram contemplados e ampliados quando os formadores demandavam, cada vez mais, explicações diferentes daquelas que estavam acostumados ou que receberam durante a sua vida de estudante na Educação Básica e na Educação Superior. A partir das suas escutas, esse momento ocorreu diferentemente do processo do ano anterior, com menos tensões.

Percebi que o saber pedagógico tem uma função destacada nas práticas escolares, pois, a cada formação, eram levados materiais e orientações para que os processos de ensino e de aprendizagem fossem melhorados.

Por fim, o saber existencial é destacado durante as avaliações que, de uma maneira geral, avaliavam meu trabalho como bom e isso fazia com que eu investisse em querer aprender conteúdos e práticas de ensino que contemplassem o desejo dos formadores.

Em 2018, outra consultoria foi contratada pela SEDUC, que apresentou uma proposta de formação baseada em dois volumes produzidos por ela, os quais eram destinados do 3º ao 5º ano: um com Atividades e outro com Orientações Metodológicas. A formação teve início em março e término em outubro de 2018.

A formação era discutida e concebida a partir da confecção de cadernos didáticos que tinham orientações e questões sobre os conteúdos que o professor trabalharia em sala. A formação recebida pela consultoria tinha duração de 16h.

O Quadro 03 apresenta os conteúdos matemáticos das formações em 2018.

Quadro 03 – Conteúdos matemáticos das formações em 2018

Encontro	Conteúdo matemático
1	Estruturas aditivas
2	Estruturas multiplicativas
3	Números racionais

Fonte: Elaborado pelo autor a partir do material preparado pela Assessoria.

As atividades que constavam no respectivo volume eram analisadas durante os encontros formativos de planejamento, considerando os temas respectivos. Além desse material, também tínhamos momentos de leitura de textos e confecção de materiais.

O saber conteudístico foi vivenciado em cada formação com o estudo de textos e explicações sobre a Matemática. Os textos ofereciam subsídios que precisávamos para colocar em prática os saberes pedagógicos, como o texto sobre o raciocínio dos estudantes no Ensino Fundamental sobre as estruturas multiplicativas. Tal discussão possibilitou sobre o campo conceitual multiplicativo e o entendimento de que esse campo contempla conceitos relacionados à multiplicação e à divisão.

O saber pedagógico foi vivenciado nas discussões e na análise do Caderno de Atividades, o qual apresentava um exercício com habilidades para serem desenvolvidas e uma sequência didática dividida em analisar, comunicar e (re)formular, uma sugestão de avaliação e observações gerais para o professor. A seguir, apresento um exemplo de atividade pedagógica proposta nesse Caderno de Atividades (Imagem 06).

Imagem 06 – Atividade proposta no Caderno de Matemática (2018)

AULA 05 – EIXO: ENSINO FUNDAMENTAL/ MATEMÁTICA	
Componente Curricular	Matemática e Língua Portuguesa- 5º ano
Atividade	Elaborando situações de partição e de cotição
Habilidades	- Desenvolver a compreensão conceitual de divisão; - Desenvolver habilidades algébricas;
Como fazer?	[Analisar] Professor (a) apresente a operação: $24 \div 6 =$ Peça aos alunos para escrever em seus cadernos o enunciado de um problema que esta expressão poderia ser usada para resolvê-lo. [Comunicar] A comunicação acontecerá de forma oral e a partir da elaboração feita individualmente por cada estudante no caderno. Permita que vários alunos compartilhem suas situações. [(Re) formular] As respostas podem variar. Quando os alunos compartilharem os enunciados de seus problemas, escreva-os na lousa. Separe os problemas em duas categorias: aquelas que demonstram divisão partitiva e aquelas que demonstram divisão cotitiva. Segue um exemplo de cada um: Divisão Partitiva: Existem 24 lápis. Se 6 alunos querem compartilhar os lápis de forma justa, quantos lápis cada aluno recebe? (ideia de repartir) Divisão cotativa: Existem 24 cookies. Um padeiro quer empacotá-los em grupos de 6. Quantos pacotes o padeiro pode fazer? (ideia de medir) Qual é a diferença entre os dois tipos de problemas de divisão? É importante que os estudantes entendam que a primeira situação tem os 24 itens divididos igualmente em 6 grupos de 4, enquanto que a segunda situação tem 24 itens separados em 4 grupos de 6. A diferença é se o 6 determina o número de grupos ou o número de itens em cada grupo.
Avaliação	Observe e registre os avanços e as dificuldades dos alunos de modo a acompanhar o desenvolvimento de suas aprendizagens.
Observações	Professor (a) no Caderno de atividades do MAIS PAIC - 5º ano/ 1º e 2º Bimestre tem exercícios com as habilidades exploradas nestas atividades. Também verifique, junto ao livro didático adotado em sua escola, as atividades que contemplem estas habilidades. Na 2ª formação do mais PAIC de Matemática trabalhamos com as Estruturas Multiplicativas. Caso tenha alguma dúvida em relação a diferença entre divisão partitiva e cotitiva, consulte o material disponibilizado.

Fonte: Castro (2018, p. 17).

O saber existencial foi contemplado analisando as minhas crenças e conhecendo novas possibilidades de fazer Matemática. Percebi que a Educação Matemática me proporcionou a maioria das minhas experiências como professor. Isso me deu alegrias e trouxe também novas exigências para continuar estudando, entendendo meus limites, reconhecendo até onde posso ir e atuar.

Como professor de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, tinha a sensação de que essa área do conhecimento para este público específico era fácil e com demandas tranquilas de serem atingidas, levando em consideração minha experiência e minha formação.

Porém, ao ingressar no Programa, percebi que minhas ideias precisavam ser reconstruídas e pensar a partir de um novo lugar, o de formador de formadores, fazia-se necessário. Assim, durante os três anos de formações, discussões, problematizações e experiências de vida.

Essas percepções acentuam o fato de que os saberes existenciais precisam ser ampliados e discutidos em todos os espaços formativos, pois, de acordo com Barguil (2014, 2017a), eles são essenciais para a prática docente, pois são as crenças que os professores possuem sobre a Educação, a escola, a vida, o aprender e o ensinar, as quais se manifestam na forma como o professor atua.

Em virtude disso, durante esse processo, nasceram algumas indagações como: Quais são os sentimentos e as crenças que os formadores de professores de Matemática possuem em relação à disciplina que lecionam?

Em um estudo realizado com formadores municipais, Silva (2017) destaca que os formadores municipais de Matemática das CREDES 05 e 06 do Programa MAIS PAIC do Eixo do Ensino Fundamental I possuem um satisfatório conhecimento existencial sobre a Matemática e a sua docência.

Contudo os formadores relatam que nem todos podem aprender a disciplina, pois atribuem a aprendizagem do componente curricular, de maneira geral, ao estudante, responsabilizando-o pelo seu sucesso ou não na área. Esse estudo indica que, para os formadores, os atores pedagógicos, professores e estudantes, possuem papéis bem definidos nos processos de ensino e de aprendizagem.

Para esse autor, os formadores são sujeitos preocupados por estarem no lugar de formadores de professores devido, principalmente, à cobrança por índices robustos. Sobre os sentimentos em relação à função que exercem, os mesmos relatam que se sentem: responsáveis, preocupados, ansiosos, satisfeitos, realizados, tristes, otimistas, alegres, angustiados e competitivos.

Silva (2017) afirma que, para os formadores, há uma diferença entre ensinar para estudantes e ensinar para professores. Conforme os formadores, ensinar para os estudantes é mais fácil, pois eles ainda não sabem ou estão aprendendo alguns conceitos, são mais interessados, atentos e participativos. Por outro lado, ensinar para os professores é mais difícil, pois alguns desses acreditam já saberem e não estão abertos para sugestões.

Segundo o mesmo autor, de acordo com os formadores, a resistência dos professores às novas propostas representa o principal entrave durante as formações. Os formadores afirmam que o abandono de antigas práticas e a ausência da vontade de aprender são um desafio, pois alguns dos professores, apesar de participarem da formação, não aplicam na sala de aula o que foi visto.

Os formadores acreditam que a Matemática é uma disciplina fácil de ser ensinada, desde que o professor tenha domínio do conteúdo. Nenhum dos formadores informou que a Matemática é fácil de ser ensinada por gostarem da disciplina, mas apenas por contemplar um dos aspectos necessários dos saberes para a docência, o conteúdo (SILVA, 2017).

Com isso, percebe-se que a discussão sobre os saberes docentes, divididos, segundo Barguil (2014, 2017a), em conteudístico, pedagógico e existencial, necessários à prática da sala de aula é indispensável, pois ela se relaciona com a intensa e urgente busca pela formação continuada dos professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

O saber conteudístico foi vivenciado em cada formação com sondagens, diagnósticos, estudos de textos e explicações sobre o desenvolvimento do conhecimento matemático.

O saber pedagógico foi oportunizado durante as vivências pedagógicas com oficinas para construção de materiais didáticos, momentos de planejamento de atividades e apresentações aulas.

O saber existencial foi desenvolvido analisando as crenças, sentimentos, valores e percepções dos formadores durante os encontros.

Por fim, considero este programa um importante espaço de compartilhamento de saberes, especificamente, saberes matemáticos os quais contribuem para a formação docente e para a aprendizagem dos estudantes do Estado.

2.3 Formador de professores de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental do município de Fortaleza

No ano de 2019, fui aprovado em uma seleção para compor o quadro de Formadores do Município de Fortaleza, inaugurando um novo percurso profissional. Dentre as funções do formador da prefeitura de Fortaleza, estavam as seguintes:

- Participar nas formações promovidas pela Secretaria da Educação do Estado do Ceará (SEDUC) e Secretaria Municipal da Educação (SME);
- Participar de momentos de estudo e planejamento das formações dos anos iniciais e caso necessário, coordenadores pedagógicos;

- Acompanhar as turmas dos professores cursistas, em seus planejamentos e em sala de aula observando os aspectos pedagógicos e a assiduidade dos mesmos (alunos e professores);
- Acompanhar os resultados das avaliações e propor estratégias de intervenções, visando a melhor aprendizagem dos alunos.

As atividades principais do formador estavam dentro do âmbito do estudo, planejamento e realização dos encontros formativos para os professores e acompanhamento das turmas dos professores cursistas.

Os temas das formações foram definidos pela SME (Quadro 04). A formação recebida pelos formadores tinha 8 horas de duração e a formação ministrada para os professores 4 horas. Essas diferentes cargas-horárias indicam uma preocupante restrição na formação dos professores, pois era necessário reduzir conteúdos e vivências para caber no tempo disponível.

Nas formações do Estado do Ceará, também acontecia essa diminuição na formação efetiva dos professores, fato esse que comprometia tanto a fundamentação teórica, como a realização de atividades práticas, com a construção de recursos didáticos e partilha de experiências.

Quadro 04 – Conteúdos matemáticos das formações em 2019

Formação	Conteúdo matemático
1	Sistema Numeração Decimal (SND) e as operações de adição e subtração
2	Operações de multiplicação e divisão
3	Frações: diferentes representações
4	Pensamento Geométrico e Pensamento Estatístico

Fonte: Elaborado pelo autor a partir do material preparado pela Assessoria.

Os acompanhamentos das aulas dos professores cursistas eram agendados, combinando com o professor o dia, o horário e a turma que receberia a visita do formador. O acompanhamento também tinha uma devolutiva no dia do planejamento, para dialogar com o professor, refletindo sobre as suas práticas e retomando alguns pontos contemplados durante o encontro formativo.

Encontramos em Lorenzato (2010) a importância desse momento, quando afirma que a falta de reflexão do professor sobre sua prática pedagógica está

relacionado com a repetição de um ensino destituído de significado para os estudantes. Com isso, ressalta o autor, ser reflexivo é uma exigência ao professor que objetiva uma melhor postura profissional.

Sobre as observações de sala, em um estudo realizado com professores durante as visitas, Silva (2019, p. 10) destaca que:

As aulas sobre as operações fundamentais dos professores observados para que estejam de acordo com o processo de cifranvização, além dos aspectos já contemplados nas aulas como interpretação de situações-problema, precisam de recursos que atendam as demandas de aprendizagem dos estudantes, como, por exemplo, o quadro valor de lugar e atividades em grupos.

A partir desse estudo inicial, pude perceber que uma das possibilidades de avanço no processo de cifranvização é a análise do que os estudantes produzem, tanto nas avaliações quanto nas atividades diárias propostas pelos professores.

Para Silva (2019), com as atividades de diagnóstico, é possível acompanhar como os discentes estão pensando e como se apropriam dos conceitos ensinados pelos professores. Com isso, a ideia de trabalhar na tese de doutorado com encontros formativos para os professores e com diagnósticos para acompanhamento da aprendizagem dos estudantes foi fortalecida.

O saber conteudístico era contemplado nas discussões e estudos propostos pela SME. Com textos que abordavam o conteúdo com objetividade e precisão, aprendi sobre o SND e a diversidade de construção propostas de situações-problema para as operações fundamentais. Ensinei sobre a história do SND e como interpretar as situações problemas usando a teoria dos campos conceituais de Vergnaud (1996).

No estudo sobre fração, foram explicadas tanto as diferentes representações dos números racionais, como as operações entre eles.

O pensamento geométrico foi discutido considerando as características dos sólidos e realizando a planificação de sólidos geométricos. O pensamento estatístico, que está relacionado à construção de gráficos, contemplou a elaboração de situações problemas e atividades para os estudantes.

O saber pedagógico, amplamente vivenciado nesse período, foi proporcionado em cada visita, cada acompanhamento e planejamento com professores. Pensar em como transpor a formação vivida com os professores na sala

de aula era um momento de prazer. O planejamento tem um dia específico na carga-horária do professor e isso favorecia nossos encontros para discussão e confecção de materiais. Além de criar vínculos que deixavam o professor mais confortável para me receber em sua sala, durante os acompanhamentos. As minhas aprendizagens de saber pedagógico foram: analisar uma aula, planejar com os colegas e desenvolver um acompanhamento do trabalho docente.

O saber existencial foi desenvolvido ouvindo os professores, suas angústias e vitórias. Eu desenvolvi sensibilidade e entendi que a maior parte dos professores está sempre querendo acertar, que o desejo de aprender está presente, mesmo naquele que critica toda a formação.

Concluo esse capítulo, defendendo que a Educação é um trabalho essencialmente humano. Como afirmam Vygotsky e Luria, (1996, p. 95):

O comportamento do homem moderno, cultural, não é só produto da evolução biológica, ou resultado do desenvolvimento infantil, mas também produto do desenvolvimento histórico. No processo do desenvolvimento histórico da humanidade, ocorreram mudança e desenvolvimento não só nas relações externas entre pessoas e no relacionamento do homem com a natureza; o próprio homem, sua natureza mesma, mudou e se desenvolveu.

Essas experiências foram e são muito valiosas em minha trajetória, pois permitiram encontrar pessoas que, com muito carinho, dedicação e compromisso, trabalham para garantir qualidade para a Educação Matemática no Estado do Ceará e no município de Fortaleza.

3 SABERES DOCENTES E OS PROCESSOS DE ENSINO E DE APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

Neste capítulo, abordarei aspectos relacionados aos saberes docentes necessários para a prática profissional do professor que leciona Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Serão apresentados aspectos relacionados ao desenvolvimento profissional dos professores de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, destacando a importância do trabalho em grupo. Além disso, tratarei sobre como a Matemática é vivenciada na sala de aula, que é um espaço de compartilhamento de conhecimentos e de vida. No final, apresentarei o ensino e a aprendizagem da Matemática na sala de aula, ressaltando o papel da comunicação.

3.1 Saberes docentes e sala de aula de Matemática

Freire (1996, p. 12) afirma que ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua produção ou a sua construção.

Se, na experiência de minha formação, que deve ser permanente, começo por aceitar que o *formador* é o sujeito em relação a quem me considero o *objeto*, que ele é o sujeito que *me forma* e eu, o *objeto* por *ele formado*, me considero como um paciente que recebe os conhecimentos-conteúdos-acumulados pelo sujeito que sabe e são a mim transferidos. Nesta forma de compreender e de viver o processo formador, eu, objeto agora, terei a possibilidade, amanhã, de me tornar o falso sujeito da "formação" do futuro objeto de meu ato formador. É preciso que, pelo contrário, desde os começos do processo, vá ficando cada vez mais claro que, embora diferentes entre si, quem forma se forma e re-forma ao for-mar e quem é formado forma-se e forma ao ser formado. É neste sentido que ensinar não é transferir conhecimentos, conteúdos nem *formar* é ação pela qual um sujeito criador dá forma, estilo ou alma a um corpo indeciso e acomodado.

De acordo com Campos (2013), a escola está perpassada por interesses diversos e marcada por contradições. Numa sociedade organizada em classes sociais, graves conflitos acontecem no seu interior. Assim sendo, neste processo complexo se tecem, de forma aberta ou dissimulada, as negociações, as resistências, as reações, as lutas e a autonomia dos sujeitos.

Desse modo, segundo autor, a escola pode exercer outras funções, não se limitando à reprodução social, mas como instituição que se faz pela construção de ideias, representações. A própria socialização do conhecimento produz saberes, fruto do enfrentamento e das contraditórias relações sociais, não se restringindo ao

contexto da sociedade em que a escola está inserida. Assim, o desafio que se coloca para a educação escolar é o de intervir no mundo, transformando-o pelo diálogo. Compreende-se, portanto, que o papel do professor é o de mediador das relações, da aprendizagem e do conhecimento.

Para Tardif (2002), não é possível falar do saber docente sem relacioná-lo com os condicionantes e com o contexto do trabalho, pois o saber é sempre o saber de alguém que trabalha alguma coisa no intuito de realizar um objetivo qualquer. Além disso, o saber não é uma coisa que flutua no espaço: o saber dos professores é o saber deles e está relacionado com a pessoa e a identidade deles, com a sua experiência de vida e com a sua história profissional, com as suas relações com os estudantes em sala de aula e com os outros atores escolares.

Assim, Tardif (2002) conceitua os saberes docentes de uma maneira que o professor possa desenvolver um conjunto de habilidades para além da relação entre os conhecimentos e os conteúdos acumulados pelo sujeito que sabe e os transfere a alguém.

Como alternativa, D'Ambrosio (2005) afirma que a abordagem construtivista que consiste na disposição para ouvir a voz do estudante e examinar suas construções matemáticas é fundamental. Para a autora, o professor construtivista estuda as construções dos seus estudantes e interage com eles num espaço pedagógico que foi criado, pelo menos em parte, com base na maneira como o professor conhece a compreensão que o estudante possui dos conceitos e ideias desenvolvidas.

Para D'Ambrosio (2005), por exemplo, em um curso tradicional de Matemática, a divisão de números decimais exige a aprendizagem do procedimento que resume em igualar as casas decimais.

Nos melhores cursos, os professores desenvolvem para o estudante uma explicação em que o problema $156 : 3,25$ pode ser resolvido multiplicando os dois números por cem, e a resposta do novo problema $15.600 : 325$ também é a solução do problema anterior. (D'AMBROSIO, 2005, p. 21).

A autora segue explicando o contexto acima afirmando que muitos docentes buscam a explicação do pensamento dos estudantes em frases feitas como "o que se faz de um lado tem que fazer do outro." Frases como essa, para D'Ambrosio (2005), tornam-se empecilhos para que o professor possa entender o pensamento do

estudante, pois é necessário interpretar o trabalho dos discentes, resignificando a Matemática formal e enriquecendo o repertório de possíveis soluções.

Percebe-se, na fala dos autores, que os processos de ensino e de aprendizagem são constituídos por elementos para além da técnica pedagógica. Elementos que envolvem saberes sobre a forma como o estudante aprende, a maneira como o conteúdo a ser estudado está estruturado, conceitos e disponibilidade para criação de um ambiente propício à imaginação e ao questionamento.

De acordo com Ambrosetti e Ribeiro (2005), ao discutir a formação de professores, é preciso considerar a natureza da atividade docente. A docência é uma prática social institucionalizada que se origina na necessidade de preparar as crianças e jovens das novas gerações para a vida adulta, garantindo-lhes o acesso aos conhecimentos culturais e ao uso dos sistemas simbólicos produzidos pelo grupo humano ao qual pertencem.

Pertencer a um grupo humano, socialmente institucionalizado, oportuniza aos professores o contato com saberes que não foram vivenciados ou aprendidos durante seu processo formativo, seja inicial, contínuo ou vivenciado durante a prática profissional no ambiente escolar.

Outra característica da docência é esta ser uma atividade essencialmente humana. As relações que ocorrem na escola e durante a aula precisam ser pensadas e vivenciadas a partir da consideração de que o professor irá interagir com pessoas.

Campos (2013) afirma que a ação do professor é semelhante a do artista que elabora ou esculpe uma peça, pois durante a sua ação o professor preocupa-se em definir formas e estratégias, envolvendo-se e emocionando-se na construção do humano.

Além disso, percebe-se que somente o conhecimento da matéria a ser ensinada não é suficiente para que o professor encontre os subsídios necessários para a sua prática, faz-se necessário que ele os reconheça e os amplie, contribuindo tanto para o seu desempenho enquanto profissional quanto para a aprendizagem dos estudantes.

Na sua essência, o saber dos professores é um saber plural e sincrético. Faz-se no exercício da profissão docente: o professor não se limita a aplicar teorias ou técnicas de ensino, mas o trabalho exige do professor criatividade, experiência, paciência, vivência e tempo.

O docente amadurece professor pela própria atividade de ser professor fazendo-se professor no cotidiano da ação docente. O professor é um permanente aprendiz, tornando-se docente pelas suas crenças, representações e hábitos (CAMPOS, 2013).

Morin (1993) afirma que o conhecimento não se reduz à informação. Essa é um primeiro estágio daquele. Conhecer implica um segundo estágio: o de trabalhar com as informações classificando-as, analisando-as. O terceiro estágio tem a ver com a inteligência, a consciência ou sabedoria. Inteligência tem a ver com a arte de vincular conhecimento de maneira útil e pertinente, isto é, de produzir novas formas de progresso e desenvolvimento; consciência e sabedoria envolvem reflexão, ou seja, a capacidade de produzir novas formas de existência, de humanização.

Para Pimenta (2012), os profissionais da educação, em contato com os saberes sobre a educação e sobre a Pedagogia, podem encontrar instrumentos para se interrogarem e alimentarem suas práticas, confrontando-os. Para a autora, é nesse momento que são produzidos os saberes pedagógicos.

Sobre as crenças, Campos (2013) afirma que atualmente nada garante o sucesso do trabalho docente se os professores não superarem suas crenças limitantes sobre os processos educacionais e se dedicarem ao fazer pedagógico que leve o estudante a experimentar outro comportamento diante dos objetos de ensino.

Para o autor, tais crenças são faculdades que os docentes internalizam antes mesmo de se tornarem professores, ainda como estudantes. É o caráter pessoal, emocional e se articulam como um sistema hierárquico de filtragem sobre o que é verdadeiro no ensinar e no aprender. As crenças se consolidam com o tempo, na medida em que as experiências se cristalizam de forma exitosa. Portanto, o professor, ao assumir a docência, traz consigo elementos condicionantes que interferem na sua prática.

No entendimento de Curi (2005), as crenças e as concepções que os professores têm sobre a Matemática e o seu ensino interferem na constituição de seus conhecimentos, interagem com o que ele sabe da Matemática, influenciando a tomada de decisões e as ações do professor para ensinar o componente curricular.

Curi (2005, p.149) ressalta ainda que: “Se as escolas de formação de professores não trabalharem as crenças dos futuros professores elas poderão se tornar obstáculos ao desenvolvimento de propostas curriculares mais avançadas.”

De acordo com a autora, é essencial desenvolver, durante as formações de professores, atitudes positivas em relação à Matemática e seu ensino, pois não basta conceituar: é fundamental ter predisposição para usar conhecimentos matemáticos como recursos para interpretar, analisar e resolver problemas, ter perseverança na busca de resultados e confiança em si mesmo para aprender e ensinar Matemática.

Por isso, segundo Tardif (2002), no âmbito da organização do trabalho escolar, o que um professor sabe depende também daquilo que ele não sabe, daquilo que se supõe que ele não saiba, daquilo que os outros sabem em seu lugar e em seu nome, dos saberes que os outros lhe opõem ou lhe atribuem.

Especificamente sobre o ensino de Matemática, pesquisadores têm investigado a compreensão das características do saber dessa área do conhecimento e as suas relações com o desenvolvimento profissional do professor.

No caso do conhecimento matemático do Pedagogo, professor responsável por este conhecimento na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental, Curi (2005, p. 76-77) relata que

[...] os futuros professores concluem cursos de formação sem conhecimentos de conteúdos matemáticos com os quais irão trabalhar, tanto no que concerne a conceitos quanto a procedimentos, como também da própria linguagem matemática que utilizarão em sua prática docente.

Essa lacuna pode ajudar a explicar eventuais resistências de professores quando vivenciam formações (inicial e/ou continuada), pois, conscientemente ou não, são confrontados com a precariedade do seu conhecimento.

Outro fator de deficiência no ensino e na aprendizagem da Matemática é a escassez de experiências com materiais concretos durante a formação inicial e continuada dos professores. Nacarato (2005) afirma que poucos docentes sabem usar os materiais manipuláveis enquanto a maioria se limita a reproduzir os desenhos dos livros didáticos.

Nesse sentido, segundo Barguil (2016b), as pesquisas na área de Educação Matemática indicam aspectos que necessitam ser incorporados no cotidiano escolar para reverter os baixos índices de aprendizagem matemática, tais estudos, segundo o autor, mostram a necessidade de o professor:

- i) Aprofundar seus saberes conteudísticos: São os conteúdos e como estes estão organizados no currículo. Refere-se aos conceitos

envolvidos em cada tópico que devem ser compreendidos pelos estudantes;

- ii) Ampliar seus saberes pedagógicos: São as teorias da aprendizagem, os recursos didáticos e a transposição didática. Este saber permite estabelecer um vínculo coerente entre as escolhas pedagógicas (ensino) e o funcionamento da mente (aprendizagem), que se expressa na relação professor-conhecimento-estudante, nos materiais didáticos e na dinâmica da sala de aula;
- iii) Modificar seus saberes existenciais: São as crenças, percepções, sentimentos e valores – a subjetividade – do professor e contempla a percepção que ele tem sobre Educação, sobre a sua profissão, sobre o estudante, sobre o conhecimento e sobre a vida.

A interseção destes três saberes proporciona ao docente segurança, análise crítica da sua prática, bem como percepção holística dos estudantes e do conhecimento que leciona.

Barguil (2016b) explicita que ainda existe quem acredite que para ensinar um conteúdo basta que o professor o domine, sendo esta a condição para que o estudante aprenda. Dessa forma, explica o autor, uma vez cumprida essa etapa, a responsabilidade pela aprovação passa a ser de cada um dos discentes.

No entendimento de Barguil (2013), o maior desafio educacional, em qualquer área do conhecimento, é abandonar práticas que expressam a crença de que o saber é transferido de alguém que sabe, no caso o professor, para alguém que não sabe, o estudante. De fato, no ensino tradicional, o estudante é depositário de informações. Para superar essa prática pedagógica, é necessário inserir o estudante em seu processo de aprendizagem.

Para que mudanças sejam observadas na prática docente é necessário que o professor ou quem está se preparando para ser um, identifique as crenças e os sentimentos que o guiam no seu cotidiano, bem como os transforme, o que é possível quando ele aprende Matemática, especificamente, de um modo diferente daquele que lhe causou resistência e insatisfação.

Portanto, encontra-se na formação continuada de professores a possibilidade de ampliação dos conhecimentos para a docência construídos na formação inicial, acreditando que se faz necessária a constante interação dos

professores com os mais recentes estudos da área da docência, seus saberes e práticas.

3.2 Desenvolvimento profissional dos professores de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental

De acordo com Carneiro (2013), a necessidade de desenvolvimento profissional decorre da própria natureza do ofício de educador. As transformações da sociedade e as mudanças de natureza do conhecimento com repercussões diretas sobre sua organização exigem, do professor, um esforço continuado de atualização, de aperfeiçoamento e de renovação dos métodos de trabalho.

Ferreira (2008) define desenvolvimento profissional como um movimento que acontece ao longo de toda a experiência profissional com o ensino e a aprendizagem da Matemática, que não possui período estabelecido e nem ocorre de forma linear.

Para a autora, esse processo – motivado por fatores pessoais, cognitivos e afetivos – envolve a formação inicial e a continuada, bem como a história pessoal como estudante e professor. As características do indivíduo, sua vida atual, sua personalidade, sua motivação para mudar, os estímulos ou pressões que sofre da sociedade, sua cognição e seus afetos possuem importante impacto sobre esse movimento.

Gatti (2000) afirma que algumas crenças do tipo “quem sabe, sabe ensinar” ou “o professor nasce feito” ainda predominam em nosso meio, embora a realidade esteja a toda hora contraditando estas crenças. Para a autora, a profissão docente ainda é encarada pela sociedade como sendo “fácil”, como algo que pode ser feito intuitivamente, dispensando uma formação de qualidade, bons materiais, boa estrutura e bons professores.

Assim sendo, Imbernón (2010) ressalta que é fundamental uma formação em atitudes (cognitivas, afetivas e comportamentais), pois tal formação auxilia no desenvolvimento pessoal dos professores, em que a fronteira entre o pessoal e profissional está difusa, e favorece uma melhoria das relações entre docentes e deles com os estudantes.

Dessa forma, percebe-se que há dificuldade em associar a teoria com a prática nos cursos de formação; nestes, aprende-se teorias educativas, sociológicas,

psicológicas e filosóficas e, no entanto, ignoram o cotidiano escolar. Isso é observável no impacto que os professores sofrem no início de carreira, ao encarar a realidade da escola e da sala de aula (ALVARADO-PRADA, 1997).

Diante dessa identificação de lacunas formativas apontadas pelos autores, percebe-se que o aperfeiçoamento profissional do professor em exercício é fundamental para a articulação das suas aprendizagens e o seu desenvolvimento enquanto docente.

Para Imbernón (2010), no entanto, já não é tão habitual que se estabeleçam estruturas e propostas que possibilitem uma maior inovação dos processos educativos das instituições de ensino, sobretudo nestes tempos, quando predominam governos de atitudes conservadoras e políticas neoliberais.

Talvez seja porque ainda predominam políticas e formadores que praticam com afínco e entusiasmo uma formação transmissora e uniforme, com predomínio de uma teoria descontextualizada, válida para todos sem diferenciação, distante dos problemas práticos e reais e fundamentada em um educador ideal que não existe.

Candau (1996, p. 57) ressalta que o processo aperfeiçoamento profissional do professor precisa apoiar-se numa prática reflexiva, capaz de identificar os problemas e buscar soluções, mas, especialmente, “[...] que seja uma prática coletiva, uma prática construída conjuntamente por grupos de professores ou por todo o corpo docente de uma determinada instituição escolar.”.

Pensar o aperfeiçoamento de professores implica então em reconhecer, como também destaca Gatti (1996), que o professor é uma pessoa de certo tempo e lugar, datado e situado, fruto de relações vividas, de uma dada ambiência que o expõe ou não a saberes, que podem ou não ser importantes para sua atuação profissional. Os professores têm sua identidade pessoal e social que precisa ser compreendida e respeitada.

Entender o caráter ao mesmo tempo individual e social da prática docente evidencia a importância de considerar o professor em sua totalidade, isto é, reconhecer que a competência docente envolve também as condições existenciais, as relações sociais e familiares, as características pessoais, a elaboração da afetividade.

A autora aponta também para a necessidade de compreender e valorizar o contexto onde os professores exercem o magistério, no qual os fins e motivos de sua

atividade profissional ganham sentido e onde aprendem as atitudes e formas de agir na profissão.

Segundo Alvarado-Prada, Freitas e Freitas (2010), a formação, como um caminho de diversas possibilidades, permite às pessoas que o transitam desenvolver-se, construir as relações que as levam a compreender continuamente seus próprios conhecimentos e os dos outros e associar tudo isso com suas trajetórias de experiências pessoais.

A formação docente, portanto, é uma contínua caminhada dos profissionais da educação, em cujo caminhar atuam todas as suas dimensões individuais e coletivas de caráter histórico, biopsicossocial, político, cultural, próprias de seres integrais e autores de sua própria formação. Assim, o trabalho colaborativo para formação e desenvolvimento do professor surge como uma estratégia de prática educativa tendo como lócus o próprio ambiente de seu trabalho.

Segundo Goodson (2000), o professor precisa ser visto como agente dessa formação e as pesquisas sobre formação devem ser pautadas por uma ação com o professor e não sobre o professor. Para o autor, no mundo do desenvolvimento dos professores, o ingrediente que vem faltando é a voz do professor.

Explicitando a questão do entendimento sobre formação continuada e desenvolvimento profissional, Espinosa e Fiorentini (2005) afirmam que a forma tradicional como tem sido entendida a cultura – como propriedade exclusiva das classes dominantes – e a aculturação das classes dominadas influenciou diretamente na forma de conceber educação.

Nesse sentido, Ginzburg (1987) questiona, sobretudo, a subordinação das classes subalternas à cultura das classes dominantes. Acredita, em contrapartida, na possibilidade de as classes subordinadas produzirem, pelo menos em parte, cultura alternativa.

Para Espinosa e Fiorentini (2005), o influxo do tipo de Educação compreendido como aculturação teve reflexo direto no campo da pesquisa nessa área. No caso dos professores, por exemplo, eles seriam considerados apenas “objetos de pesquisa”. Além disso, explicam, as pesquisas focavam isoladamente um aspecto da formação ou do trabalho docente.

Para os autores, a pesquisa acadêmica, embora possa fornecer subsídios que ajudam a compreender os problemas da prática, não pode prescrever modelos de prática docente. Como alternativa, eles apontam a possibilidade de tornar os

professores investigadores, de modo que seus saberes também possam fazer parte da literatura educacional.

Um dos empecilhos para que isso ocorra, ressaltam os autores, é o fato de o Brasil ser um país em desenvolvimento, onde as situações sociais dos estudantes, dos professores e das salas de aula são mais complexas que aquelas de países desenvolvidos.

É justamente essa realidade mutante e complexa da escola terceiro-mundista de hoje que exige de seus professores habilidades, conhecimentos, flexibilidade e astúcia para poderem desenvolver um ensino relevante para a constituição de sujeitos capazes de atuar criativamente e compreender criticamente o mundo pós-moderno em que vivem. Como ser um educador minimamente razoável nesses contextos sem ter pelo menos uma atitude reflexiva e investigativa? (ESPINOSA; FIORENTINI, 2005, p. 155).

Os autores reiteram que o professor de Matemática, isolado na escola, dificilmente terá motivação e condições de se constituir pesquisador. Ele precisa de apoio ou parceria externa, como, por exemplo, dos professores universitários. Por outro lado, alguns resultados obtidos pela pesquisa acadêmica distanciada da prática e da convivência com os professores têm se mostrado inócuos à compreensão e atuação deles nos diferentes contextos escolares.

Assim, frente à necessidade, por um lado, de os acadêmicos se aproximarem dos professores e de suas práticas e, por outro, de os professores escolares buscarem apoio externo para enfrentarem seus problemas, surge, segundo Fiorentini (2000), a alternativa de pesquisa dos acadêmicos com os professores escolares.

Fiorentini (2000) defende que assumir uma concepção de desenvolvimento profissional de professores que leve em consideração o conjunto de saberes utilizados em seu espaço de trabalho cotidiano implica tomar como ponto de partida e de chegada a própria prática profissional dos professores, seus saberes, suas ideias e representações acerca da atividade docente, tendo como mediação as contribuições teórico-científicas das ciências educativas e, em particular, da Educação Matemática.

Espinosa e Fiorentini (2005) explicam que o motivo para fazer da prática docente o ponto de partida e de chegada encontra-se no fato de os professores possuírem saberes que são mobilizados, utilizados e produzidos no âmbito de suas tarefas cotidianas e de, com tais saberes, desempenharem seu trabalho.

Guèrios (2005) alerta que o desenvolvimento profissional, concebido como formação, fundado em base experiencial, tendo o professor como sujeito do seu próprio processo e construtor de sua caminhada, leva-o a um estado permanente de transformação, a embrenhar-se por espaços intersticiais.

Nesses espaços, o livre pensar pela ação em rotas inovadoras, professores e estudantes embarcam na arte de criar, para a qual não há tempo marcado, convivem com o predeterminado para ser aprendido e ensinado, desprendendo-se das amarras que predeterminam o fazer. As técnicas adquirem vida e movimento e embasam fazeres ousados, mas responsáveis.

Para a autora, não é nos ambientes formais, senão nos corredores da vida, que o sujeito torna-se autêntico, deixando, sem pudores, vir à tona o que está dentro de si. Ela afirma ainda que a ação docente indagativa e aberta dará à formalidade das salas de aula conotações de corredores da vida, onde experiências autênticas poderão efetivar-se, pois o que conta para a transmutação formativa são os espaços intersticiais, o lugar dos perigos, do imprevisível, do inesperado, do imponderável, das emoções, da imaginação, da criatividade.

Nesse sentido, Morin (2000, p. 30) afirma que o “[...] nos instamos de maneira segura em nossas teorias e ideias, e estas não tem estrutura para acolher o novo. Entretanto, o novo brota sem parar.” Para o autor, não é possível jamais prever como a novidade se apresentará, mas deve-se esperar sua chegada, ou seja, esperar o inesperado. “E quando o inesperado se manifesta, é preciso ser capaz de rever nossas teorias e ideias, em vez de deixar o fato novo entrar à força na teoria incapaz de recebê-lo.” (MORIN, 2000, p. 30).

Para Nacarato (2005), o processo de desenvolvimento profissional precisa ter espaço para que os docentes possam se sentir à vontade para relatar seus sucessos e fracassos. Segundo a autora, os sucessos contribuem para a formação dos colegas e para a incorporação de novas práticas; já os fracassos, quando discutidos e refletidos, possibilitam a busca de alternativas e a multiplicidade de caminhos ou estratégias.

Assim, Nacarato (2005) considera o grupo como fundamental para a mudança da cultura escolar, pois, ao mesmo tempo em que dá suporte à inovação curricular, favorecendo a reflexão coletiva, não provoca a perda da individualidade/subjetividade de seus membros.

Naracarato (2005) ressalta que, mesmo participando das mesmas discussões e planejamentos coletivos, a singularidade da prática de cada docente se mantém. Para ela, isso parece revelar que, embora a produção de saberes docentes ocorra pela mediação do coletivo dos professores, ela é, em última instância, também um processo individual e subjetivo. Ou seja, o grupo é fundamental ao processo de produção de saberes e de reflexão, a apropriação ou internalização é um processo individual ou particular de cada participante.

3.3 O lugar do conhecimento matemático na vida e na escola

Quais processos são envolvidos durante a aprendizagem? O que é conhecimento matemático? O que o diferencia dos demais conhecimentos? É a partir dessas indagações que discuto, nesta seção, o lugar do conhecimento matemático na vida e na escola. Faz-se necessário entender quais são as suas características para atuar e formar melhor professores.

De acordo com Selbach (2012), a aprendizagem se produz graças à ação simultânea de uma série de processos químicos e elétricos. Para a autora, a cada instante, o cérebro humano é exposto a uma carga excessiva de informações e necessita processar, selecionar, descartar e reter as que são relevantes, dessa forma garantindo sua sobrevivência.

Assim, qualquer informação que chega a alguns dos oitenta e seis bilhões de neurônios ocasiona que eles se comunicam entre si através das sinapses – estruturas por meio das quais as células cerebrais se conectam – em quantidade superior a trilhões por dia.

Dessa forma, algumas redes de células organizam, então, tais informações, comparando-as a outras lembranças já existentes no cérebro, sempre privilegiando as relevantes. A maior parte é imediatamente esquecida, poucas são retidas e devidamente guardadas para uso posterior, as quais caracterizam a aprendizagem (SELBACH, 2012).

O primeiro, e mais difícil, passo para que o cérebro aprenda, portanto, é captar a atenção do sistema radicular. Nesse aspecto, cabe ao professor tornar os conteúdos conceituais com que trabalha algo interessante, novo, surpreendente, colorido, grande, criativo, desafiador [...] principalmente quando trabalha com alunos mais novos que ainda não agregam razões externas (medo de nota baixa e outros medos) para a sua atenção. (SELBACH, 2012, p. 17).

Sem a superação desse obstáculo, o cérebro rapidamente bloqueia a informação e, dessa forma, ela fica na memória por pouco tempo e se esvai. Mas se a informação possui os atributos descritos, necessita ainda conquistar a amígdala e, para tanto, precisa se envolver com afetividade e algum tipo de emoção. Superadas essas barreiras, a dopamina, em cérebros saudáveis, se encontra disponível e a aprendizagem se consolida (SELBACH, 2012).

Com isso, percebe-se que a aprendizagem é um processo que requer estabelecimento de relações, práticas, informações e associações. Permitir que o cérebro se desenvolva é tarefa de professores que compreendem sua ação como importante e fundamental na vida dos educandos e que tal processo acontece a partir da superação da prática exposição do professor e cópia do estudante.

Vergnaud (2009) declara que a atual crise do ensino da Matemática perpassa, dentre outras razões, pela formação insuficiente dos professores e pela ligação insuficiente dos programas e dos métodos de ensino com a análise das capacidades e os modos de pensar da criança.

No entendimento de Moysés (2012), parece que não existe muita continuidade entre o que se aprende na escola e o conhecimento fora dela. Há crescente evidência de que a escolarização está contribuindo muito pouco para o desempenho fora da escola. Dificilmente se mostra para o estudante a relação que existe entre a escola e a vida.

A escola é um espaço não somente de difusão do conhecimento elaborado ao longo da História da Humanidade, pois as novas gerações precisam aprender a utilizá-lo em outros contextos, ou seja, elas o elaboram considerando a realidade em que vivem. De acordo com Mosé (2013), vivemos em uma sociedade de saber transitório, a verdade absoluta não encontra sustentação nos discursos. Assim, a escola precisa entender que todo saber, toda afirmação é passível de mudança.

Para a autora, essa instabilidade no domínio do conhecimento, que antes era marcado por um conjunto de verdades, estimula a sociedade a uma mudança nas relações de poder na escola: se todo saber é provisório, professores e estudantes, juntos devem dedicar-se à produção de conhecimento, em vez de relação hierarquizada, na qual o professor detém um corpo de saberes que precisa ser comunicado aos estudantes.

Mosé (2013) ressalta ainda que, assim como o saber do estudante passa a ser considerado, nessas novas relações, a exigência com relação ao conteúdo acumulado do professor também é reduzida: o professor não é aquele que sabe tudo, mas aquele que se dispõe a conhecer junto com os estudantes. Não mais uma escola que só ensina, mas uma escola que também aprende e se dedica a criar sempre novas situações de ensino e de aprendizagem.

O que precisamos de fato encarar é que ou a escola passar a ser um espaço vivo de produção de saberes, de valorização da curiosidade, da pesquisa, da arte e da cultura, da criatividade da reflexão – um espaço de convivência ética e democrática no qual se exercita a cidadania, um espaço vinculado à comunidade a que pertence, bem como à cidade, ao país, ao mundo – ou se tornará obsoleta e estará fadada ao desaparecimento. Por tudo isso é preciso que a escola seja um lugar onde os conteúdos se relacionem, sempre que possível, com situações vividas pelo jovens e pelas crianças, e a aprendizagem aconteça em situações em que eles se reconheçam. (MOSÉ, 2013, p. 56).

O ensino de Matemática nas escolas acontece, muitas vezes, de forma mecânica, com os estudantes apenas reescrevendo, no caderno ou na avaliação, o exposto pelo professor, comprometendo o seu desenvolvimento e entendimento da importância de se aprender Matemática. É imprescindível que o professor considere as estruturas cognitivas discentes – o que sabem e como pensam – possibilitando lhes relacionar a Matemática da escola com a da sua vida.

Lorenzato (2010) afirma que a Matemática é a maior responsável pela exclusão escolar, seja ela por evasão ou repetência, e que o prejuízo educacional que a mais temida das matérias escolares causa não se restringe à escola, uma vez que muitas pessoas passam a vida escolhendo caminhos opostos aos da Matemática, e, não raro, sofrendo com credices ou preconceitos referentes a ela.

De acordo com Maia (2017), isso não implica em dizer que os professores, sobretudo no ensino tradicional, ignorem totalmente essas especificidades do conhecimento matemático ao planejarem e executarem suas aulas. Entretanto, muitos docentes parecem desconhecer tais conhecimentos por não terem acesso a eles durante seu processo formativo, no que pese a baixa carga horária dos cursos de formação dedicada à Educação Matemática. Enquanto a Licenciatura em Pedagogia destina pouco tempo para a discussão dos conceitos matemáticos, a Licenciatura em Matemática dedica pouca carga horária para os aspectos didáticos e cognitivos.

Uma questão tratada por Bittar, Freitas e Pais (2013) é a extrema necessidade da sistematização do conhecimento matemático. Para os autores, tal

característica tem evidências nas raízes positivistas presentes nas práticas escolares e essas raízes reforçam a importância de valorizar a sistematização de uma maneira, mais ou menos explícita, em relativa harmonia com a objetividade típica do saber matemático.

De acordo com Boaler (2018), a Matemática é representada como uma disciplina muito difícil, desinteressante, inacessível e apenas para pessoas muito dedicadas aos estudos; sendo desnecessária para pessoas legais e encantadoras, além de não ser para as meninas.

Para a autora, as pessoas possuem ideias sobre a matemática que não possuem sobre qualquer outro componente curricular. “Muitas pessoas dizem que a matemática é diferente porque ela é uma disciplina de respostas certas e erradas, mas isso é incorreto, e parte da mudança que precisamos ver acontecer é o reconhecimento da sua natureza criativa e interpretativa.” (BOALER, 2018, p. 15).

Com isso, é urgente uma formação matemática que priorize os aspectos deste conhecimento que possui a característica de ser acessado por meio de representações e que evoluiu historicamente.

3.4 O ensino e a aprendizagem da Matemática na sala de aula

Eves (2011) afirma que é razoável admitir que a espécie humana, mesmo nas épocas mais primitivas, tinha algum senso numérico, pelo menos ao ponto de reconhecer mais e menos quando se acrescentavam ou retiravam alguns objetos de uma coleção pequena. Com a evolução gradual da sociedade, tornam-se inevitáveis contagens simples.

Boaler (2018) afirma que as novas evidências da Neurociência revelam que todas as pessoas, com mensagem e o ensino adequados, podem ser bem-sucedidas em Matemática e todos podem ter altos níveis de aprendizagem na escola. Existem algumas crianças que possuem necessidades educacionais muito especiais (paralisias, má formação genética, microcefalia...) que dificultam sua aprendizagem em Matemática, mas, para a maioria delas, qualquer nível de Matemática escolar está ao seu alcance.

Para essa autora, os estudantes raramente pensam que estão das aulas de Matemática para apreciar a beleza da disciplina, para fazer perguntas profundas, para explorar o rico conjunto de conexões que compõem a matéria, ou mesmo para

aprender sobre a aplicabilidade dela. Eles acreditam que estão nas aulas para executar tarefas.

Boaler (2018) alerta que muita Matemática é produzida por meio de colaborações entre pesquisadores. Contudo muitas salas de aula de Matemática são lugares onde os estudantes completam folhas de atividades em silêncio com poucas discussões em grupo ou da classe inteira.

A autora ressalta que as discussões grupais representam o maior auxílio à compreensão, pois os estudantes raramente compreendem ideia sem discuti-las, além desse momento ser oportuno para os estudantes aprenderem a raciocinar e a criticar o pensamento uns dos outros.

Conforme Boaler (2018), é preciso desenvolver a mentalidade matemática nos estudantes desde suas primeiras experiências com o componente curricular, imprimindo a importância de ter uma mentalidade de crescimento – a crença de que a inteligência aumenta e que, quanto mais o sujeito aprende, mais inteligente fica.

Porém, para reduzir parte do fracasso em Matemática, é preciso que os estudantes tenham crenças de crescimento, seja a respeito de si próprios, seja sobre a natureza da Matemática e o seu papel em relação a ela.

As crianças precisam ver a matemática como uma matéria de crescimento conceitual sobre a qual devem pensar e na qual devem encontrar um sentido. Quando os alunos veem a matemática como uma série de perguntas curtas, eles não conseguem enxergar o papel dela para o próprio crescimento e para a aprendizagem. Eles pensam que a matemática é um conjunto fixo de métodos que eles entendem ou não. Quando os estudantes encaram a matemática como uma ampla paisagem de enigmas inexplorados na qual eles podem perambular, fazendo perguntas e pensando sobre relações, eles compreendem que seu papel é pensar, dar sentido e crescer. (BOALER, 2018, p. 32)

Carvalho (2011) ressalta que é interessante notar que pesquisas em Educação Matemática têm mostrado que as mesmas crianças que manipulam números com destreza em diversas atividades fora da escola, fracassam nas aulas de Matemática, o que evidencia falhas no ensino que não tem incorporado os números utilizados no cotidiano. Esses ‘números do dia a dia’, como estão integrados num contexto, adquirem significados para os estudantes, que, portanto, têm sucesso em seu manejo.

Nesse sentido, estabelecer relações entre variáveis, eventos e realizar abstrações faz parte do desenvolvimento do conhecimento matemático e para isso, o

estudante necessita ter competência lógico-matemática, que não é exclusividade do ensino de Matemática, mas de toda forma de conhecer.

De acordo com Nacarato, Mengali e Passos (2009), faz-se necessário criar um ambiente para ensinar e aprender Matemática. Assim, a primeira característica desse ambiente de aprendizagem é a relação dialógica que se estabelece na sala de aula entre os estudantes e entre estes e o professor. É o ambiente de dar voz e ouvido aos discentes, analisar o que eles têm a dizer e estabelecer uma comunicação pautada no respeito e no compartilhamento de ideias e saberes.

A segunda característica desse ambiente é a comunicação. Para Alrø e Skovsmose (2006), a aprendizagem dos envolvidos no processo é afetada pelo contexto em que se dá a comunicação. A comunicação envolve a linguagem (oral ou escrita), linguagem matemática, linguagem gestual – interações e negociações de significados, os quais são essenciais à aprendizagem, entendida como um processo de produção e construção de significados.

Nacarato, Mengali e Passos (2009), afirmam que essas características pressupõem certa dinâmica durante as aulas de Matemática, em que estudante e professores precisam envolver-se na atividade intelectual de produzir Matemática. Essa atividade exige reciprocidade: não apenas o professor é o sujeito ativo, mas “[...] trata-se de resgatar a concepção de que é o estudante quem deve aprender e que não se pode aprender no seu lugar e isso supõe que o discente entre em uma atividade intelectual.”. (CHARLOT, 2005, p. 84)

Dessa forma, para Nacarato, Mengali e Passos (2009), os processos de pensamento e as estratégias dos estudantes precisam ser valorizados; o absolutismo do “certo e errado” precisa dar lugar à discussão, ao diálogo. Assim, afirmam os autores, a comunicação faz-se fundamental, sendo necessário dar voz e ouvir o que os estudantes têm a dizer, analisar aquilo que, a princípio, possa parecer um “erro” da parte deles. É considerar que o erro constitui um conhecimento.

Skovsmose (2008) alerta para a ideologia da certeza na Matemática. Destaca que a Matemática não pode ser e ter a palavra final, porém deve servir para construir argumentos. Ela não serve só para resolver problemas, senão para criar condições efetivas que favoreçam a reflexão e a compreensão das questões.

Para Grossi (2006) é essencial que o estudante do Ensino Fundamental perceba o caráter prático da Matemática, ou seja, que ela permite às pessoas resolver problemas do cotidiano. No entanto, a aprendizagem da Matemática deve também

contribuir para o desenvolvimento do raciocínio, da lógica, da coerência, o que transcende os aspectos práticos.

Além disso, o movimento de comunicação e de negociação de significados exige o registro escrito, tanto dos estudantes quanto do professor sobre sua prática. Desde a década de 1980, os currículos internacionais e nacionais vêm defendendo a importância das escritas nas aulas de Matemática, afirmam Nacarato, Mengali e Passos (2009)

Para essas autoras, escrever não é um processo simples, pois requer um trabalho persistente do professor e dos estudantes. Essa prática, embora possa ser a mais natural nos anos iniciais, em que o professor, geralmente, é polivalente, por ensinar mais de uma área do conhecimento, é pouco usual nas aulas de Matemática.

Os alunos precisam aprender a ler matemática e ler para aprender, pois, para interpretar um texto matemático, é necessário familiarizar-se com a linguagem e com os símbolos próprios desse componente curricular e encontrar sentido naquilo que lê, compreendendo o significado das formas escritas. (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2009, p. 44).

Skovsmose (2008) afirma que os professores precisam ousar, realizando mudanças que permitam a sua saída da “zona de conforto”. Isto tem como consequência assumir uma “zona de risco”. Assim, seriam criadas as condições para a geração de distintos ambientes de aprendizagem, oferecendo recursos novos. Este procedimento contribuiria para que estudantes e professores refletissem, incorporando às suas práticas a perspectiva de uma Educação Matemática de dimensão crítica.

Boaler (2018) afirma que os estudantes possuem ideias tão fortes, e muitas vezes negativas, sobre Matemática que eles podem desenvolver uma mentalidade de crescimento sobre tudo em suas vidas, mas ainda acreditar que eles ou são capazes de ter bom desempenho em Matemática ou não.

A autora define mentalidade como a capacidade de perceber-se aprendiz de algo, um encorajamento, uma mudança de perspectiva. Ela afirma ainda que existe a mentalidade fixa que são as crenças negativas e que estas possuem um efeito devastador na vida dos estudantes, pois as pessoas têm ideias sobre a Matemática que não possuem sobre qualquer outra disciplina.

Boaler (2018) ressalta que a Matemática é diferente de outras matérias, não porque ela é certa ou errada, como tantas pessoas diriam, mas porque ela é ensinada de formas não utilizadas por professores de outros componentes

curriculares, além de as pessoas terem crenças a seu respeito que não tem sobre outras disciplinas.

Para a autora, um aspecto que a difere das outras matérias é o fato de a Matemática ser, frequentemente, considerada uma matéria de desempenho, ou seja, tem-se nesse componente curricular, diferentemente de outros, como Artes, Geografia, História etc, a expectativa de associá-la à inteligência, ao desempenho e ao sucesso escolar dos estudantes. Nessa perspectiva, esse vínculo resulta em maior importância social e cognitiva da Matemática comparada com as outras matérias.

Os professores são o recurso mais importante dos estudantes. São eles que podem criar ambientes matemáticos estimulantes, passar aos estudantes as mensagens positivas de que eles precisam e fazer qualquer tarefa matemática despertar a curiosidade e o interesse dos estudantes.

Para Boaler (2018), coisas incríveis acontecem quando a Matemática é ensinada como uma disciplina aberta e criativa, relacionada a conexões, aprendizagem e crescimento, bem como quando os erros são analisados e tidos como parte do processo educacional superando a visão da educação tradicional onde o erro indica apenas que o não saber do estudante.

Há séculos, a maioria das práticas escolares expressa a convicção de que o conhecimento pode ser transmitido, sendo responsabilidade do professor falar e demonstrar (ensinar) e do estudante ouvir e repetir (aprender)! Essa metodologia, nomeada por Barguil (2016a) de Pedagogia do Discurso, favorece a mecanização do Homem e despreza as suas potencialidades, igualando-o aos demais seres da natureza no que se refere à sua capacidade de transformar a realidade.

Barguil (2016a) postula que o Homem é feliz quando as dimensões motora, afetiva e cognitiva estão integradas, ou seja, quando ele faz algo que deseja e utiliza as suas funções intelectuais. Nesse sentido, Barguil (2016a) propõe uma Pedagogia do Percurso, em que a ação educativa, seja escolar ou não, possibilita a transformação, em ritmos ímpares, de todos os envolvidos, que se percebem aprendizes e, também, ensinantes. A fala ainda acontece, mas sem a intenção de convencer, de interditar o outro, mas emana da vontade de partilhar, questionar, concedendo ao semelhante o direito de escolher o que este avaliar como mais adequado para si.

De acordo Barguil (2016a), na Pedagogia do Percurso, a ação educativa, seja escolar ou não, possibilita a transformação, em ritmos ímpares, de todos os

envolvidos, que se percebem aprendizes e, também, ensinantes. A fala ainda acontece, mas sem a intenção de convencer, de interditar o outro, mas emana da vontade de partilhar, questionar, concedendo ao semelhante o direito de escolher o que este avaliar como mais adequado para si.

Portanto, como alternativa de construção do fazer matemático em sala de aula, levando em consideração dos aspectos sobre o ensino e a aprendizagem desse componente curricular, surge a Pedagogia do Percorso, aqui discutida e escolhida como referencial para observar os aspectos formativos, teóricos e práticos dos professores.

4 REPRESENTAÇÃO NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Este capítulo aborda a importância das representações para a Educação Matemática. Nele, será discutida a organização das ideias para que a comunicação em linguagem matemática ocorra.

Discutiremos o conceito de representação, a partir do que consta nos *Principles and Standards for School Mathematics* (NCTM, 2000), o processo e o produto observáveis externamente da ocorrência interna na mente da pessoa que faz Matemática, e das definições propostas por Kalathil e Sherin (2000), Woleck (2001), Goldin (2002), Panizza (2006), Barreto (2009), Damm (2010) e Barguil (2017b).

Apresentaremos, também, as considerações de Panizza (2006) sobre a importância do ensino do algoritmo das operações fundamentais.

Em seguida, abordaremos a leitura e a escrita de símbolos matemáticos, a partir dos estudos de Carrasco (2001), Brizuela (2006), D'Ambrosio (2009), Fonseca e Cardoso (2009), Luvison (2011), Danyluk (2015), os quais entendem que a Matemática utiliza linguagem e signos próprios, que para serem interpretados requerem contextos adequados.

Na última seção, abordaremos o conceito de cifranavização (BARGUIL, 2016, 2017b), o qual designa os processos de aprendizagem do Sistema de Numeração Decimal, nomeado por ele de Sistema Cifranávico, e das operações fundamentais.

4.1 Matemática e representação

Com frequência, as pessoas recorrem a desenhos e esquemas para acessar o conhecimento matemático, seja na escola ou fora desta. A representação desempenha um papel fundamental na forma como o sujeito se relaciona com essa ciência.

Damm (2010) afirma que diversas pesquisas em Educação Matemática mostram a dificuldade que os estudantes encontram em representar os objetos matemáticos mediante as suas diversas formas, uma vez que, nessa Ciência, toda a comunicação é estabelecida tendo como base a representação.

Panizza (2006, p. 20) cita o seguinte exemplo: “Diante da pergunta: o número $18/3$ é inteiro? João (17 anos) responde: Não! É um número racional, porque é um quociente de dois inteiros”. Sobre essa situação, ela declara que

João sabe reconhecer um número racional em sua expressão fracionária. A escrita, no entanto, parece inibir-lhe a capacidade de ver que $18/3$ não somente é um número racional, mas que, além disso, é um número inteiro (porque $18/3$ é igual a 6). O caso de João – que confunde o número com sua representação (fracionária), que atribui ao número uma propriedade da notação utilizada para descrevê-lo – é representativo do que acontece com a maioria dos alunos que terminam o ensino médio. Em termos mais gerais, trata-se de uma primazia da forma sobre o conteúdo que produz uma identificação do objeto de conhecimento com sua representação. (PANIZZA, 2006, p. 20).

A autora explica que os objetos matemáticos, por natureza, não são perceptíveis mediante sentidos, ou seja, o numeral 2 não é o número 2, mas a representação deste. Outro exemplo utilizado é com relação ao desenho de um quadrado sendo aquele uma das infinitas representações deste como objeto geométrico ideal.

Dessa forma, Panizza (2006), referenciada em Duval (1993), sugere duas condições fundamentais para entender as relações entre objeto e representação. A primeira diz respeito a diferenciar o objeto da sua representação. Como exemplo, no domínio numérico, Panizza (2006) afirma que há uma tendência em tomar o sinal numérico pelo número. “Trata-se de uma condição especialmente difícil de se verificar quando se trabalha na matemática, em virtude de que, como já observamos, os objetos matemáticos não são perceptíveis através dos sentidos.” (PANIZZA, 2006, p. 21). A segunda condição é que o objeto precisa ser reconhecido em cada uma de suas representações, nas suas diferentes formas.

De acordo Panizza (2006), para realizar o trabalho sob esse ponto de vista, é fundamental, em primeiro lugar, que o docente tenha profundidade em sua própria habilidade de diferenciar os objetos matemáticos das suas representações e que compreenda as condições sob as quais uma representação funciona como tal. Assim mesmo, é importante que identifique nos procedimentos e nas representações que os estudantes utilizam as várias formas de tratamento e de conhecimento dos objetos e suas representações.

Existe a concepção de que as representações são uma forma de registro que os sujeitos utilizam e que lhes são próprias, mesmo essas não sendo as representações convencionais ensinadas no ambiente escolar. Em se tratando do

espaço escolar e a importância da forma como os estudantes representam o conhecimento matemático, Kalathil e Sherin (2000) afirmam que as representações dos estudantes dão informações sobre o que este pensa, sobre o conhecimento que os discentes partilham, constroem, e servem, ainda, de ferramenta para que os professores planejem novas ações pedagógicas.

De acordo com os *Principles and Standards for School Mathematics* (NCTM, 2000), as aulas de Matemática devem proporcionar às crianças: i) criação e uso de representações para organizar, reunir e comunicar ideias matemáticas; ii) seleção, aplicação, e transformação de representações matemáticas para a resolução de problemas e; iii) uso de representações para modelar e interpretar fenômenos matemáticos, físicos e sociais.

Para Damm (2010), a representação constitui um apoio didático e metodológico para o pesquisador que tem como objetivo a aquisição do conhecimento matemático porque sem os registros torna-se impossível a construção do conhecimento pelo sujeito que aprende.

Nesse sentido, pode-se dizer que, de maneira geral, as representações realizadas pelos estudantes trazem para o exterior aquilo que está em sua mente, ou seja, sua forma de elaborar o conhecimento. Para Duval (1999), a representação pode ajudar a levar para a mente o conceito, num processo conhecido como objetivação.

Se antes a Matemática era vista como um produto, procura-se hoje dar maior ênfase ao processo de fazê-la em que os estudantes tenham uma compreensão da sua Matemática e sejam capazes de explicar e justificar os seus procedimentos (GRAVEMEIJER, 1997).

Goldin (2002) acredita que é importante ter uma maneira de tocar nas representações externas para descrever o que os estudantes, professores ou matemáticos fazem internamente e que só podemos fazer inferências sobre as representações internas dos discentes através da produção de representações externas.

Para Woleck (2001), as representações são um processo dinâmico. São ferramentas para articular, clarificar, justificar e comunicar raciocínios e não apenas produtos estáticos, ou seja, podem explicar o processo de construir um conceito ou uma relação matemática.

Woleck (2001) afirma que, além dos materiais manipulativos, as representações pictóricas servem como apoios para o pensamento, servindo à criança

de passo intermédio numa tarefa sem ser “esmagado” pelo resto do problema. De acordo com os princípios da educação matemática realista, Meyer (2001) defende que os estudantes conseguem criar uma ponte entre o concreto e o abstrato, com as suas criações e uso de modelos, desenhos, diagramas, tabelas ou notações simbólicas.

Nesse sentido, Maia (2017) defende que os conceitos matemáticos não são apreendidos apenas com a reprodução de questões e teoremas. O pensamento matemático é complexo e para o seu desenvolvimento é essencial que os indivíduos tenham acesso a uma diversidade de situações em que conceitos emergem, instigando o levantamento de hipóteses e estratégias para resolução.

Vergnaud (1993) destaca ainda o papel da linguagem e do simbolismo na conceitualização e enfatiza que, tanto um quanto o outro, devem ser considerados dentro de um contexto mais abrangente. Um conceito não pode ser reduzido à sua definição, ao menos se estejamos interessados no seu ensino e na sua aprendizagem. Um conceito adquire sentido para criança mediante situações e problemas que ela resolve.

Nessa perspectiva, Vergnaud (1990), na Teoria do Campos Conceituais, defende que o conceito é formado por 3 conjuntos: i) de situações, que tornam o conceito significativo (S); ii) de invariantes operatórios, que são subjacentes ao tratamento da situação pelo sujeito (I); e iii) de representações simbólicas, que permitem representar as invariantes, as situações e os procedimentos de tratamento (R). Essa Teoria está relacionada ao cálculo relacional, conforme exposto na Introdução.

De acordo com Santana (2012), as representações simbólicas são, dentre outras coisas, a linguagem natural, os gráficos, os diagramas e as sentenças formais, e podem ser usadas para pontuar e representar os invariantes operatórios e, portanto, representar as situações e os procedimentos para lidar com eles.

Segundo Barreto (2009), dado o grau de abstração que caracteriza a ciência matemática, um dos elementos fundamentais a serem considerados é a necessidade de explorar a diversidade de maneiras de realizar a sua representação. Além da representação mental, a Matemática faz uso de uma série de sistemas semióticos, através dos quais são expressos os seus conceitos.

A autora destaca que, embora seja evidente a importância da representação mental, pois ela propicia a objetivação dos conceitos, as

representações semióticas assumem um papel fundamental tanto para a aprendizagem do conhecimento matemático, quanto para o seu ensino.

De acordo com Duval (2011), a análise do conhecimento centra-se sobre os modos pelos quais temos acesso aos próprios objetos. Assim, rapidamente, somos levados a um modo de acesso direto, qualificado de intuição, e modos indiretos, que repousam sobre os processos de formação, mobilizando sistemas que constituem as diferentes atitudes dos sujeitos humanos.

No entendimento de Duval (2011), a noção de signo é constituída por duas vertentes: o significante e o significado. Barguil (2017b) explica que vivemos num mundo repleto de signos. Um signo é composto de significante – de domínio social (por exemplo, o nome das letras, dos algarismos, das formas geométricas, das notas musicais...) e pode ser ensinado, em virtude da sua natureza arbitrária – e o significado – é constituído por cada pessoa (a compreensão e a degustação da sonoridade e do registro da Língua Materna, da Matemática, da Música...), num processo de mediação social, onde a atividade do sujeito, sobre variados significantes do mesmo significado, é fundamental.

Embora se tente estabelecer uma correspondência entre estes dois aspectos do signo, é necessário fazer uma distinção entre eles. Dufour-Janvier et al (1987) as diferenciam do seguinte modo: 1) Representações internas estão mais ligadas a imagens mentais, que correspondem a formulações internas que construímos da realidade (no domínio do significado); 2) Representações externas referem-se a todas as formulações simbólicas (símbolos, esquemas, diagramas, etc.), que tem como objetivo representar externamente uma “realidade” Matemática (no domínio do significante).

Por isso, dentro das possibilidades de comunicação, o discurso surge como uma maneira intencional de produção de comunicação. De acordo com o Duval (2011), no discurso, a expressão verbal apresenta sempre duas faces totalmente diferentes: o locutor e o ouvinte. Aquele que escuta, o ouvinte, tem apenas as palavras que ele escutou o locutor pronunciar para compreender o que esse queria lhe dizer.





Ou seja, existe uma distância importante entre as duas faces da expressão e não é a mesma face da expressão verbal que aparece, primeiramente, conforme nos encontremos em posição de locutor ou ouvinte. Assim, a diferença entre significante e significado remete à dualidade de toda expressão verbal como produção intencional.

Diante dessa diversidade de registros, Duval postula ser necessário incentivar a transformação, mediante tratamento e conversão. O tratamento ocupa espaço importante como atividade cognitiva inerente ao pensamento matemático. Ele é definido como uma transformação interna da representação no registro em que foi formada inicialmente. A partir de sua aplicação sobre um determinado registro de representação, só poderão surgir representações de mesma natureza que aquela da representação de partida (BARRETO, 2009).

A conversão, segundo Oliveira (2014), é um tipo de transformação inerente aos registros de representação semiótica. Contudo, ela é uma transformação externa e ocorre entre tipos de registros distintos.

Conservando o objeto matemático, é alterada a forma da sua representação, pois se abandona o tipo de registro de representação inicial e passa-se a utilizar outro tipo de registro. Por exemplo, quando se lê, em língua materna, um algarismo e, em seguida, o representa na forma aritmética, realiza-se uma conversão. Tal processo é observado na Imagem 07.

Imagem 07 – Tipos de registro e variadas representações do número 5

LÍNGUA NATURAL		GESTUAL ^a	MATERIAL CONCRETO	FIGURAL	ARITMÉTICA
ORALIZADA	TEXTO				
(a pessoa fala "cinco", "five"...)	CINCO cinco			/////	5
	CINCO cinco				
	FIVE five			V

Fonte: Barguil (2017b, p. 262).

Duval (2011) afirma que para o sujeito entender o objeto matemático é necessário que ele tenha contato com uma diversidade de tipos de registros de representação e, além disso, estabeleça relação e coordenação entre, pelo menos, dois deles. Essa coordenação e relação possibilitam a diferenciação entre representante e representado.

Em relação a isso, Duval (2009, p. 14) declara:

É essencial jamais confundir os objetos matemáticos, como os números, as funções, as retas, etc. com suas representações, quer dizer, as escrituras

decimais ou fracionárias, os símbolos, os gráficos, os traçados de figuras... porque um mesmo objeto matemático pode ser dado através de representações muito diferentes.

Para Damm (2010), a representação constitui um apoio didático e metodológico para o pesquisador que tem como objetivo a aquisição do conhecimento matemático porque sem os registros torna-se impossível a construção do conhecimento pelo sujeito que aprende.

Barguil (2017b) postula que a aprendizagem da Matemática acontece mediante registros – que utilizam diversos significantes de vários sistemas! – que estão relacionados aos processos de leitura e de escrita e requerem do aprendiz o desenvolvimento, infindável, da capacidade de interpretar, elaborar hipóteses, testá-las e ampliá-las. No contexto da Educação Básica, isso se torna ainda mais importante, uma vez que o estudante precisará desenvolver vários conceitos, o que demandará aspectos cognitivos e afetivos.

Nesse sentido, a título de estudo e, conforme os objetivos do trabalho, iremos analisar como os professores interpretam as representações aritméticas dos estudantes nas operações de adição e subtração, levando em consideração a mobilização dos seus saberes e o seu desenvolvimento profissional.

Tal concepção do ensino dos cálculos para as crianças não representa um regresso ao empirismo, uma vez que, assim como Panizza (2006), defendemos que se deve ensinar a fazer contas. O problema é como!

Para essa autora, resolver um problema compreensivelmente, raciocinando e utilizando conceitos não é o oposto de resolvê-lo mecanicamente, operando sobre símbolos, pois o fato de os mecanismos de cálculo poderem ser utilizados “automaticamente” é, sem dúvida, um objetivo da Educação Matemática.

Panizza (2006) defende que a possibilidade de ter acesso automaticamente a um conhecimento não depende de sua natureza (conceitual ou simbólica), mas do nível de conhecimento no qual a pessoa se situa quando enfrenta uma situação.

Porém, quando se está aprendendo, nem os mecanismos, nem os conceitos estão disponíveis para a mente dessa maneira. Cabe, então, perguntar-se pelas condições de sua aprendizagem. Nesse sentido, é importante notar que a tradição escolar deu sempre um lugar de importância à aprendizagem de conceitos. As diversas correntes de ensino – com menor ou maior sucesso – sempre

consideraram como problema didático conseguir que os estudantes tivessem acesso a uma aprendizagem conceitual dos objetos matemáticos (PANIZZA, 2006).

Em relação aos mecanismos de cálculo, seguiu-se um caminho diferente. Sem dar importância às dificuldades dos estudantes para efetuar operações e considerando os algoritmos de cálculos convencionais como conteúdos – e dos difíceis – a serem ensinados, a tradição escolar se manteve em uma postura didática diferente, como se não tivesse nada para ser compreendido, mas somente para ser observado e recordado como se faz para somar, subtrair etc., afirma Panizza (2006).

Conforme essa autora, talvez isso tenha origem no alto grau de automatização do adulto – particularmente o professor – que apresenta o sistema numérico, em que reside uma força e uma fraqueza: a força de poder fazer cálculos “sem pensar” – graças à economia do sistema – e a fraqueza de não ter acesso conscientemente à maneira como os algoritmos de cálculo têm incorporados às propriedades das operações, tendo consequências sobre o ensino, pois leva a não perceber que este conhecimento é motivo de construção.

O risco, para Panizza (2006), é considerar que os conceitos são motivo de construção, que estão ligados ao sentido, à compreensão, enquanto os mecanismos estão desprovidos de sentido e se pode ter acesso a eles pela observação sensorial.

Em suma, essa autora afirma que é assim que algumas correntes de ensino de concepção construtivista de conceitos matemáticos e uma concepção empirista em relação aos sistemas simbólicos coexistem. Cabe-se então perguntar se essa coexistência está baseada em concepções de aprendizagem que a justifiquem.

Para Panizza (2006), o fenômeno não parece decorrer de uma decisão consciente baseada em uma concepção empirista da aprendizagem dos sistemas simbólicos, mas ao fato de que as pesquisas sobre o tema dessas aprendizagens adentraram no sistema educacional em menor grau do que as pesquisas referentes à aprendizagem de conceitos matemáticos.

Falta integrar à sala de aula os resultados de pesquisas que mostram propostas didáticas e que apresentam uma hipótese construtivista em relação com ambos os aspectos da Educação Matemática, uma vez que identificam processos de aprendizagem mediante os quais um e outro participam dialeticamente.

Ainda sobre o ensino, Panizza (2006) postula que, para fazer o estudante compreender um algoritmo do cálculo, uma condição necessária é que o professor tenha acesso conscientemente às propriedades dele. Se os professores aprenderam

e ensinam de maneira automática, é importante que saibam que tais conhecimentos podem se tornar novamente acessíveis e conscientes, ou seja, livres de automatismo das explicações matemáticas, para ensinarem quando as situações de aprendizagem demandarem.

A adição possui 3 (três) propriedades: comutativa (o resultado não é alterado se mudarmos as parcelas de lugar. Exemplo: $3 + 5 = 5 + 3$), associativa (o resultado não é alterado se as parcelas são somadas de maneira diferente. Exemplo: $(2 + 4) + 7 = 2 + (4 + 7)$) e elemento neutro (o 0 é o elemento neutro, pois quando somado a qualquer número o resultado é o número. Exemplo: $8 + 0 = 8$).

A subtração não possui as propriedades associativa e comutativa, apenas a do elemento neutro (o 0 é o elemento neutro, pois quando se subtrai 0 de qualquer número o resultado é o número. Exemplo: $9 - 0 = 9$).

De acordo com Kamii (1991), a partir das ideias de Piaget, o conhecimento é construído pelo sujeito por meio das interações com os diferentes objetos e nas diferentes situações. Assim, os tipos de conhecimento podem ser divididos em três: conhecimento físico, conhecimento social e conhecimento lógico-matemático.

O conhecimento físico é o que alcançamos por meio da observação dos objetos na realidade externa. Exemplos: a cor ou a textura de um objeto. O conhecimento social é aquele que é herdado da cultura, do meio. Como exemplo, o nome das cores. O conhecimento lógico-matemático resulta das relações que o sujeito estabelece com ou entre os objetos, ao agir sobre eles. Como exemplo, comparar duas canetas de cores distantes, azul e vermelha.

Como o conhecimento lógico-matemático está associado às relações entre objetos e a ação sobre eles, o cálculo e as operações fundamentais são exemplos dele. O estudante, portanto, para desenvolver tal tipo de conhecimento precisa estabelecer relações entre o sistema cifranáutico e as operações aritméticas.

Tal vinculação ajuda no desenvolvimento do conhecimento lógico-matemático e na percepção das regularidades dos procedimentos necessários para compreensão e internalização das habilidades necessárias para resolução de cálculos matemáticos com números naturais.

Portanto, o ensino do cálculo representa um conteúdo essencial na formação de professores, sendo necessária a inserção das pesquisas nas salas de aula para que os docentes tenham acesso aos contextos de aprendizagem cada vez mais próximos da realidade que lecionam.

4.2 Leitura e escrita na Educação Matemática

As práticas escolares tendem a associar a leitura e a escrita, prioritariamente, ao componente curricular de Língua Portuguesa e à utilização do alfabeto.

Conforme diversos pesquisadores, a Matemática possui símbolos próprios, os quais precisam ser incluídos em contextos de ensino para serem interpretados e compreendidos pelos estudantes.

A propósito da Matemática é comum ouvirmos termos e expressões como as que se seguem: "a matemática é uma linguagem abstrata", "a linguagem da matemática é de difícil compreensão aos alunos", "a linguagem da matemática é precisa e rigorosa". Sendo a matemática uma área do saber de enorme riqueza, é natural que seja pródiga em inúmeras facetas; uma delas é, precisamente, ser possuidora de uma linguagem própria, que em alguns casos e em certos momentos históricos se confundiu com a própria matemática. Se atendermos à conceptualização que apresentamos para linguagem, facilmente admitimos esta particularidade na matemática. Na realidade, estamos perante um meio de comunicação possuidor de um código próprio, com uma gramática e que é utilizado por uma certa comunidade. (MENEZES, 1999, p. 126).

Nesse sentido, percebe-se que tal discussão é pertinente, pois é preciso identificar a maneira como os estudantes interpretam e compreendem os algoritmos matemáticos dispostos em contas com numerais naturais, bem como a forma como representam os algoritmos dessas contas.

Sobre esse assunto, Cândido (2001, p. 15) destaca:

Introduzir os recursos de comunicação nas aulas de matemática nas séries iniciais pode concretizar a aprendizagem em uma perspectiva mais significativa para o aluno e favorecer o acompanhamento desse processo por parte do professor. Analisar o papel da oralidade, das representações pictóricas e da escrita como recursos de ensino permite vislumbrar uma nova dimensão para a prática escolar em sintonia com as pesquisas sobre a aquisição do conhecimento e da aprendizagem.

Pires, Bertini e Prates (2014, p. 40), por sua vez, declaram:

Considerando a Matemática como uma linguagem que possui símbolos e signos específicos, ela também está sujeita a abstração como qualquer outra linguagem, seja a materna (Língua Portuguesa) ou as estrangeiras modernas (Língua Inglesa, Francesa, Espanhola), que a princípio podem causar estranhamento nos iniciantes.

Danyluk (1991, p. 42) afirma:

A Matemática, sendo um conjunto de ideias representadas por símbolos, exige um pensar sobre as relações entre ideias e símbolos. Muitas vezes, porém, é apresentada de um modo por demais sintético, devido aos simbolismos utilizados no seu discurso. Se o leitor for uma pessoa iniciante na leitura da linguagem matemática formal, ele poderá encontrar dificuldades na compreensão e na interpretação desse texto.

Conforme Soares (2003), ler e escrever é aprender a codificar e a decodificar. Para essa autora, a criança tem que passar por um processo sistemático e progressivo de aprendizagem do sistema de leitura e escrita da Língua Portuguesa.

De acordo com Kleiman (2007), na escola, onde predomina uma concepção da leitura e da escrita como competências, concebe-se a atividade de ler e de escrever como um conjunto de habilidades progressivamente desenvolvidas até chegar a uma competência leitora e escritora ideal: a do usuário proficiente da língua escrita.

Para Danyluk (2015), a linguagem é um sistema de comunicação formado por signos construídos e determinados social e historicamente. A linguagem matemática, por sua vez, é uma linguagem possuidora de uma escrita simbólica e específica. Como um sistema linguístico, ela utiliza de signos para informar significados matemáticos.

Ou seja, a Matemática possui sistema de representação próprio e apresenta-se como o campo científico que se dedica a estudar as propriedades e as relações estabelecidas entre objetos abstratos, como números e formas geométricas, e as suas representações.

Diante do exposto, percebe-se segundo Brizuela (2006) que a maioria da literatura sobre Educação Matemática não leva em consideração a aprendizagem de notações matemáticas como um processo construtivo. “A aprendizagem de notações é considerada automática, um resultado da compreensão desenvolvida a respeito de conceitos matemáticos.” (BRIZUELA, 2006, p. 43).

Com isso, a sensação de não-pertinência da Matemática no mundo em que o estudante está inserido pode ser explicada, segundo Carrasco (2001), pela dificuldade que muitas vezes ele encontra ao deparar-se com a linguagem matemática, o que conseqüentemente o impede de mostrar, pela escrita, sua aprendizagem sobre a matemática ou elaborar tal conhecimento.

De acordo Brizuela (2006), textos matemáticos traduzem a linguagem matemática e precisam considerar gêneros próprios, ou seja, gêneros específicos da matemática para que o estudante compreenda as notações de maneira construtiva.

Sobre esse assunto, a autora afirma que existe a “[...] necessidade de pensarmos sobre as notações matemáticas como uma parte essencial das compreensões e dos conceitos matemáticos.” (BRIZUELA, 2006, p. 118).

Fonseca e Cardoso (2009) afirmam que docentes de Matemática devem reconhecer a sua parte na responsabilidade para a conquista dessa habilidade e trabalhar com diversos gêneros textuais que considerem estratégias de leitura das atividades desse componente curricular, superando a ideia de que a aprendizagem da Matemática é automática e acontece por mera repetição.

Na leitura, de acordo com D’Ambrosio (2009), os estudantes deparam-se com a necessidade de ler Matemática durante todo o processo de aprendizagem da vida escolar. A utilização usual de livros e textos garante a necessidade de aprender a interpretar a escrita matemática formal durante uma leitura regular e frequente.

D’Ambrosio, Kastberg e Lambdin (2007) estudaram as dificuldades com a leitura de questões de avaliação do exame *National Assessment of Educational Progress* (NAEP) utilizado nos EUA. Com os resultados da análise das questões da avaliação, esses autores levantaram hipóteses sobre as dificuldades de estudantes com a leitura matemática: quando comparadas duas questões praticamente idênticas, uma com palavras em linguagem natural e outra utilizando símbolos matemáticos, o índice de erros na simbólica foi muito maior do que na linguagem natural. Isso indica que a aprendizagem da Matemática acontece mediante diferentes símbolos, significantes, os quais precisam ser considerados no ensino.

Sobre a escrita, D’Ambrosio (2009) afirma que esse processo tem múltiplos objetivos no ensino da Matemática. Primeiro a escrita serve como uma forma de organizar as ideias para comunicar o pensamento matemático utilizado na resolução de um problema ou uma atividade. Ao escrever, o estudante tem que imaginar com quem quer se comunicar, pois a escrita terá características distintas dependendo do público ao qual se destina, pois a leitura e a escrita nunca ocorrem num vácuo. Há sempre uma conversa que ocorreu antes da produção escrita.

Nesse sentido, é indispensável para o conhecimento matemático o desenvolvimento de suas funções próprias e a nomeação de processos que auxiliem tanto os professores quanto os estudantes a reconhecerem-se como sujeitos que produzem, comunicam-se e aprendem e por meio de registros matemáticos.

A inserção em um mundo com letras e algarismos requer que o professor considere a dimensão cultural do fazer matemático, superando práticas de

decodificação e domínios de habilidades analisando seu fazer como uma prática social, marcada por contingências contextuais e por relações de poder, como destaca Mendes (2007).

Luvison (2011) afirma que a Matemática, a partir de suas características e estilos próprios da língua, deveria realizar ações fecundas em torno da especificidade de sua linguagem, demonstrando que, do mesmo modo que a Língua Materna possui suas marcas, a linguagem matemática também possui suas próprias configurações.

Não só porque representações matemáticas aparecem nos textos escritos, mas porque a própria cultura escrita que permeia e constitui tais práticas é também permeada por princípios calcados numa mesma racionalidade que forja ou parametriza as práticas ditas numeradas e que é por elas reforçada. (FONSECA, 2009, p. 55)

Para Smole e Diniz (2001), toda área do conhecimento da leitura tem como objetivo possibilitar a compreensão de diferentes linguagens, de maneira que os estudantes conquistem certa autonomia no processo de aprendizagem, sendo cada vez mais urgente que a preocupação com leitura seja também a finalidade nas aulas de Matemática.

Para as autoras, comumente os docentes acreditam que as dificuldades que seus estudantes apresentam em ler e interpretar um problema ou exercício de Matemática estão relacionadas ao desenvolvimento abaixo do esperado das habilidades de leitura. Sendo comum, também, a ideia de que, se o estudante tivesse mais influência na leitura nas aulas de língua materna, por consequência, ele teria mais habilidade e compreensão nas aulas de Matemática.

Smole e Diniz (2001, p. 70) afirmam que compreender um texto é algo difícil, “[...] que envolve interpretação, decodificação, análise, síntese, seleção, antecipação e autocorreção.”.

Com isso, as autoras afirmam que existe uma especificidade, uma característica própria na escrita matemática que faz dela uma combinação de sinais, letras e palavras, que se organizam segundo certas regras para expressar ideias. Além de termos e sinais específicos, existe na linguagem matemática uma organização de escrita nem sempre similar àquela que entramos nos textos de língua materna, o que exige um processo particular de leitura. Podemos ver isso no exemplo abaixo, em que lemos o algoritmo hora na horizontal, hora na vertical e também na diagonal. (SMOLE; DINIZ, 2001, p. 70-71).

$$\begin{array}{r} 154 \\ + \underline{17} \\ 171 \end{array}$$

De acordo com as autoras, tais características consideram que os estudantes devem aprender a ler Matemática e ler para aprender durante as aulas desse componente curricular. O leitor para interpretar um texto matemático precisa familiarizar-se com a linguagem e os símbolos próprios da Matemática, encontrando sentido no que lê, compreendendo o significado das formas escritas próprias do texto matemático, percebendo como ele se conecta e expressa conhecimentos.

Durante as aulas em que são discutidos conceitos e procedimentos matemáticos é que temos as melhores condições para que se desenvolva a leitura em Matemática. No entanto, formar um leitor não é uma tarefa simples e envolve uma série de processos cognitivos, e por que não dizer afetivos e sociais, que permitirão uma aprendizagem mais ou menos significativa, dependendo de quanto o professor valoriza as leituras nas aulas de Matemática. (SMOLE; DINIZ, 2001, p. 70-71).

Conforme Cândido (2001), a comunicação em linguagem matemática possui apenas um recurso, a escrita. Os símbolos de Matemática, como as letras ou os caracteres na linguagem materna, formam a linguagem escrita de Matemática.

Portanto, as habilidades de leitura e escrita em Matemática precisam ser discutidas no âmbito escolar e de formação de professores, compreendendo os saberes conteudísticos e entendendo que esse componente curricular possui representação e linguagem próprias, passando por mudanças na nomenclatura dos seus processos como sugeridas por Barguil (2016, 2017b) com o processo de cifranavização, que será discutido na próxima seção.

4.3 Cifranava e cifranavização

Barguil (2016, 2017b) destaca que, no que se refere ao ler, escrever e calcular, infelizmente ler e escrever costumam ser associados apenas à Língua Portuguesa, enquanto que o calcular à Matemática.

Segundo o autor, é necessário denunciar esta dupla ilusão, que contribui e alimenta práticas pedagógicas equivocadas, com intensas consequências – não somente acadêmicas – para a vida dos estudantes, por dois motivos: i) porque se ignora que a Matemática, com símbolos e sintaxes específicos, requer, para a sua aprendizagem, que o estudante desenvolva habilidades relacionadas à leitura e à escrita, as quais demandam interpretação; ii) porque se limita essa Ciência aos

números, os quais, por vezes, são vivenciados de forma mecânica, pois são associados, exclusivamente, aos cálculos.

Barguil (2016, 2017b) esclarece que: i) a Matemática não se reduz a números, embora, muitas pessoas, em virtude de práticas escolares limitantes, acreditem nisso; ii) uma pessoa aprende Matemática porque interage com essa Ciência mediante a oralidade – escuta e fala – e a notação, o registro – leitura e escrita – em contextos diversos; e iii) o calcular está relacionado a várias habilidades, as quais, caso não sejam constituídas pelo sujeito, impactarão negativamente sobre aquela atividade.

Para o autor, as continhas, tão – negativamente – afamadas na escola, não possuem vida própria no cotidiano: elas são elaboradas por pessoas a partir da interpretação de situações, mesmo que hipotéticas, mediante diversos tipos de registros e variadas representações. Diante do exposto, é urgente extirpar a crença que encurta a Matemática ao cálculo, ainda mais quando ele é visto numa perspectiva meramente operacional.

Além da superação desse tipo de entendimento, é imprescindível que os estudantes tenham as suas representações sobre a resolução das contas analisadas, tendo o docente a responsabilidade de interpretar o pensamento que o estudante utilizou para chegar ao resultado.

Os caminhos para tal entendimento e superação de determinadas práticas precisam ser vivenciados pelos professores durante toda sua formação inicial ou continuada, pois o ensino das contas possui saberes e práticas próprios, que vão além da cópia e da repetição.

Durante muitas décadas, a cópia de números e a tabuada foram as estratégias didáticas utilizadas para ensinar – a odiar! – essa Matemática. É notório que, durante séculos, a Educação escolar tem prestigiado práticas, nas diversas áreas do conhecimento, que consideram a repetição indispensável para a aprendizagem, reduzindo esta a tal postulado, seja do ponto de vista cognitivo, seja do ponto de vista afetivo, as descobertas da Neurociência, notadamente nas últimas duas décadas, apontam a importância da atividade do sujeito no processo de aprendizagem (BARGUIL, 2017b, p. 236).

Barguil (2016, 2017b) destaca as crenças pertinentes à Aritmética, que durante séculos são perpetradas na escola, de que a leitura e a escrita são componentes exclusivos da Língua Portuguesa. i) não reconhecimento dos algorismos como as unidades constituintes dos registros numéricos, os quais são

similares às letras nas palavras, expresso na designação daqueles como números; ii) não identificação do conjunto dos algarismos, facilmente constatada pela ausência de nome desse reunido; e iii) não consideração dos processos de leitura e escrita relacionados aos registros numéricos nas práticas pedagógicas, bem como da importância da oralidade – escuta e fala.

A pesquisa em Educação Matemática e o desenvolvimento do conhecimento nesta área apontam para a necessidade de termos apropriados para os processos envolvidos durante a aprendizagem dos algarismos, do Sistema de Numeração Decimal e das operações fundamentais.

De acordo com Barguil (2016), no que diz respeito à Aritmética, várias são as habilidades que os estudantes precisam desenvolver – recitar; ler, falar e escrever algarismos; contar; ler, falar e escrever numerais; compreender o conceito de número; interpretar problemas; representar situações, com desenho, diagrama, material concreto, algoritmo; ler e escrever contas; resolver cálculos... – numa aventura que acontece fora e dentro da escola.

Barguil (2017b) apresenta, no Quadro 05, os termos utilizados atualmente no domínio da Língua Portuguesa e da Matemática – no âmbito da Aritmética – para os respectivos conjunto, sistema e processo. O autor afirma que, enquanto na Língua Portuguesa, há uma articulação vocabular dos seus elementos conceituais, na Matemática, ocorre, respectivamente, uma ausência, uma imprecisão e uma diversidade de termos, resultando em desalinhamento linguístico das palavras.

Quadro 05 – Elementos conceituais da Língua Portuguesa e da Matemática (Atual)

ELEMENTOS	ÁREA DO CONHECIMENTO	
	LÍNGUA PORTUGUESA ¹	MATEMÁTICA ²
Unidade	Letra	Número
Conjunto	Alfabeto	-
Sistema	Alfabético	de Numeração Decimal
Processo	Alfabetização	Numeralização, Numeramento, Sentido de Número ou Senso Numérico

¹ Optei por nomear de Língua Portuguesa ao invés de Língua Materna.

² Apenas no âmbito da Aritmética.

Barguil (2017b, p. 239) declara que

Os aspectos consolidados no Quadro 05, muitas vezes relacionados a lacunas epistemológicas, impactam negativamente no ambiente escolar mediante práticas mecanizadas e que não contribuem para a constituição de significados. [...] Enquanto na Língua Portuguesa, é perceptível a diferença entre letras e palavras, sendo as primeiras utilizadas na produção das segundas, na Matemática, existe uma terrível confusão.

Para esse autor, esse embaraço conceitual se revela em duas vertentes:

[...] i) no uso confuso de verbetes com significados diferentes, como é o caso entre algarismo, número e numeral; e ii) na adoção de expressões de outras áreas, as quais, embora no primeiro momento possam favorecer um entendimento, não são adequadas em virtude das especificidades de cada seara. (BARGUIL, 2016, p. 391)

Conforme Barguil (2016, 2017b), expressões como alfabetização matemática, letramento matemático, letramento em matemática são exemplos desse tipo de embaraço conceitual associado a outras áreas e relacionados à aquisição do conhecimento matemático, as quais não são adequadas, pois, conforme destacamos, o conhecimento matemático possui as suas especificidades.

Para esclarecer o significado dos termos, evitando os equívocos destacados, Barguil (2016, 2017b) afirma que: i) número é a ideia de quantidade, a noção; ii) numeral é a representação de um número; e iii) algarismo é um símbolo matemático, um sinal gráfico, utilizado para o registro dos números, que são os numerais.

O autor ressalta ainda a importância da diferenciação entre dígito e algarismo, muitas vezes utilizados como sinônimos. Ele explica que

As senhas, cada vez mais populares, em virtude de recentes aparatos eletrônicos, costumam solicitar que o usuário selecione alguns dígitos – cuja quantidade pode ser fixa ou mínima – que nesse caso, ser referem aos espaços para serem preenchidos, ocupados por letras e/ou algarismos. No jogo de força, os participantes precisam acertar uma palavra antes de ser enforcado – a cada letra errada, é desenhada uma parte do corpo que está na forca – tendo como dica a quantidade de dígitos alfabéticos e não de letras, como se costuma falar, pois pode acontecer de alguns espaços, dígitos serem ocupados pela mesma letra! A palavra banana, por exemplo, tem seis dígitos alfabéticos e três letras – b, a, n – e não seis letras...

O mesmo raciocínio se aplica em relação às atividades relacionadas a numerais com alguns algarismos: i) seja explorando a qualidade – o maior ou o menor – ou o fato de ser par ou ímpar, no caso dos anos iniciais do Ensino Fundamental; ii) seja investigando a quantidade, no âmbito da Combinatória. Em algumas indagações – “Qual é o maior número ímpar com 5 algarismos?”, “Qual é menor número com 4 algarismos?”, “De quantas formas pode se escrever um número com 3 algarismos utilizando o 2, 5, 7, 8 e 9?” – o verbe algarismo, por equívoco do redator, designa a quantidade de dígitos, uma vez

que os dígitos se referem às ordens e classes do numeral, à sua extensão, enquanto que os algarismos se reportam aos elementos que o constituem. No âmbito da Educação Básica, a redação correta desses enunciados é: “Qual é o maior número ímpar com 5 dígitos e algarismos sem (ou com) repetição?”, “Qual é o menor número com 4 dígitos e algarismos sem (ou com) repetição?”, “De quantas formas pode se escrever um número com 3 dígitos utilizando o 2, 5, 7, 8, 9?”. (BARGUIL, 2016, p. 396-397).

De acordo com Barguil (2016, 2017b), os registros verbais e numéricos utilizam dígitos próprios – ocupados, respectivamente, por letras e algarismos, que podem ser ou não repetidos, além de outros símbolos característicos de cada sistema. É essencial que os estudantes possam, desde o começo da sua vida escolar, compreender essa diferença e que os professores desenvolvam práticas que colaborem para essa aprendizagem.

Nesse sentido, é benéfico que as crianças diferenciem e identifiquem letras e algarismos, bem como nomeiem os respectivos conjuntos. O alfabeto – junção das duas primeiras letras gregas: alfa (α) e beta (β) – é composto de 26 (vinte e seis) letras, as quais são utilizadas em palavras. Quanto aos números, eles são grafados com 10 (dez) algarismos, os quais compõem um conjunto que, conforme Barguil (2016, 2017b), não possuía uma nomenclatura.

Barguil (2016) empreendeu uma ampla consulta de obras sobre o Sistema de Numeração Decimal e constatou a ausência de uma denominação do conjunto dos algarismos indo-arábicos. Tendo como parâmetro essas duas culturas, investigou nelas os vocábulos 0 e 9, que são os extremos desse grupo, e, considerando a presença de termos deles originados no mundo ocidental, escolheu o árabe *sifr* para se referenciar ao 0 e sânscrito □□□□ (nava) para o 9, batizando, assim, o conjunto dos algarismos indo-arábicos de **cifranava**.

Conforme Barguil (2017b, p. 247), a correlação pertinente é

letras → alfabeto → palavras

algarismos → cifranava → numerais (registros numéricos)

Assim, os dígitos podem ser alfabéticos – com letras – ou cifranávicos – com algarismos, ou seja, de acordo com Barguil (2017b) a nomeação do conjunto dos algarismos – cifranava – permite estabelecer a adequada correlação entre o registro alfabético, escrita alfabética que utiliza letras e o registro cifranávico, escrita cifranávica que utiliza algarismos.

Barguil (2016) afirma que a denominação Sistema de Numeração Decimal utilizada para se referenciar ao sistema de numeração decimal indo-arábico é pouco apropriada, seja porque esse é uma “[...] notação decimal algorítmica de posição” (IFRAH, 1997b, p. 148), oriundo do “[...] sistema posicional dos símbolos numéricos indianos” (IFRAH, 1997b, p. 109), onde o aspecto posicional, que é da maior importância, não é explicitado, seja porque “[...] a base dez é a mais difundida da História e sua adoção é hoje quase universal.” (IFRAH, 1997a, p. 78).

Ressalte-se, finalmente, o fato de que os algarismos desse sistema, no caso os caracteres indo-arábicos, não são rememorados, ao contrário do Sistema Alfabético, cuja denominação anuncia a sua origem. Em virtude disso, Barguil (2016), sugere nomear o SND de Sistema Cifranávico – SC.

Diante dessa multiplicidade de nomenclaturas (numeralização, numeramento, sentido numérico e senso numérico) e da variedade de significado delas, e com a intenção de promover o alinhamento linguístico, que colabora para a qualidade do entendimento, Barguil (2016, p. 403, **negrito no original**) propõe o termo cifranavização para indicar o processo no qual

[...] o sujeito aprende a notação numérica utilizando o sistema cifranávico. A leitura e a escrita de numerais é apenas um aspecto de um processo mais amplo, que também engloba a compreensão dos mesmos no contexto social: por isso tal conteúdo é lecionando na escola. Há de se enfatizar que a **cifranavização** também está relacionada à capacidade para realizar as operações fundamentais.

No Quadro 06 são apresentados os elementos que, de acordo com Barguil (2016), “[...] promovem tanto uma harmonização vocabular interna, no âmbito da Matemática, como externa, em relação à Língua Materna, o que pode contribuir na obtenção de melhores frutos pedagógicos.” (BARGUIL, 2016, p. 404)

Quadro 06 – Elementos conceituais da Língua Portuguesa e da Matemática (Proposta)

ELEMENTOS	ÁREA DO CONHECIMENTO	
	LÍNGUA PORTUGUESA ¹	MATEMÁTICA ²
Unidade	Letra	Algarismo
Conjunto	Alfabeto	Cifranava
Sistema	Alfabético	Cifranávico
Processo	Alfabetização	Cifranavização

Fonte: Elaborado pelo autor a partir de Barguil (2016a, p. 404).

¹ Optei por nomear de Língua Portuguesa ao invés de Língua Materna.

² Apenas no âmbito da Aritmética.

Fonte: Barguil (2017b, p. 252).

Para o autor, levando em consideração as intrínsecas e complexas relações entre os sistemas alfabético e cifranávico, é imprescindível que a professora ou o professor que atua na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental saiba nomear as unidades desses sistemas – letras e algarismos – bem como identificá-las.

Barguil (2017b) explica ainda que é necessário, também, que os docentes categorizem nos registros os dígitos em alfabéticos e cifranávicos, pois as notações podem possuir ou não a quantidade de dígitos igual à quantidade de letras ou algarismos.

Barguil (2017b) explica isso mediante os seguintes exemplos: hipopótamo, por exemplo, tem 10 (dez) dígitos alfabéticos, mas possui apenas 7 (sete) letras: h, i, p, o, t, a, m. Por sua vez, 8.888 tem 4 (quatro) dígitos cifranávicos, mas possui apenas 1 (um) algarismo, o 8.

O autor acredita que essa diferenciação conceitual, expressa em práticas pedagógicas, contribuirá para que os processos de alfabetização e cifranavização aconteçam de modo mais integrado e articulado (BARGUIL, 2017b).

As ideias de Barguil (2020) referentes à cifranavização das operações fundamentais serão apresentadas no capítulo 5.

Diante do exposto, o desenvolvimento e a divulgação da Matemática aconteceram em virtude da utilização de símbolos, os quais a representam. Nesse sentido, cabe aos professores propiciarem práticas pedagógicas – mediante

planejamento, implementação e avaliação – pautadas na experiência, pelos estudantes, de representações do conhecimento matemático.

As contribuições teóricas expostas neste capítulo indicam a relevância e a urgência de propostas de formação continuada para que professoras e professores possam estar em um contínuo processo de desenvolvimento profissional com o objetivo de ampliarem seus saberes docentes.

5 ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO: UMA REVISÃO DA LITERATURA

Esse capítulo trata sobre as operações fundamentais, especificamente, sobre as operações de adição e subtração, suas características, representações, bem como os processos de ensino e de aprendizagem. Em seguida, apresenta um levantamento das pesquisas sobre o algoritmo dessas operações cadastradas na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações – BDTD.

5.1 Adição

Para Bittar, Freitas e Pais (2013), a operação de adição é considerada a principal dentre as quatro operações básicas. As demais seriam decorrentes dela, em particular a subtração, cujo nível de conexão é tal que, segundo Vergnaud (1990), os conceitos envolvendo essas duas operações formam um campo, por ele denominado de campo conceitual aditivo. Porém, ainda parece existir elementos da cultura escolar que reforçam a tradição de abordá-las de forma desconectada, afirmam os autores.

Conforme Caraça (2010), a noção de adicionar ou somar está incluída na própria ideia de número natural. O que é a operação elementar de passagem de um número ao seguinte, senão a operação de somar uma unidade a um número?

Rodrigues (2008) explica que dados dois números naturais a e b em \mathbb{N} , a adição é a operação em \mathbb{N} que faz corresponder o par (a, b) à soma (ou total) $a + b$, que sempre pertencerá a \mathbb{N} . Ou seja, é a operação

$$\begin{aligned} +: \mathbb{N} \times \mathbb{N} &\rightarrow \mathbb{N} \\ (a, b) &\rightarrow a + b \end{aligned}$$

Assim, dizemos que o conjunto dos números naturais \mathbb{N} é fechado em relação à adição. (Um conjunto é fechado em relação a uma dada operação, quando o resultado dessa operação, é ainda um elemento desse conjunto), explica a autora. Os números a e b são chamados de parcelas e $a + b$ é chamado de soma ou total.

Percebe-se, diante do exposto, que o algoritmo da adição não requer somente treinos e repetições. Tal algoritmo necessita, principalmente, de conhecimentos sobre o sistema cifranáutico, seus elementos e relações entre as características do mesmo.

5.2 Subtração

Bittar, Freitas e Pais (2013), afirmam que o algoritmo mais conhecido para se efetuar a subtração é aquele em que são realizadas trocas.

Portanto, a expressão “empresta um” usada por muitos professores, é inadequada, pois quando efetuamos a operação não há empréstimos e sim decomposição de dezenas em unidades, de centenas em dezenas e assim por diante. De fato, se formos subtrair 13 de 21, teremos que retirar 3 unidades de 1 unidade, o que não é possível, pois na posição das unidades não há unidades suficientes para tal. (...) Essa subtração consiste em tomar uma dezena entre as duas que compõem o 21 e trocá-la por 10 unidades. (BITTAR; FREITAS; PAIS, 2013, p. 33).

Sobre essa impossibilidade é importante destacar que ela não é possível porque os autores estão se referindo ao conjunto dos números naturais. Tal subtração, dentro dos números inteiros, é possível.

Bittar, Freitas e Pais (2013) ressaltam que é importante que o algoritmo seja construído, como no caso da adição, a partir do uso de material de manipulação como material dourado e posteriormente transposto para o QVL. Para os autores, deve-se começar com resoluções que não necessitem de trocas, ou seja, subtração sem reservas. Para, em seguida, evoluir para casos simples como $25 - 9$, por exemplo, e, posteriormente, para operações mais complexas.

Bittar, Freitas e Pais (2013) explicam que outro algoritmo para efetuar essa operação é aquele de compensação, ou seja, se adicionarmos a mesma quantidade ao minuendo e ao subtraendo o resultado não se altera. Para esses autores, muitas vezes, esse método é apresentado sem qualquer justificativa e as crianças precisam simplesmente aceitar a regra.

Embora alguns algoritmos sejam mais difíceis do que outros, às vezes, os estudantes só conseguem compreendê-los algum tempo depois. Portanto, para os autores, este procedimento apresenta-se inadequado para um ensino que visa à construção do conhecimento pela criança.

O algoritmo da subtração requer dos estudantes a compreensão dos agrupamentos e dos desagrupamentos do sistema cifranáutico. Os professores, ao ensinarem a subtração somente com frases com “pede emprestado” ou “vai um”, não auxiliam o desenvolvimento da compreensão sobre as características do sistema cometendo um erro epistemológico/conceitual e pedagógico sobre a operação (SOARES, 2015).

O erro epistemológico/conceitual é que, ao usar tais expressões, o docente desconsidera a característica de agrupamentos de 10 em 10 unidades do sistema de numeração para a realização das operações com números naturais, ou seja, o “vai um”, na verdade, é “vai uma”. Dez elementos agrupados em uma ordem são representados, na ordem seguinte, por um elemento. O “pede emprestado” está relacionado, também, a essa característica na operação de subtração, pois, na operação com números naturais, quando na mesma ordem o algarismo do subtraendo é maior que o algarismo do minuendo, é necessário desagrupar um elemento do minuendo da ordem seguinte (SOARES, 2015).

O erro pedagógico consiste em utilizar esses termos na tentativa de tornar o processo de resolução da conta automatizado. Dessa forma, o docente despreza os caminhos pedagógicos como análise do pensamento do estudante, discussão sobre o conteúdo matemático e a referência desse com a realidade discente (SOARES, 2015).

Vale ressaltar ainda que o ensino do algoritmo das operações não pode estar preso a passos que devem ser seguidos de forma dogmática, como uma sequência imutável. De acordo com Kamii (1995), tal percepção sobre os algoritmos é prejudicial pelos seguintes motivos:

- i) Forçam o estudante a desistir do seu raciocínio numérico;
- ii) Desensinam o valor posicional e obstruem o desenvolvimento do senso numérico;
- iii) Tornam o estudante dependente do arranjo espacial dos dígitos e de outras pessoas.

Portanto, o algoritmo da subtração com números naturais requer um esforço maior do estudante se comparado ao da adição. A aprendizagem das características do sistema cifranávico apresenta-se com fundamental para a consolidação das habilidades relacionadas a essa operação, como a ideia de agrupamento e desagrupamento.

5.3 O ensino e a aprendizagem das operações fundamentais

De acordo com Carraher, Carraher e Schliemann (2003), nos corredores da Ciência, Psicologia, Matemática e Educação são componentes diferentes de lugares diferentes: ciências humanas, ciências exatas e ciências sociais aplicadas.

Pode-se até esquecer que existem ligações entre esses três componentes. Na prática, porém, existem fenômenos em que essas disciplinas não estão associadas.

Para os autores, quando uma criança resolve um problema com números na rua, usando seus próprios métodos, mas que são métodos compartilhados por outras crianças e adultos, estamos diante de um fenômeno que envolve matemática, devido ao conteúdo do problema, psicologia, porque a criança certamente raciocinou; e educação, porque queremos saber como ela aprendeu a resolver problemas desse jeito.

[...] podemos separar a matemática da psicologia do pensamento enquanto ciências, mas não podemos separá-las enquanto fenômenos acontecendo na prática. Quando alguém resolve um problema de matemática, estamos diante de uma pessoa que pensa. (CARRAHER; CARRAHER, SCHLIEMANN, 2003, p. 11).

Para Berti e Carvalho (2007, p. 02), “[...] muitas crianças completam a primeira e ingressam na segunda fase do Ensino Fundamental apresentando problemas conceituais elementares, relacionados ao sistema de numeração decimal e às quatro operações básicas.”.

Em relação a isso, Silva e Barguil (2012) afirmam que o ensino das operações fundamentais precisa superar a ideia da aplicação de uma *receita* que resulta em um *produto*. Silva (2011), por sua vez, destaca que os estudantes que não aprenderem esses conceitos, que são básicos, encontrarão obstáculos na aprendizagem de outros conteúdos matemáticos.

Sobre o ensino e a aprendizagem da adição e da subtração, Ramos (2009, p. 125) destaca que

Na adição não vai 1 para lugar nenhum. O que fazemos são agrupamentos ou trocas, dependendo do material que estamos usando. Na subtração nenhum número empresta nada para nenhum outro, mas desmanchamos grupos quando precisamos ou fazemos trocas dentro da estrutura lógica do sistema de numeração decimal, que agrupa e reagrupa as quantidades de 10 em 10.

De acordo com Fayol (1996), a capacidade para enumerar uma coleção constitui uma aquisição fundamental. No entanto, com muita frequência, deve-se avaliar dois conjuntos A e B para, em seguida, indicar quantos elementos comportam quando são reunidos ($A + B = C$).

Um método elementar de resolução desse tipo de problema consiste em reunir os componentes de A e B e enumerar os elementos do novo conjunto. Esse

procedimento nem sempre é possível em razão, por exemplo, das necessidades de proximidade espacial que limitam sua utilização. E, mesmo quando se revela realizável, parece ser pouco prático. Nesse caso, entra em contexto a importância dos fatos fundamentais e do cálculo mental como elementos que podem ser utilizados na resolução de contas (FAYOL, 1996).

Para esse autor, o mesmo raciocínio serve para a subtração, a multiplicação e a divisão. A resolução de um problema como este recorre a procedimentos denominados de algoritmos, que são seqüências de ações que, quando aplicadas respeitando a ordem, conduzem, salvo erro de cálculo, à solução.

Conforme Bittar, Freitas e Pais (2013), para se efetuar um cálculo, é possível proceder de vários modos, porém nenhuma metodologia dará resultados satisfatórios se o sistema de numeração decimal não tiver sido aprendido. O valor posicional dos algarismos tem papel fundamental na materialização de uma operação.

De acordo com os autores, ao se trabalhar a adição de números com duas ou mais ordens, é necessário um retorno à discussão sobre o valor posicional, ou seja, realizar um trabalho que permita a compreensão desse conceito. Assim, o conceito já visto pelos estudantes é retomado, não como repetição do que já foi falado, mas ampliando o campo de estudo. Retoma-se, dessa forma, a discussão sobre o valor posicional, agora trabalhando um número com dois ou mais algarismos e realizando uma operação entre eles.

Segundo Fayol (1996), os estudos destes algoritmos e de sua gênese parecem indispensáveis a partir do momento em que se procura compreender a origem dos erros cometidos pelas crianças (e pelos adultos) e examinar a organização de programas de ensino que tendem a evitar a ocorrência desses erros.

De acordo com Vieira (2012) para trabalhar adição e subtração é fundamental uma discussão a respeito da base 10, uma das características SND (para nós, SC, conforme o capítulo 4), pois é difícil realizar cálculos sem compreender essa característica. Além disso, é necessário garantir a consolidação dessa habilidade nos estudantes para, a partir daí, apresentar-lhes os algoritmos das 4 operações.

Toledo e Toledo (1997) afirmam que o SND, que parte da humanidade utiliza, é prático e eficiente, mas apenas após conhecê-lo e depois de sua apreensão é que se pode garantir o avanço e a consolidação das habilidades relacionadas às operações fundamentais.

Uma das principais características do SND é o valor posicional dos algarismos, o qual possibilita representar grandes quantidades de objetos de forma econômica, bem como realizar operações. Em virtude dessa particularidade, é que, em um numeral, cada algarismo tem apenas um valor absoluto e pelo menos um valor relativo, pois o valor relativo do algarismo depende da ordem que ele ocupa no numeral e da ordem referenciada na leitura (BARGUIL, 2017b), embora a literatura costume mencionar apenas um valor relativo.

No caso do numeral 142, o algarismo 1 possui três valores relativos (1 centena, 10 dezenas e 100 unidades), o algarismo 4 possui dois valores relativos (4 dezenas e 40 unidades) e o algarismo 2 possui um valor relativo (2 unidades).

Para que a aprendizagem da base 10 seja desenvolvida, são sugeridas experiências em bases diferentes de 10. Toledo e Toledo (1997) defendem essa proposta com dois argumentos: i) a crianças constrói seus conhecimentos a partir da coordenação de relações que vai criando entre objetos e as ações dos objetos. Assim, quanto mais diversificadas forem as situações de trocas e agrupamentos em que estiver envolvida, mais oportunidades ela terá de observar as semelhanças e diferenças entre as situações; e ii) só é possível compreender o significado de base de um sistema de agrupamentos e trocas quando se realizam pelo menos duas trocas na base proposta.

Ao observar o desenvolvimento de civilizações antigas, como egípcia, babilônica, romana e indiana, é possível perceber que houve muito investimento e esforço até desenvolver um sistema que possibilite representar os números com poucos algarismos. A História da Matemática nos explica o desenvolvimento dos números, tendo como ponto de partida a ideia de que o SND é resultado da produção humana, logo, inventado. Conforme Ifrah (2005, p. 09),

O uso dos algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0 nos parece em geral tão evidente que chegamos quase a considera-lo como uma aptidão inata do ser humano, como algo que lhe aconteceria do mesmo modo que andar ou falar. É preciso recordar o difícil aprendizado do manejo dos números (ah, decorar a tabuada!), para perceber que se trata na verdade de algo inventado e que tem de ser transmitido. Basta evocar nossas lembranças, às vezes fugidas, do sistema romano de numeração (esses famosos *algarismos romanos* que continuamos a utilizar para sublinhar algum número importante, como o do século), para perceber que nem sempre contamos do mesmo modo.

De acordo com Silva (2013), a história dos números é intrigante e interessante, pois é possível perceber que a representação de quantidades e a

evolução dos números foram vivenciadas por diversos povos (egípcio, mesopotâmico, romano, chinês, maia, hindus...). Cada civilização tinha o seu sistema de numeração com suas peculiaridades (Quadro 07).

Quadro 07 – Características de alguns sistemas de numeração

CARACTERÍSTICA	SISTEMA DE NUMERAÇÃO				
	EGÍPCIO	MESOPO-TÂMICO	ROMANO	MAIA	INDO-ARÁBICO
Base	10	60	10	20 ³	10
Posicional	Não	Sim	Não	Sim	Sim
Quantidade de símbolos	07	03	07	03	10
Zero	Não	Sim	Não	Sim	Sim
Princípio aditivo	Sim	Sim	Sim ¹	Sim	Sim
Princípio multiplicativo	Não	Sim	Sim ²	Sim	Sim

¹ Existe também o princípio subtrativo: quando um símbolo de menor valor é escrito à esquerda de um de maior valor, subtrai-se do maior o valor do menor. O I só pode ser colocado antes de V ou X, o X antes de L ou C, e o C antes de D ou M. Dessa forma, XL \neq LX, pois X – L \neq L + X.

² A barra horizontal sobre um algarismo (ou um conjunto de algarismos) o multiplica por mil.

³ Conforme Ifrah (1997a, p. 640), na 3ª ordem, o fator era 18 e não 20.

Fonte: Barguil (2017b, p. 249)

De acordo com Ifrah (2005), contar é uma ação remota da Humanidade que não depende de cor, etnia ou sexo. Contar é um ato cultural em que cada civilização foi criando a sua estratégia, definida pela sua realidade e por suas especificidades. O desenvolvimento socioeconômico dessas civilizações foi preponderante para o surgimento de um sistema de numeração adequado às exigências oriundas desse contexto.

Além de saber contar, era necessário desenvolver uma maneira de registrar as quantidades. Essa primitiva técnica foi denominada de entalhe:

Vejamos o exemplo de um pastor que guarda um rebanho de carneiro todas as noites numa caverna. São cinquenta e cinco animais, mas esse pastor, que tal como o homem precedente não sabe contar, ignora completamente o que seja o número 55. Ele sabe apenas que há “muitos” carneiros. Mas como isto é muito vago, precisaria estar certo de que todas as noites o rebanho inteiro está protegido. Um dia ele tem uma ideia. Sem saber, vai recorrer a um procedimento concreto que os homens pré-históricos conheceram vários milênios antes dele: *a prática do entalhe*. (IFRAH, 2005, p. 29).

Outra técnica utilizada para a contagem foi a corporal.

Toca-se sucessivamente um por um os dedos da mão direita a partir do menor, em seguida o pulso, o cotovelo, o ombro, a orelha e o olho do lado

direito. Depois se toca o nariz, a boca o olho, a orelha, o ombro, o cotovelo e o pulso do lado esquerdo, acabando no dedo mindinho da mão esquerda. Chega-se assim ao número 22. Se isso não basta, acrescenta-se primeiramente os seios, os quadris e o sexo, depois os joelhos, os tornozelos e os dedos dos pés direito e esquerdo. O que permite atingir dezenove unidades suplementares, ou seja, 41 no total. (IFRAH, 2005, p. 32).

Ifrah (2005) afirma que a contagem é uma característica exclusivamente humana. Ela diz respeito a um fenômeno mental complexo, intimamente ligado com o desenvolvimento da inteligência.

De acordo com Silva (2011), somente essa maneira de realizar a contagem não foi suficiente para fazer representações, tornando-se necessário que bases, conjuntos de determinadas quantidades, fossem criadas. Conforme Ifrah (2005), foi graças aos seus dez dedos que o ser humano adquiriu gradualmente os elementos de cardinalidade e de ordinalidade dos números.

Percebe-se que a mão humana apresenta-se como uma máquina de contar simples e natural. Ela exerce, dessa forma, um papel considerável na gênese do sistema de numeração contribuindo, mais tarde, para o desenvolvimento das características do sistema de base decimal (IFRAH, 2005).

Kamii (1994, p. 49), em pesquisa com crianças, observou que

A criança de 6 e 7 anos está ainda em processo de construir o sistema numérico, com operações de "+1". O sistema escrito na base decimal exige a construção mental de "1" em dez unidades e a coordenação da estrutura hierárquica de dois níveis. É impossível construir o segundo nível, quando o primeiro ainda está sendo construído. A criança não pode criar a estrutura hierárquica da inclusão numérica antes da idade de 7 ou 8 anos, que é quando seu pensamento se torna reversível.

É necessário, portanto, para garantir que os estudantes desenvolvam suas habilidades relacionadas ao cálculo, propor situações de ensino que lhes possibilitem a compreensão do sistema de numeração na base 10, conforme afirmam Toledo e Toledo (1997), pois uma das principais causas dos problemas relacionados em resolver contas está no aprendizado dessa característica do SC.

De acordo com Maia (2017), é imperativo que os professores conheçam não apenas as propriedades das operações, mas também os fundamentos da Matemática e como esses conceitos são desenvolvidos pelos aprendizes no cotidiano e na escola. É preciso que os problemas matemáticos tenham sentido para os indivíduos e, mais que isso, explorem a diversidade de conceitos essenciais para a formalização dos assuntos trabalhados.

Henklain (2012) afirma que o aprendizado de conceitos matemáticos envolve a formação de relações entre estímulos, como algarismos, sinais das operações e fenômenos do mundo, de modo que o comportamento ocorra em função dessas relações.

De acordo com Mattos (1999), tais relações entre letras, algarismos e desenhos são chamadas de simbólicas e o aprendizado dessas relações ocorre quando estímulos dissimilares são arbitrariamente relacionados por uma determinada comunidade verbal.

Para Barros, Galvão, Brino, Goulart e Mcilvane (2005), o comportamento simbólico é a resposta controlada por estímulos arbitrariamente relacionados (símbolos e seus referentes) e substituíveis entre si, de tal maneira que símbolo e referente podem exercer a mesma função no controle de repertórios específicos.

Carmo (2002) afirma que os conceitos matemáticos podem ser interpretados como relações simbólicas e que comportamentos matemáticos podem ser operacionalizados como rede de relações simbólicas, sendo denominados de comportamentos simbólicos que envolvem, por exemplo, relações entre numerais, quantidades, outros símbolos e referentes matemáticos.

Nunes e Bryant (1996) afirmam que somar envolve reunir dois conjuntos e contar o total de elementos e que subtrair implica em retirar um conjunto menor de um conjunto maior e contar os elementos que restaram.

Henklain (2012) afirma que os comportamentos básicos de somar e subtrair são redes de relações entre estímulos que envolvem a realização da operação, apresentada em um determinado formato (escrito ou sob forma de coleções) e com características específicas (por exemplo, uma incógnita na posição inicial) e a apresentação do resultado.

Bertini e Passos (2007) realizaram um trabalho com 64 (sessenta e quatro) estudantes do 4º ano, entre 9 e 13 anos de idade, de uma escola pública de São Paulo, apresentando as dificuldades deles na aprendizagem da adição e da subtração com números naturais. As pesquisadoras listam 7 tipos de erros⁵:

⁵ No estudo das autoras, não há representações dos erros categorizados. Incluímos imagens para facilitar a compreensão do leitor.

- 1) **Reprodução errada da proposta:** ao “armar” a conta, alguns alunos copiam os números errados, outros “armam” as contas corretamente, mas confundem a operação a ser realizada;

Imagem 08 – Reprodução errada da proposta

D) 816 – 279

$$\begin{array}{r} 1 \\ 816 \\ - 279 \\ \hline 1095 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

- 2) **Erro na contagem:** Erra ao efetuar a contagem de uma das colunas. De acordo com Bertini e Passos (2007), a contagem é feita pela maioria dos estudantes contando nos dedos da mão. Portanto, quando o resultado da soma da coluna ultrapassa dez ou no caso da subtração quando, devido às trocas, o número do qual se deve subtrair é maior que dez, os números não podem ser representados nas mãos, que se constituem na “ferramenta” de cálculo dos estudantes, ocorrendo erros;

Imagem 09 – Erro de contagem

G) 24.395 + 18.607

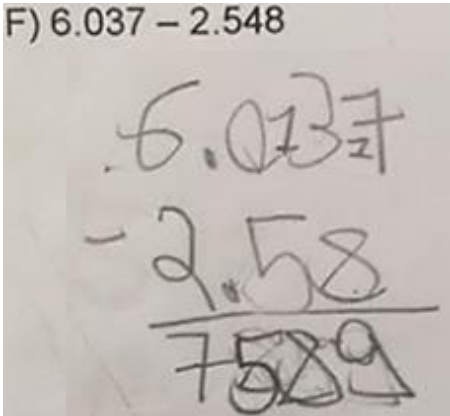
$$\begin{array}{r} 1 + 1 \\ 24.395 \\ + 18.607 \\ \hline 44.002 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

- 3) **Erro na organização espacial:** os estudantes não organizam de maneira correta as colunas das ordens, podendo somar unidades com dezenas;

Imagem 10 – Erro na organização espacial

F) 6.037 – 2.548



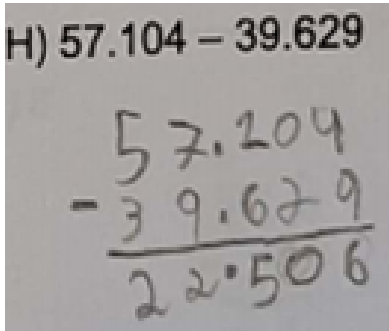
$$\begin{array}{r} 6.037 \\ - 2.548 \\ \hline 7589 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

- 4) **Erro ao somar ou subtrair o zero:** os estudantes acertam as operações aditivas. Todavia, quando estas envolvem o zero, iniciam-se os erros. Tanto na adição quanto na subtração, a coluna que possui zero tem como resposta o próprio zero;

Imagem 11 – Erro ao somar ou subtrair o zero

H) 57.104 – 39.629



$$\begin{array}{r} 57.104 \\ - 39.629 \\ \hline 22.506 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

- 5) **Erro ao utilizar reagrupamentos:** é o erro mais frequente, principalmente na subtração, afirmam as autoras, tendo sua origem na falta de compreensão do Sistema de Numeração Decimal;

Imagem 12 – Erro ao utilizar reagrupamentos

G) $24.395 + 18.607$

$$\begin{array}{r} 24.395 \\ + 18.607 \\ \hline 51.901 \end{array}$$

The image shows a handwritten addition of 24.395 and 18.607. The student has incorrectly regrouped the tens and hundreds places, resulting in an incorrect sum of 51.901.

Fonte: Pesquisa do autor.

- 6) **Operação invertida:** específico da subtração. Ocorre quando o minuendo apresenta algarismo menor que o do subtraendo e “[...] o aluno efetua ‘subtraendo menos minuendo’.” (BERTINI; PASSOS, 2007, p. 04).

Imagem 13 – Operação invertida

D) $816 - 279$

$$\begin{array}{r} 816 \\ - 279 \\ \hline 663 \end{array}$$

The image shows a handwritten subtraction of 279 from 816. The student has inverted the operation, subtracting 816 from 279, resulting in an incorrect sum of 663.

Fonte: Pesquisa do autor.

- 7) **Erro na compensação:** Na utilização do algoritmo, os estudantes erram ao “emprestar” e “devolver”.

Barguil (2020) corrobora que o cálculo relacional é indispensável para o desenvolvimento matemático do estudante sobre as operações fundamentais, que também requer o cálculo numérico, porém aquele não substitui esse, que possui habilidades específicas e expressa o conhecimento dos estudantes sobre o SC. Ele ainda declara que a aprendizagem de ambos os cálculos não substitui a aprendizagem das propriedades, das características do SC.

Barguil (2020) realizou um estudo das publicações referentes aos erros discentes no cálculo numérico, as quais ampliaram a compreensão sobre essa temática tão conhecida da Educação Básica, a qual ainda causa tanto sofrimento discente.

Embora as investigações tenham algumas indicações pedagógicas para sanar os erros discentes, aquelas indicam que, em muitos casos, é indispensável contemplar a compreensão dos estudantes sobre as características do SC, de modo especial, o valor posicional (BARGUIL, 2020).

A revisão realizada evidenciou, também, que a ênfase no ensino do algoritmo não contribui para a aprendizagem discente sobre o SC, motivo pelo qual é necessário que os erros discentes no cálculo numérico nas operações de adição e subtração sejam interpretados pelo(a) docente. A análise, individual e coletiva, dos erros pode fornecer elementos para adequar a sua ação profissional, o ensino, visando à aprendizagem dos estudantes.

Apesar da relevância dessas pesquisas para transformar o cenário educacional, elas não propuseram uma hierarquia nos erros discentes, a qual possibilita que o professor mapeie e acompanhe o avanço dos estudantes no processo de cifranavização, o qual, conforme Barguil (2016, 2017b), contempla tanto a aprendizagem do registro numérico como das operações fundamentais, que estão vinculadas à compreensão do SC (BARGUIL, 2020).

Diante desse cenário, Barguil propõe uma classificação dos erros nas operações de adição e subtração, na qual os 36 (trinta e seis) erros são distribuídos em 8 (oito) grupos (Quadro 08), que foram organizados de acordo com a natureza do erro e o respectivo nível de aprendizagem estimado.

Quadro 08 – Erros nas operações de adição e subtração – grupos e tipos

DESCRIÇÃO	GRUPO	TIPO	DESCRIÇÃO
Ausência de representação dos termos	A	1	Ausência de representação de todos os termos
		2	Ausência parcial de representação dos termos, pois tem apenas resultado
Erro na representação	B	1	Apenas um numeral
		2	Numeral(is) incompleto(s)
		3	Numeral(is) com algarismo(s) errado(s) ou trocado(s)
		4	Numerais invertidos
		5	Numerais não alinhados
		6	Numerais com outra operação
		7	Numerais sem operação indicada
Resultado ausente, sem lógica identificada ou da outra operação	C	1	Ausência de resultado
		2	Resultado sem lógica identificada em todas as ordens
		3	Resultado sem lógica identificada em alguma(s) ordem(ns)
		4	Resultado sem registro em alguma ordem
		5	Resultado da outra operação (se resultado errado, tipificar o erro)
Erro na operação dos algarismos	D	1	Supremacia do zero na adição ($0 + N = 0$ e $N + 0 = 0$)
		2	Erro de contagem na adição sem agrupamento
		3	Registro de agrupamento inexistente
		4	Erro de contagem na adição com agrupamento
		5	Supremacia do zero na subtração ($0 - N = 0$ e $N - 0 = 0$)
		6	Repete algarismo(s) da 1ª ou da 2ª parcela
		7	Erro de contagem na subtração sem desagrupamento
		8	Subtrai o (menor) algarismo do subtraendo do (maior) algarismo do minuendo
		9	Zero ignorado ($0 - N = N$)
		10	Realiza desagrupamento sem necessidade
		11	Erro de contagem na subtração com desagrupamento
Erro no registro da separação de classe	E	1	Classe das unidades simples com menos de 3 ordens
		2	Classe das unidades simples com mais de 3 ordens
Agrupamento/Desagrupamento não tem registro	F	1	Agrupamento não tem registro
		2	Desagrupamento não tem registro
Agrupamento/Desagrupamento tem registro(s), mas com erro(s)	G	1	Agrupamento no resultado
		2	Agrupamento na mesma ordem
		3	Agrupamento no local certo, mas com valor errado
		4	Desagrupamento tem somente um registro
		5	Desagrupamento tem dois registros, mas com erro(s)
Agrupamento/Desagrupamento tem registro correto, mas é ignorado	H	1	Ignora o registro correto de agrupamento
		2	Ignora o registro correto de desagrupamento

Fonte: Barguil (2020).

O grupo A (Ausência de representação dos termos) e o grupo B (Erro na representação) possuem os erros referentes à reprodução da representação aritmética.

No grupo C (Resultado ausente, sem lógica identificada ou da outra operação), estão os erros sem resultado, quando esse está incompleto ou é da operação inversa indicada.

O grupo D (Erro na operação dos algarismos) tem os erros de contagem, os erros supremacia do zero e zero ignorado, o erro de inversão na subtração, o erro referente à agrupamento/desagrupamento inexistente e o erro quando o algarismo de uma das parcelas é repetido.

O grupo E aborda os erros referentes ao registro da separação de classe, quando é indicada uma quantidade diferente de 3 dígitos.

Os grupos F, G e H contemplam a diferenciação entre os erros referentes à decomposição e composição, indicando a sua variedade e as diferentes habilidades dos estudantes. Essa distinção é muito importante, a qual não tem sido considerada nos estudos realizados.

Barguil (2020) reconhece o fato de que nem todos os tipos de erros indicados pela literatura estão na sua proposta de classificação, além de talvez ser necessário implementar alguns ajustes. Ele postula a sua adoção afasta o professor de apenas riscar a questão errada, auxiliando-o na interpretação dos erros dos estudantes, a qual enriquecerá o planejamento da sua prática.

Barguil (2016, 2017b) defende que a cifranavização contempla a leitura e a escrita do registro numérico e das operações fundamentais, pois essa depende daquela. Posteriormente, Barguil (2020) comenta os erros mais frequentes, os quais ratificam a sua compreensão sobre a cifranavização.

O erro D8, subtrai o menor algarismo do subtraendo do maior algarismo do minuendo, aponta que o estudante não faz a leitura numérica adequadamente. Ele não compreende que as ordens são interdependentes.

Apenas com o ensino do cálculo numérico o estudante não consegue superar o erro D8, por isso faz-se necessária uma ação pedagógica específica com a utilização de recursos didáticos concretos que possibilitem a visualização do agrupamento e desagrupamento e os seus registros (BARGUIL, 2020).

Outro erro que indica que o discente opera cada ordem isoladamente durante o cálculo é o D9, zero ignorado.

Acredito que é responsabilidade docente proporcionar várias situações para que os estudantes possam desenvolver os conceitos matemáticos, sendo as representações os meios que favorecem a comunicação entre os agentes pedagógicos – do docente para o estudante, do estudante para o professor e do estudante para ele mesmo.

A Matemática, portanto, não pode ser vista como um fim em si mesma, mas como um processo para o desenvolvimento do pensamento abstrato, com o estabelecimento de relações e a ampliação do raciocínio a partir das diversas soluções elaboradas do discente.

5.4 Estudos sobre os algoritmos da adição e da subtração na BDTD

Realizei uma revisão bibliográfica de estudos sobre o ensino e a aprendizagem de adição e subtração nos anos iniciais do Ensino Fundamental. A pesquisa foi feita no banco da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações – BDTD. Os termos de busca foram “Algoritmo”, “Adição”, “Subtração”, “Matemática”, “Operações” e “Fundamentais”, que foram combinados 3 vezes (Quadro 09).

Quadro 09 – Pesquisas Acadêmicas na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações – BDTD

COMBINAÇÃO	NÍVEL	QUANTIDADE
Algoritmo + Adição + Matemática	Dissertação	35
	Tese	9
Algoritmo + Subtração + Matemática	Dissertação	21
	Tese	2
Algoritmo + Operações + Fundamentais	Dissertação	25
	Tese	13
TOTAL		105

Fonte: Pesquisa do autor.

A primeira combinação do Quadro 09 resultou em 44 trabalhos, destes cinco trabalhos, quatro dissertações e uma tese, foram relevantes para a pesquisa em questão. Os outros trabalhos foram desconsiderados, pois não estavam enquadrados dentro da área da pesquisa educacional, eram, por exemplo, da área da computação ou das engenharias.

A segunda combinação resultou em 23 trabalhos sendo um trabalho escolhido para análise, pois os demais que versavam sobre o tema já haviam aparecido também na primeira combinação.

A terceira combinação resultou em 38 trabalhos, sendo três dissertações e três teses, que contribuíram para a construção do objeto de pesquisa. Os demais trabalhos que tratavam sobre o tema já haviam aparecido também na primeira e na segunda combinação.

As pesquisas selecionadas, listadas no Quadro 10, abordaram elementos similares ao tema desta tese e auxiliaram no desenvolvimento das ideias e das questões norteadoras da presente pesquisa.

O Quadro 10 apresenta 12 trabalhos, dos quais os 9 (nove) primeiros apareceram nas combinações 1 e 2. O 10º e o 11º na segunda combinação e o 12º apenas na terceira.

Quadro 10 – Trabalhos escolhidos para leitura completa

NÍVEL/ANO	TÍTULO	AUTOR
Mestrado/2008	Análise de dificuldades de alunos com o algoritmo da subtração	Elisabete Marcon Mello
Mestrado/2008	Análise de Resolução de Problemas numa abordagem contextualizada e não-contextualizada para alunos do nono ano do Ensino Fundamental da EJA	Rochelande Felipe Rodrigues
Doutorado/2009	Formação inicial de professoras mediada pela escrita e pela análise de narrativas sobre operações numéricas	Maria Auxiliadora Bueno Andrade Megid
Mestrado/2010	A aprendizagem de Matemática por alunos adolescentes na modalidade Educação de Jovens e Adultos: analisando as dificuldades na resolução de problemas de estrutura aditiva	Simone Moura Queiroz
Doutorado/2010	As relações entre as estratégias de resolução de cálculos mentais e escritos e os níveis de construção das operações aritméticas	Karen Hyelmager Gongora Bariccatti
Mestrado/2012	Efeitos da formação de Classes de Equivalência sobre a solução de problemas de adição e subtração	Marcelo Henrique Oliveira Henklain
Mestrado/2013	A Construção do conceito de número natural e o uso das operações fundamentais nas séries iniciais do Ensino Fundamental: uma análise conceitual	Joelma Nogueira dos Santos
Mestrado/2014	Estratégias de cálculo mental de alunos da 5ª. série/6º. ano do Ensino Fundamental	Daniel Moreira dos Santos
Mestrado/2015	Revisitando os Algoritmos para Operações Aritméticas Fundamentais	Emmanuel Cristiano Lopes de Moraes
Mestrado/2016	Algoritmos utilizados para as quatro operações elementares	Gracielly da Silva Santana
Mestrado/2016	Algoritmos de adição e de subtração de números naturais	Lisie De Luca Maciel

Fonte: Pesquisa do autor.

Mello (2008) pesquisou as dificuldades enfrentadas pelos estudantes do Ensino Fundamental com o uso do algoritmo da decomposição do minuendo para efetuar subtrações. A pesquisadora realizou essa análise a partir de duas vertentes com o objetivo de observar se, caso os estudantes do 6º ano utilizassem o algoritmo da compensação, cometeriam menos erros.

No seu trabalho, foram considerados dois algoritmos da subtração: “[...] recorrendo à ordem superior ou decomposição do minuendo (método do empréstimo) e método da compensação⁶ (“abaixa um”).” (MELLO, 2008, p. 17).

A autora concluiu que todos os estudantes que participaram da pesquisa utilizam e conhecem apenas o algoritmo do empréstimo. Em suas análises, constatou que a maioria dos estudantes comete muitos erros ao efetuarem as subtrações, ocorrência essa que acontece nos anos finais do Ensino Fundamental e se mantém no Ensino Médio.

Mello (2008) verificou que esses erros ocorrem principalmente quando o minuendo é formado por um ou mais zeros e se torna necessário fazer muitos empréstimos para efetuar a subtração. Na resolução de problemas, mesmo quando o estudante emprega corretamente a subtração, comete erros ao utilizar o algoritmo, afirma a autora.

O estudo de Mello (2008) auxilia na minha pesquisa ao abordar os erros cometidos pelos estudantes com o algoritmo da subtração nos anos finais do Ensino Fundamental, o que indica a relevância e a urgência de que a aprendizagem desse conteúdo aconteça nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Rodrigues (2008) tinha como objetivo analisar a importância de problemas matemáticos contextualizados e não-contextualizados no processo de ensino-aprendizagem nas concepções de estudantes da Educação de Jovens e Adultos – EJA. A pesquisadora realizou questionários e entrevistas com 19 estudantes do 9º ano da EJA em uma cidade do interior da Paraíba.

A análise foi dividida em dois momentos: no primeiro a pesquisadora traçou um perfil familiar e das atividades profissionais dos sujeitos. O primeiro momento teve quatro etapas: i) intervenção; ii) aplicação de questões contextualizadas; iii) aplicação de questões não-contextualizadas e iv) entrevista. O segundo momento constou das etapas anteriores abordando o conteúdo sobre as quatro operações fundamentais.

⁶ “Adição de quantidades iguais no minuendo e no subtraendo.” (MELLO, 2008, p. 49).

Rodrigues (2008) chegou à conclusão de que os estudantes tiveram bons desempenhos nos dois tipos de questões, com resultados semelhantes. Na questão contextualizada, o desempenho foi bom em todos os itens, com exceção do item que apresentou uma comparação entre valores. Na questão não contextualizada, os resultados se assemelham aos da questão contextualizada.

A pesquisadora acredita que as dificuldades em resolver os problemas em ambas as questões são as mesmas, principalmente no entendimento dos algoritmos. O trabalho de Rodrigues (2008) contribui para a minha pesquisa ao indicar a importância de resolução de itens de questões não-contextualizadas para a compreensão do algoritmo das operações fundamentais.

Megid (2009) apresenta um estudo sobre a formação inicial de professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental mediada pela escrita e pela análise de narrativas sobre as operações numéricas. Sua pesquisa objetivava analisar e interpretar como acontece o processo de aprendizagem profissional e de (re)significação do sistema de numeração decimal e das quatro operações aritméticas básicas em estudantes de um curso de Pedagogia.

A autora afirma que assumir outras práticas que não as tradicionais, para ensinar ou para provocar a aprendizagem das operações fundamentais no contexto escolar, proporcionou nas estudantes uma maior segurança no conteúdo matemático e nas próprias ações para realizar os cálculos e a compreensão dos porquês das etapas de realização de tais operações.

As estudantes perceberam que não é natural que todos resolvam da mesma forma os algoritmos das operações fundamentais. Por isso mesmo, foi importante que as estudantes buscassem seus próprios recursos para tais cálculos, ao invés de tão-somente os resolverem a partir da transmissão das práticas sociais e históricas impregnadas no cotidiano escolar (MEGID, 2009).

A partir das contribuições de Megid (2009), revela-se imprescindível o diagnóstico das representações e resoluções dos estudantes durante os processos de ensino e de pesquisa, o qual fornece elementos, tanto para a ação docente como para a formação continuada, sendo necessário o professor na sua prática profissional interpretar os conhecimentos, as estratégias discentes e não somente de classificá-las, se for o caso, como erradas.

Queiroz (2010) analisou as principais dificuldades relacionadas à resolução de problemas aritméticos inseridos no campo conceitual das estruturas aditivas,

enfrentadas pelos estudantes que compõe a modalidade de ensino da EJA, no seu estudo, composta por adolescentes.

A pesquisa foi realizada com 9 estudantes de uma escola pública estadual e metodologicamente foram aplicadas duas fichas coletivas: a primeira composta por dez problemas aritméticos de estrutura aditiva considerando os conhecimentos conceituais relativos aos acréscimos e decréscimos, combinações e comparações propostas nos enunciados. A segunda ficha continha dez algoritmos de estrutura aditiva prontas para que eles resolvessem, sendo esses algoritmos os referentes aos problemas da primeira ficha.

Queiroz (2010) afirma que, mesmo conseguindo compreender os problemas, os estudantes não conseguem algumas vezes executar o cálculo numérico. Os estudantes possuem dificuldades básicas relacionadas às operações de subtração, apresentando os seguintes erros: erro de inversão, supremacia do zero, decomposição, composição e zero neutro.

Em sua investigação, a pesquisadora constatou que os quatro erros cometidos em relação ao cálculo numérico referiam-se apenas às operações de subtração: 67% dos estudantes cometeram o **erro da inversão**, em que se inverte a posição do algarismo do minuendo pelo subtraendo, como por exemplo, “512 - 248” ao invés de desagrupar uma dezena em 10 unidades e somar ao 2, efetuando “12 - 8”, os estudantes optaram por inverter “8 - 2 = 6”; 56% dos estudantes cometeram o erro de **supremacia do zero**, em que, diante do zero, o estudante o reproduz no resto sem operar com ele, confundindo este método com o da estrutura aditiva em que multiplicando qualquer valor por 0, obtém 0 no produto. Tal erro pode ser observado na operação 500 - 248, quando os estudantes subtraem apenas as centenas e reproduzem os zeros, dando como resposta “300”; o terceiro tipo de erro com 22% foi o do **elemento neutro**, ou seja, a ignorância do zero na operação, ou seja, os estudantes repetem os valores do subtraendo na resposta, como na subtração 640 - 429, apresentando 229 ao invés de 211, reproduzindo a unidade 9 e ignorando ou neutralizando a presença do 0 no minuendo, assim como sua importância no algoritmo; o quarto, com 22%, foram erros de **composição e decomposição** dos numerais, ao transformar alguns valores, prosseguem o cálculo como se isto não tivesse ocorrido. Como na operação 348 - 209. Os estudantes desagrupam a dezena, somam com o 8 das unidades, subtraem corretamente 18 - 9 entretanto, não

decompõem o algarismo alterado, mantém o 4 na dezena, subtraindo 4 de 0, em vez de 3.

Os estudantes, segundo a autora, em se tratando de erros do cálculo numérico, cometeram mais equívocos quando se depararam com operações que envolviam subtrações com reservas e com numerais que tinham o zero em sua composição.

O estudo de Queiroz (2010) auxilia o desenvolvimento dessa Tese ao propor resoluções com algoritmos e elencar os tipos de erros, favorecendo intervenções docentes.

Bariccatti (2010) analisou as estratégias de resolução de cálculos mentais e escritos em estudantes que cursavam o 3º e o 5º ano do Ensino Fundamental. Além disso, identificou níveis de construção das operações aritméticas, em situações que envolviam igualação de quantidades e construção de diferenças (interdependência entre adições e subtrações) e situações de multiplicação e associatividade multiplicativa.

Os participantes desta pesquisa foram estudantes de escolas municipais e estaduais da cidade de Toledo-PR, totalizando vinte estudantes do 3º ano e vinte estudantes do 5º ano. Após a análise qualitativa e quantitativa dos dados, a autora afirma a existência de uma correlação entre a resolução de cálculos e o nível de construção das operações aritméticas.

Bariccatti (2010) afirma ainda que o uso dos algoritmos exige processos construtivos de planejamento, estimativa e organização. Os estudantes necessariamente colocam em prática diversas formas de conhecimento (implícitas, conscientes, explícitas); o professor precisa interpretar os procedimentos e as representações utilizadas e dar importância a elas. Para tanto, precisa ter claro que estratégias estão sendo empregadas pelos estudantes e em quais níveis de complexidade podem ser classificadas.

O estudo de Bariccatti (2010), ao afirmar que o uso dos algoritmos exige processos e que tais representações precisam ser interpretadas pelos professores para acompanhar o desenvolvimento cognitivo dos estudantes, contribui para essa Tese trazendo a resolução de cálculos e a intervenção docente como fundamentos para a formação de professores.

Henklain (2012) investigou se a formação de classes de equivalência entre diferentes formas de apresentação de problemas pode reduzir dificuldades na resolução de problemas.

Foram realizados dois experimentos com algumas diferenças metodológicas. Participaram do experimento I oito estudantes do 2º ao 5º ano do Ensino Fundamental com dificuldades, verificadas no pré-teste, na resolução de problemas. No primeiro grupo, foi aplicado um procedimento para ensino de discriminações condicionais entre diferentes formas de apresentação de problemas de adição (operação com algarismos, problema escrito, coleção e balança). Neste primeiro experimento, houve aumento na porcentagem de acerto em todos os tipos de problemas, porém cinco participantes apresentaram dificuldades com os problemas na forma de balança.

No experimento 2, foram utilizadas três formas de representações (algarismos, escrito e balança). O objetivo era produzir a formação de dois conjuntos de classes de equivalência, uma de adição e outra de subtração, e avaliar o seu efeito sobre o desempenho na solução de problemas. Após a formação das classes, verificou-se no pós-teste 1 que todos os participantes aumentaram a porcentagem de acertos.

Henklain (2012) chegou à conclusão de que os procedimentos de ensino adotados favorecem aprendizagens importantes para reduzir as dificuldades na resolução de problemas.

O estudo de Henklain (2012) auxilia no processo de produção desse trabalho ao propor representações com algarismos e aplicações de testes de adição e subtração.

Santos (2013) abordou a análise conceitual da construção do número natural e do uso das operações fundamentais que são trabalhadas nos anos iniciais. A pesquisa teve como objetivo verificar na prática como é trabalhado o sistema de numeração decimal posicional e as operações fundamentais de adição, subtração, multiplicação e divisão, e como são desenvolvidas nos algoritmos por profissionais que ensinam esses conteúdos.

A pesquisadora realizou oficinas de Matemática com professoras a partir da mediação da Sequência Fedathi. As professoras-estudantes envolvidas na pesquisa tiveram a oportunidade de, além do recurso didático, trabalhar com outras

formas de cálculo na aritmética dos números naturais, vivenciando inclusive a troca de experiências.

Os resultados do trabalho de Santos (2013) mostram o quanto é relevante a necessidade do conhecimento matemático pelos profissionais que ensinam esse conteúdo nos anos iniciais. A pesquisadora comprovou ainda que é necessário o aprimoramento da prática de ensino a partir da formação continuada.

Santos (2013) constatou que esse conhecimento juntamente com o seu domínio não é oferecido na formação inicial do professor, demonstrado pelos resultados da sua pesquisa até mesmo com profissionais com muitos anos de experiência.

Verificamos que antes, durante e depois dos encontros, que as professoras-alunas continuaram cometendo erros de natureza conceitual. Cálculos envolvendo operações relativamente simples com a adição e a subtração mostraram que existe uma ausência do domínio dos conteúdos. As técnicas utilizadas no cálculo são essenciais para esse domínio, pois as mesmas juntamente com a multiplicação e a divisão são consideradas operações fundamentais. Fundamentais porque a partir do momento que o indivíduo compreende o conceito de número natural, começa a trabalhar com essas ideias, juntando quantidades, separando, distribuindo, comparando e utilizando tantas outras situações nas quais são exigidas. (SANTOS, 2013, p. 110).

O trabalho de Santos (2013) apresenta dados e indicações sobre como trabalhar com encontros e oficinas de Matemática com professoras, sendo relevante para a Tese em questão, pois trabalhamos com encontros formativos.

Santos (2014) teve como objetivo em seu estudo investigar as estratégias de cálculo mental, utilizadas por estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental ao resolver cálculos de adição e subtração. Nele, procurou responder aos seguintes questionamentos: Quais estratégias de cálculo mental, estudantes do 6º ano empregam na resolução de cálculos de adição e subtração? Que relações existem entre o tipo de cálculo envolvido e a estratégia adotada para resolvê-lo?

O trabalho foi desenvolvido em uma turma 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública da Rede Estadual de Ensino do município de Serra/ES. Oito estudantes resolveram uma atividade diagnóstica composta de quatro sequências de cálculos mentais, a saber: fatos fundamentais dos números 5, 10, 20 e 100, dentre adições e subtrações próximas a esses resultados.

Através da análise de dados, o pesquisador constatou que as escolhas das estratégias de cálculo mental pelos estudantes variaram de acordo com o tipo de

sequência de cálculos, a operação aritmética (adição ou subtração) e o estado emocional deles durante a atividade. Foi possível identificar o uso de duas estratégias combinadas: o cálculo mental e as estratégias de contagens nos dedos para grande parte dos cálculos.

O uso do cálculo mental mostrou-se um procedimento de grande sobrecarga da mente e, em alguns cálculos de adição sem agrupamento, serviu apenas como apoio à visualização numérica, sendo executado pelo estudante da esquerda para a direita, semelhante à estratégia de decomposição numérica.

Santos (2014) afirma que os dados da sua pesquisa apontam para: (i) a necessidade de se trabalhar fatos numéricos fundamentais de adição e subtração via cálculo mental de maneira sistemática em sala de aula; (ii) a necessidade de se ensinar estratégias autênticas de cálculo mental para que os alunos não se tornem dependentes de estratégias como contagens e cálculo mental, que são mais difíceis de serem executadas com êxito; e (iii) a importância de entrevistar, individualmente, os estudantes a fim de compreender e avaliar o desenvolvimento destes em tarefas de cálculo mental.

Assim, o estudo de Santos (2014) torna-se interessante para o desenvolvimento dessa pesquisa ao tratar sobre uma das formas de resolução das contas de adição e subtração e ao propor a necessidade de trabalho com fatos fundamentais por parte dos professores, em encontros formativos.

Moraes (2015) realizou uma pesquisa bibliográfica com o objetivo de investigar os algoritmos convencionais das operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão), e de compreender o funcionamento de tais algoritmos e as propriedades das operações envolvidas em suas execuções. Em sua pesquisa, concluiu que um conhecimento limitado da matéria restringe a capacidade de um professor promover uma aprendizagem conceitual entre os estudantes.

Mesmo um forte sentimento de ensinar matemática para a compreensão não pode remediar ou complementar uma limitação de um professor no conhecimento da matéria. Alguns professores em início de carreira, no grupo de orientação procedimental, queriam ensinar para a compreensão. Eles pretendiam envolver os alunos no processo de aprendizagem, e promover uma aprendizagem conceitual que explicasse a fundamentação lógica subjacente ao procedimento. Contudo, devido às suas próprias de ciências no conhecimento da matéria, a sua concepção de ensino não podia ser posta em prática. (MORAES, 2015, p. 92).

As contribuições de Moraes (2015) para a Tese são a compreensão do funcionamento dos algoritmos e as propriedades das operações envolvidas.

Santana (2016) realizou um estudo teórico sobre os algoritmos das operações fundamentais a partir da utilização do Material Dourado. A autora ressalta que os algoritmos, como são conhecidas estas técnicas, são vários: na adição – expansão na base 10, somas parciais, convencional da adição – e na subtração – algoritmo de compensação, diferenças parciais e subtração da esquerda para direita.

Segundo a autora, cada um possui sua facilidade/dificuldade específica. Neste sentido, para a pesquisadora, o professor deve escolher aquele que mais se aproxima à realidade da turma, sendo necessário, portanto, a partir do diagnóstico apresentado pela turma, apresentar mais de um caminho para encontrar a solução da conta a ser resolvida.

Dessa forma, o estudo de Santana (2016) aponta para a necessidade de escolha de recursos pedagógicos que auxiliem a prática docente e a aprendizagem de adição e subtração, contribuindo para a nossa sugestão de formação com o QVL, além de propor diagnósticos com a turma para que sejam realizadas intervenções pedagógicas que considerem os resultados.

O estudo de Maciel (2016), com o objetivo de fundamentar teoricamente as operações de adição e subtração de modo a ampliar o conhecimento do leitor, destaca que os algoritmos aprendidos como sendo de adição e subtração de números naturais são, na verdade, algoritmos para obter a representação em base 10 da soma e subtração de dois números naturais, conhecidas as suas representações em base 10.

Maciel (2016) contribui para a minha Tese, pois normalmente não é ensinada a diferença entre um número e a sua representação em algum sistema de numeração, justamente por não serem discutidas na escola outras bases e, como consequência disto, muitas pessoas têm a ideia equivocada de que existe apenas um sistema de numeração, o de base 10 de origem indo-arábica.

Dessa forma, o ineditismo deste trabalho reside em contemplar, ao mesmo tempo, os saberes docentes e as representações dos estudantes, considerando as estratégias didáticas utilizadas durante as aulas, e as contribuições de uma formação continuada sobre tais variáveis.

6 METODOLOGIA

Neste capítulo, é apresentado o percurso metodológico da pesquisa: características, abordagem, método de investigação, escolha dos sujeitos, coleta e análise dos dados.

A presente pesquisa tem o intuito de analisar a contribuição de encontros formativos de planejamento e observações de aula de adição e subtração para a ampliação de saberes docentes de professores do 5º ano do Ensino Fundamental.

Para Lankshear e Knobel (2008), os propósitos e ideais da pesquisa pedagógica estão organizados em dois grupos fundamentais: i) melhorar a percepção do papel e da identidade profissional dos professores; e ii) a partir da ideia de envolvimento com a pesquisa pedagógica, poder contribuir para um ensino e uma aprendizagem de melhor qualidade nas salas de aula. Os autores afirmam que a pesquisa pedagógica tem como finalidade a contribuição para a melhoria do ensino e da formação dos estudantes.

Devido à situação de emergência em saúde, em decorrência do novo coronavírus (COVID-19), as atividades educacionais presenciais em todas as escolas, universidades e faculdades, das redes de ensino pública, no âmbito do Estado do Ceará, foram suspensas a partir de 19 de março, conforme o Decreto nº 33.510, de 16 de março de 2020. Nesse contexto, os encontros formativos e as observações das aulas foram interrompidos, implicando em mudanças na pesquisa.

O Quadro 11 apresenta o que foi realizado em cada etapa da pesquisa.

Quadro 11 – Descrição das etapas da pesquisa

ETAPA	DESCRIÇÃO
1ª	Observação de aulas e encontros formativos
2ª	Diagnóstico dos conhecimentos dos estudantes
3ª	Encontros formativos via internet
4ª	Entrevista

Fonte: Pesquisa do autor.

6.1 Abordagem

A pesquisa qualitativa, de acordo com D'Ambrosio (2006), lida e dá atenção às pessoas e às suas ideias, procura encontrar sentido de discursos e narrativas que

estariam silenciosas, permitindo que a análise dos dados proponha os próximos passos.

Para Flick (2009), a pesquisa qualitativa não se baseia em um conceito teórico metodológico unificado. Diversas abordagens teóricas e seus métodos caracterizam as discussões e a prática da pesquisa. Os pontos de vista subjetivos constituem um primeiro ponto de partida. Uma segunda corrente de pesquisa estuda a elaboração e o curso das interações, enquanto uma terceira busca reconstruir as estruturas do campo social e o significado latente das práticas.

O presente trabalho é uma pesquisa-ação. De acordo com Tripp (2005), embora a pesquisa-ação tenda a ser pragmática, ela se distingue da prática e, embora seja pesquisa, também se distingue da pesquisa tradicional, principalmente porque a pesquisa-ação ao mesmo tempo altera o que está sendo pesquisado e é limitada pelo contexto e pela ética da prática.

De acordo com Tripp (2005), a pesquisa-ação possui 4 fases: planejamento, ação, descrição e avaliação. A solução de um problema tem início com a sua identificação, em seguida com o planejamento de uma solução, a sua implementação, o seu monitoramento e a avaliação de sua eficácia.

A pesquisa-ação requer ação tanto nas áreas da prática quanto da pesquisa, de modo que, em maior ou menor medida, terá características tanto da prática rotineira quanto da pesquisa científica (TRIPP, 2005).

6.2 Sujeitos

Os sujeitos da pesquisa foram docentes do 5º ano do Ensino Fundamental. A escolha pelo 5º ano decorre do fato de que é esperado que os estudantes já tenham consolidando os conceitos referentes à adição e à subtração⁷, conforme os documentos que regem a escolarização municipal e estadual, os quais são referências para a prática dos professores.

Em 2019, foram 5 (cinco) docentes. Em 2020, foram 4 (quatro) docentes. Isso será explicado a seguir. Como eu estava acompanhando escolas devido ao cargo

⁷ A investigação é sobre esse assunto tendo em vista os baixos índices apresentados pelos estudantes em itens de avaliações externas. No município de Fortaleza, por exemplo, segundo dados do Sistema de Acompanhamento do Ensino Fundamental – SAEF, durante o ano de 2018 em que foi analisado o Descritor 08 – Calcular o resultado de adição e subtração envolvendo números naturais, 32% dos estudantes na avaliação inicial responderam corretamente ao item e, na avaliação final, 53%.

de formador municipal e por perceber, em uma escola estadual localizada em Fortaleza, abertura para o diálogo, receptividade, interesse pelo tema e disponibilidade da direção e dos professores, conversei com a direção sobre a pesquisa, a qual autorizou o desenvolvimento dela na escola. Os professores foram selecionados a partir dos seguintes critérios: ser professor do quadro funcional do município de Fortaleza e estar lotado em uma turma de 5º ano na escola selecionada.

No ano letivo de 2020, a coordenação da escola decidiu realizar modificações no quadro docente, substituindo um professor e uma professora do 5º ano. Em virtude disso, a composição dos professores participantes das sessões reflexivas foi alterada. O grupo começou 2020 com 4 (quatro) professores: 2 (dois) que tinham participado dos encontros em 2019 (Florence e Descartes) e 2 (dois) que ingressaram em 2020 (Hipátia e Euclides).

Os participantes assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE (APÊNDICE A).

6.3 Coleta de dados

Nessa seção, serão apresentados os recursos e as técnicas utilizados na coleta de dados: observação de aulas, encontros formativos com os professores, diagnóstico de conhecimento discente, entrevista e diário de campo.

6.3.1 Observação de aulas

Observar e olhar o outro e a si mesmo demanda atenção educada, exercício de empatia, reflexão crítica, autoavaliação, humildade, rigurosidade metódica (FREIRE, 1996).

As observações de sala sobre a prática do professor foram realizadas nos dias das aulas de Matemática, mediante autorização do professor, com o intuito de descrever, caracterizar e analisar as práticas de ensino realizadas em uma sala de aula de Matemática.

Segundo Altet (2017), o objetivo da observação é, certamente, considerar as práticas de ensino em suas relações com as aprendizagens, conhecê-las tal qual elas são e não como deveriam ser em nome dessa ou daquela opção pedagógica ou didática. Conforme Altet (2017), as aparências podem enganar. Por exemplo, o

observador terrestre constata diariamente que o sol gira ao redor da Terra! Na verdade, é a Terra que gira ao redor do sol.

A referida autora afirma ainda que a observação é uma maneira de estabelecer relação com o empírico, uma forma de alcançar uma inteligibilidade das práticas de ensino tendo como base aquilo que pode ser constatado em situação de ensino e aprendizagem. Sem ser um fim em si mesma, a observação torna-se um procedimento adequado para descrever, explicar e compreender as práticas de ensino, além de comportar elementos constatados na prática, passíveis de interpretação, e não apenas declarados.

A intenção inicial da pesquisa era realizar as observações antes das formações, mas o conteúdo das operações fundamentais de adição e de subtração é ministrado no 1º semestre. As formações começaram em agosto de 2019 e aconteceram até março de 2020, enquanto as observações foram realizadas nos meses de fevereiro e março de 2020.

Foram realizadas 7 (sete) encontros formativos, sendo 3 (três) em 2019 e 4 (quatro) em 2020, conforme explicação a seguir. As observações totalizaram 14 horas e 5 aulas, assim distribuídas: 6 horas referentes a duas aulas da professora Florence, 6 horas referentes a duas aulas do professor Newton e 2 hora referente a 1 aula da professora Hipátia.

As observações foram pautadas nos seguintes aspectos: estrutura física e organização da sala de aula; descrição da aula: assunto e duração da aula, como o professor se relacionou com os estudantes, a consideração dos conhecimentos dos estudantes, os questionamentos feitos pelos professores durante a aula, as atividades desenvolvidas, a atualização de recursos e do livro didático e a participação dos estudantes (APÊNDICE B).

Os objetivos da observação de aulas foram:

- i) Conhecer como o conteúdo de adição e subtração é trabalhado pelo professor;
- ii) Analisar as atividades propostas, as estratégias didáticas e os recursos utilizados pelos professores durante a aula;
- iii) Avaliar o interesse e a participação dos estudantes em aulas de Matemática.

6.3.2 Encontros formativos

Os encontros formativos foram analisados a partir dos saberes docentes discutidos por Barguil (2016b): conteudísticos, pedagógicos e existenciais.

Os objetivos dos encontros formativos presenciais foram:

- i) Promover momentos de estudos sobre o conhecimento matemático e as operações de adição e de subtração.
- ii) Refletir sobre a prática docente e o ensino de adição e subtração no 5º ano do Ensino Fundamental;
- iii) Ampliar os saberes docentes conteudísticos, pedagógicos e existenciais.

Os encontros formativos presenciais, realizados com todos os professores no mesmo momento, tiveram início no semestre 2019.2. Em 2019, aconteceram 3 encontros de agosto a outubro: o 1º para apresentação e confecção do QVL; o 2ª para estudo de texto e atividades sobre as características dos sistemas de numeração e as bases diferentes de 10; e a 3ª para estudo sobre o Sistema Cifranáutico: adição e subtração. Cada encontro formativo teve duração de 4h/a.

No Quadro 12, são apresentados os professores que participaram da pesquisa no ano de 2019. Devido ao sigilo dos sujeitos, foram escolhidos nomes de personalidades matemáticas para identificá-los. Além dos nomes, o quadro 12 apresenta o gênero, a idade e o tempo de docência no 5º ano.

Quadro 12 – Identificação dos professores participantes da pesquisa em 2019

DOCENTE	GÊNERO	IDADE	TEMPO DE DOCÊNCIA NO 5º ANO
Florence	Feminino	45 anos	02 anos
Descartes	Masculino	38 anos	03 anos
Pitágoras	Masculino	43 anos	08 anos
Olga	Feminino	34 anos	04 anos
Newton	Masculino	32 anos	04 anos

Fonte: Elaborado pelo autor.

Em 2020, aconteceram 4 encontros formativos presenciais antes da Pandemia da Covid-19 com as seguintes temáticas: o 1º com estudos teóricos sobre adição e subtração; o 4º para a construção do quadro valor de lugar para os

estudantes; o 4º com uma performance didática dos algoritmos de adição e subtração, que consistiu na apresentação de explicação da resolução de uma conta; e o 4º para Análise da produção dos estudantes. Cada encontro formativo teve carga horária de 4h/a. Os 7 (sete) encontros formativos são detalhados no capítulo 7.

No Quadro 13, são apresentados os professores que participaram da pesquisa no ano de 2020. Alguns sujeitos foram substituídos, pois foram lotados em outras turmas, diferentes do 5º ano, não atendendo mais ao critério para participação na pesquisa.

Quadro 13 – Identificação dos professores participantes da pesquisa em 2020

DOCENTE	GÊNERO	IDADE	TEMPO DE DOCÊNCIA NO 5º ANO	ANO DE INGRESSO NA PESQUISA
Florence	Feminino	45 anos	02 anos	2019
Hipátia	Feminino	57 anos	03 meses (primeira experiência)	2020
Euclides	Masculino	67 anos	05 anos	2020
Newton	Masculino	32 anos	04 anos	2019

Fonte: Elaborado pelo autor.

Em virtude do isolamento social imposto pela crise sanitária de saúde, os encontros formativos aconteceram, nos meses de outubro a dezembro, de acordo com a disponibilidade dos professores, via internet, sem um dia específico, abordando os resultados dos diagnósticos discentes. A partir desse momento da pesquisa, os encontros formativos passaram a acontecer de forma individual, com o intuito de acolher melhor o professor e observar as suas interpretações sobre a turma analisada.

Os objetivos dos encontros formativos via internet foram:

- i) Interpretar os registros dos estudantes no instrumento diagnóstico, elaborando um mapa de aprendizagem da turma;
- ii) Refletir sobre a sua prática, considerando o mapeamento da turma feito a partir do diagnóstico realizado na etapa 3.;
- iii) Promover a importância sobre o conhecimento matemático e as operações de adição e de subtração, a partir do diagnóstico dos saberes docentes e discentes.

Conforme o calendário de distribuição de aulas da Secretaria Municipal de Fortaleza, as aulas de Matemática durante a pandemia ocorreram com distribuição de material via aplicativo de mensagem, *WhatsApp*, para os pais dos estudantes. Os professores ficaram disponíveis durante um turno para cada turma para tirar as dúvidas. Diante desse contexto, o pesquisador ficou impossibilitado de acompanhar as aulas, pois os grupos do aplicativo eram restritos para professores e o grupo gestor da escola.

6.3.3 Diagnóstico do conhecimento discente sobre os algoritmos da adição e da subtração

O diagnóstico é um importante instrumento para a ação docente, pois, a partir das respostas dos discentes, é possível ter uma ideia da maneira como este pensa, interpretar seus registros e realizar o planejamento das necessidades educacionais, bem como acompanhar a evolução das suas habilidades.

Sobre diagnóstico e prática escolar, Hoffmann (2008, p. 68) declara que sua importância está em

[...] investigar seriamente o que os alunos 'ainda' não compreenderam, o que 'ainda' não produziram, o que 'ainda' necessitam de maior atenção e orientação [...] enfim, localizar cada estudante em seu momento e trajetos percorridos.

O diagnóstico do conhecimento discente sobre os algoritmos da adição e da subtração (APÊNDICE C), criado pelo professor Paulo Meireles Barguil, foi aplicado dia 05 de março 2020, durante as aulas de Matemática, de acordo com a autorização docente e com o objetivo de avaliar como os professores interpretaram as resoluções dos discentes das questões.

O instrumento tinha 8 contas – 4 de adição e 4 de subtração – e objetivava diagnosticar os conhecimentos discentes sobre os algoritmos dessas operações, para que o professor possa interpretar tais resultados. Os discentes tiveram 2 horas para resolvê-las.

A interpretação dessa atividade foi realizada por cada docente durante os encontros formativos, fornecendo elementos para a formação e a prática do professor.

6.3.4 Entrevista

Segundo Duarte (2004), entrevistas são fundamentais quando se precisa, deseja mapear práticas, crenças, valores e sistemas classificatórios de universos sociais específicos, mais ou menos bem delimitados, em que os conflitos e contradições não estejam claramente explicitados.

Para essa autora, as entrevistas possibilitam que o pesquisador faça um mergulho em profundidade, coletando indícios dos modos como cada sujeito percebe e significa sua realidade e levantando informações consistentes que permitem descrever e compreender a lógica que preside as relações que se estabelece no interior do grupo, o que, em geral, é mais difícil de se obter com outros instrumentos de coleta de dados.

O objetivo da entrevista (APÊNDICE D) foi analisar de que maneira os encontros formativos auxiliaram na ampliação dos saberes docentes conteudísticos, pedagógicos e existenciais dos professores participantes da pesquisa.

Ribeiro (2008) afirma que a entrevista é a técnica mais apropriada quando o pesquisador quer obter informações a respeito do seu objeto, que permitam conhecer sobre atitudes, sentimentos e valores subjacentes ao comportamento, o que significa que se pode ir além das descrições das ações, incorporando novas fontes para a interpretação dos resultados pelos próprios entrevistadores.

6.3.5 Diário de campo

O diário de campo, no entendimento de Falkenbach (1987), mais do que um instrumento de anotações, pode funcionar como um “sistema de informação”, sendo possível avaliar as ações realizadas no dia a dia, possibilitando que o investigador seja capaz de melhorá-las e, ao mesmo tempo, desenvolver sua capacidade crítica, através da elaboração de um planejamento, onde ele possa traçar objetivos e propor atividades, preparando assim as ações profissionais.

Os registros possibilitam consultas posteriores, além de evidenciar as narrativas que acontecem no espaço escolar, especificamente, na sala de aula, possibilitando uma seriação dos acontecimentos, reflexões sobre os dados observados e inferências sobre as ações, que estão nas entrelinhas do cotidiano e da prática docente.

No Diário de Campo, registrei os dados coletados com os instrumentos e as técnicas utilizadas na pesquisa, possibilitando a posterior consulta e análise.

No próximo capítulo, serão discutidos os dados colhidos na pesquisa, os quais serão analisados a partir das categorias sobre os saberes docentes elencados por Barguil (2016b), a tabela de erros nas operações de adição e subtração proposta por Barguil (2020), bem como as contribuições teóricas de outros autores.

7 ANÁLISE DOS DADOS

Neste capítulo, serão apresentados e analisados os dados da pesquisa de campo.

7.1 Encontros formativos sobre Educação Matemática

Foram realizados 7 (sete) encontros formativos presenciais, os quais tiveram início no semestre 2019.2. Aconteceram 3 encontros de agosto a outubro: o 1º para apresentação e confecção do QVL; o 2º para estudo de texto e atividades sobre as características dos sistemas de numeração e as bases diferentes de 10, as bases estudadas foram 2, 4 e 7; e o 3º para estudo sobre o Sistema Cifranáutico: adição e subtração.

Em 2020, aconteceram 4 encontros de janeiro a março: 1º com vivências de atividades de adição e subtração; o 2º para a construção do QVL para os estudantes; o 3º para a análise da produção dos estudantes; e o 4º para uma vivência didática dos algoritmos de adição e subtração.

7.1.1 Encontro formativo 01 – Apresentação do Quadro Valor de Lugar – QVL

Dia: 23/08/2019

Duração: 2h

O 1º encontro formativo teve a participação dos professores Florence, Descartes, Olga e Newton e objetivava a construção do QVL com papelão e papel madeira. Primeiramente, perguntei aos professores o que eles conheciam sobre o Quadro Valor de Lugar. Os mesmos relataram já trabalhar com o QVL, porém apenas com o registro escrito na lousa ou no caderno, ou seja, a utilização com o material concreto nunca havia sido praticada pelos professores em suas aulas.

A oficina de construção do QVL foi planejada a partir do roteiro criado e disponibilizado pelo Prof. Paulo Meireles Barguil (ANEXO A). Posteriormente, apresentei os materiais necessários para a confecção e informei que iríamos construir o QVL com três ordens, mas que existem outras versões com mais de três ordens e uma versão ampliada para o professor utilizar como referência em suas explicações durante as aulas.

Cada professor, a partir do roteiro, construiu seu próprio QVL. Alguns tiveram um pouco mais de dificuldade durante a dobradura e os vincos necessários para montar o quadro e finalizar com a fita crepe. Nesse momento, os que já haviam concluído auxiliaram os que ainda não haviam terminado.

Os professores relataram que acharam o recurso fácil de ser construído e, o mais importante, com material que pode ser disponibilizado pela escola com um custo pequeno. Acreditam que fazer o recurso para todos os estudantes demanda muito tempo, porém irão auxiliar uns aos outros na confecção.

Lorenzato (2006) explica que material didático é qualquer ferramenta útil ao processo de ensino e aprendizagem, pois “[...] palavras não alcançam o mesmo efeito que conseguem os objetos ou imagens, estáticos ou em movimento. Palavras auxiliam, mas não são suficientes para ensinar.” (LORENZATO, 2010, p. 17).

Passos (2006) ressalta que a importância da materialidade para apoiar as práticas educacionais foi defendida no Movimento da Escola Nova, para que os estudantes pudessem aprender fazendo. Porém, de acordo com a autora, muitos professores tiveram uma interpretação limitada desse procedimento, ao compreenderem que a simples manipulação empírica desses objetos resultaria na aprendizagem dos conceitos. Ela também afirma que entre o conhecimento físico e o matemático existe um processo a ser vivenciado e para se chegar a abstração, um dos objetivos de aprendizagem da Matemática, é preciso começar pelo concreto.

Diante da atividade realizada nesse encontro formativo, pode-se perceber, conforme Lorenzato (2006), que os espaços de formação de professores devem fazer uso de materiais manipuláveis para o ensino de conceitos matemáticos. Mas, para que isso ocorra de forma mais efetiva, faz-se necessário que os futuros professores aprendam a utilizar os materiais de maneira correta.

7.1.2 Encontro formativo 02 – Características dos Sistemas de Numeração e bases diferentes de 10

Dia: 27/09/2019

Duração: 2h30min

Participaram do 2º encontro formativo os professores Olga e Newton (os outros estavam de folga por motivos de banco de horas), o qual teve como objetivo proporcionar aos professores vivências sobre sistemas de numeração com a

manipulação do QVL a partir de atividades com bases diferentes de 10. Primeiramente discutimos sobre a história dos sistemas de numeração a partir do texto *Número: Conceito e Representações*, do professor Paulo Meireles Barguil.

O texto apresenta sistemas de numeração primitivos, como o criado pelos indígenas das Ilhas Murray, e os sistemas de numeração egípcio, o mesopotâmico, o romano, o maia e o indo-arábico. Os professores realizaram uma leitura compartilhada do texto e, em seguida, propus a realização de atividades para que eles trabalhassem com representações numéricas em diferentes bases (ANEXO B).

Nas questões 1 a 4, foram propostas situações com diferentes quantidades (14 e 26) e bases (3 e 4). Os professores, utilizando canudos, formaram os respectivos agrupamentos na primeira, segunda e terceira ordens no QVL. No final, representaram o resultado com os algarismos indo-arábicos.

Na questão 5, os professores precisavam representar em diferentes bases números escritos na base decimal. Essas 5 (cinco) atividades possibilitaram que os professores percebessem que uma quantidade pode ser representada de diferentes modos, de acordo com a base indicada.

Na questão 6, é solicitado escrever na base decimal representações em outras bases. Na questão 7, são apresentadas duas representações com a mesma quantidade de dígitos, as quais precisam ser comparadas. Os professores compreenderam, após várias mediações do pesquisador, que, em representações com a mesma quantidade de dígitos, quando os algarismos: i) são os mesmos, a representação do maior número é aquela que tem a maior base; e ii). não são os mesmos, é necessário comparar os algarismos de cada ordem, começando pela de maior valor, para saber qual é a representação do maior número.

Em relação ao aprendizado verbalizado pelos professores, a professora Olga declarou:

Eu já tinha tido contato com essa forma de analisar as bases e o sistema de numeração, não só a decimal. Na faculdade foi algo que me marcou bastante porque eu me sentia desafiada a descobrir outros métodos, então por isso que, na medida que eu fui fazendo, fui sempre querendo fazer logo a outra porque é algo que me prende a atenção, que me chama a atenção, porque querendo ou não é algo que sai das normas que nós já estamos acostumados e me lembrou essa disciplina que a gente viu na faculdade (da matemática) essa parte da base, mas ainda faltava (sic) outras coisas que eu não lembrava ou que eu até, talvez, nem tenha visto que é essa comparação de qual esquema é maior que o outro e de qual a quantidade máxima e mínima. Acho que leva a refletir não só como a base é formada, mas além, pra saber a quantidade de elementos de um número para que serve aquilo ali e tal. Isso

vai auxiliar demais na questão de ensinar os meninos a pensar e não apenas a decorar uma forma e saber que existem os números, saber que existem os algoritmos, mas como eles são compostos e considerados no dia a dia e como eles podem ser compostos por outras bases.

O professor Descartes falou:

Essa atividade que o professor Renato passou, achei muito interessante porque ela mostra a complexidade do ensino da Matemática e a complexidade do processo de ensino-aprendizagem do aluno. Mostra que a Matemática ela não é tão simples como aparenta ser nos livros e eu vejo, cheguei a conclusão de que o QVL ele é fundamental para que o aluno possa assimilar os conteúdos pertinentes do 5º ano, no caso.

O pesquisador indagou ao professor Descartes: “Como foi que você se sentiu realizando a atividade?”. Ele respondeu: “Eu me senti desafiado. Certo? E também me senti... é uma atividade muito prazerosa também. Eu creio que o que eu senti, os alunos também irão sentir quando uma atividade dessas for aplicada para eles.”.

Em relação ao aprendizado dos professores observado pelo pesquisador, a atividade com bases 2, 4 e 7 proporcionou-lhes uma vivência diferente daquela a qual estão acostumados a ensinar em sala de aula. Percebe-se que os professores participantes não tinham tido contato com atividades dessa natureza, nem enquanto eram estudantes, nem durante a formação continuada, com exceção da professora Olga, que relatou ter tido contato com essa metodologia durante a graduação.

Mesmo diante dos desconfortos iniciais causados pelo reconhecimento do não-saber resultando no prazer pela aquisição do novo conhecimento, no final, eles quiseram saber mais sobre a atividade, indicando interesse e desejo de novas possibilidades de apresentação do conteúdo matemático a partir desse momento.

Sobre o encontro formativo 02, destaca-se, em consonância com Fontana e Guedes-Pinto (2002) e Barguil (2016b), que, para que mudanças educacionais ocorram, é necessária também uma renovação do profissional do ensino, ou seja, um professor que tenha a investigação como estratégia de ensino, que reflita criticamente sobre a prática e que busque sempre a formação continuada.

Esse encontro favoreceu o desenvolvimento dos saberes conteúdísticos dos professores, definidos por Barguil (2016, p. 279) como:

[...] os conceitos de cada tópico, que precisam ser desenvolvidos pelos estudantes, incluindo o seu caráter histórico, ou seja, as condições sociais, o contexto que permitiram o seu desenvolvimento e a sua respectiva complexidade.

7.1.3 Encontro formativo 03 – Sistema Cifranávico: adição e subtração

Dia: 25/10/2019

Duração: 2h30min

Participaram deste encontro formativo os professores Descartes, Florence, Newton, Olga e Pitágoras, que teve como objetivo apresentar os estudos sobre o sistema cifranávico e as representações de situações de adição e subtração. A primeira parte do encontro consistiu em leitura e discussão de parte do artigo Cifranavização: leitura e escrita de registros numéricos (BARGUIL, 2017b).

A leitura foi compartilhada pelos participantes com pausas para a discussão em momentos sugeridos pelos professores e professoras. O artigo estudado durante o encontro traz apontamentos sobre a importância dos aspectos da leitura e da escrita a partir da interpretação dos símbolos e dos registros que existem na área da linguagem em Educação Matemática.

Fazendo-se entender que, conforme explicam Barguil (2016b) e Pires, Bertini e Prates (2014, p. 41): “Mais do que manipular símbolos, realizar cálculos extensivos rapidamente e reconhecer formas, ela [a Matemática] exige raciocínio, estratégia, leitura e interpretação, habilidades essas que qualquer linguagem exige.”, e que tais habilidades não são exclusividade apenas da Língua Portuguesa.

Além da discussão sobre o reconhecimento a simbologia própria da Educação Matemática e a importância da sua interpretação para o desenvolvimento dos estudantes, o texto aborda a diferenciação entre os conceitos de número, algarismo e numeral. Neste momento da leitura, os participantes também realizaram uma reflexão e uma discussão sobre suas práticas e de que maneira tais conceitos são tratados nas suas salas de aula. A professora Florence falou:

Nessa questão assim, pessoal, de trazer pra gente essa reflexão, quando você traz um número no caso aqui como tá descrito 8.888 que tem quatro dígitos, mas apenas um algarismo, essa reflexão no dia a dia que são fatos assim que a gente não fazia, pelos menos eu não dava tanta importância a isso, a gente percebe, através desse estudo, que são pontos que são fundamentais para que o aluno possa também entender essa diferenciação, conseguir compreender dentro do que tá estudando o que nós já vimos, a questão do número, do algarismo e do numeral.”

“Percebo que a gente precisa se apropriar dessa leitura, desse formato, pra gente conseguir, realmente, fazer diferente. Nessa questão, voltando a questão da numeração, a gente não percebe, vai colocando um número com quatro dígitos ou com quantos dígitos forem... porque tem apenas um algarismo, você não fala para o aluno: ‘olha, gente, aqui nós temos um número com quatro dígitos, mas percebam, tem apenas um algarismo. A

gente não costuma ter essa fala, quando a gente compreende isso aqui, a gente vê que fazendo isso, a gente vai tá trazendo para o aluno a oportunidade dele fazer essa diferenciação e dele também se apropriar dessa nova forma de ler a Matemática.

Após a diferenciação dos conceitos de número, algarismo e numeral, conversamos sobre o processo de cifranavização para designar o processo no qual

[...] o sujeito aprende a notação numérica utilizando o sistema cifranávico. A leitura e a escrita de numerais é apenas um aspecto de um processo mais amplo, que também engloba a compreensão dos mesmos no contexto social: por isso tal conteúdo é lecionando na escola. Há de se enfatizar que a **cifranavização** também está relacionada à capacidade para realizar as operações fundamentais. (BARGUIL, 2016a, p. 403, negrito no original)

Após o momento da leitura, partimos para o segundo momento do encontro que consistia em realizar as operações aritméticas de adição e de subtração com o auxílio do QVL construído durante o primeiro encontro com o grupo. Os professores tiveram a oportunidade de realizar 04 (quatro) situações-problemas, duas de adição e duas de subtração (ANEXO C).

Primeiramente, conversamos sobre a situação a fim de reconhecer qual operação estava presente nela. Após a identificação da operação, fizemos o registro da conta, em seguida a operação no QVL e, após o registro no QVL, realizamos o algoritmo da conta. Na adição realizamos o registro completo e resumido. Na subtração, destacamos o fato de que a ordem desagrupada, quando o minuendo é menor que o subtraendo, precisa estar representada na ordem ao qual se refere, no caso representada na dezena, pois representá-la na ordem das unidades constitui-se um erro matemático. Discutimos ainda sobre o uso adequado dos termos no momento das operações com agrupamentos e desagrupamentos, evidenciando a inadequação da expressão: “Pedir emprestado” que é muito usada para explicar a necessidade de desagrupamento nas operações de subtração.

Em relação ao aprendizado verbalizado pelos professores, a professora Olga declarou:

Bom é... a prática do QVL, a utilização dele em sala de aula, através das formações, pude perceber, na aplicação da sala de aula, que realmente é algo que funciona, que os alunos realmente entendem, que eles se interessam para fazer isso e é muito bom saber como utilizar isso, o modo de manusear porque muitas vezes nós mesmo temos dúvidas quanto ao sistema de numeração e acabamos que no decorrer do dia a dia não tiramos essa dúvida, então além dos alunos ficarem com essas dúvidas, nós também ficamos e é bom isso pra esclarecer. No encontro de hoje, pra mim, foi mais proveitoso porque a parte teórica da cifranavização, né isso? Que eu nunca tinha ouvido falar, não tinha ideia e a parte da aplicação do QVL da questão da subtração

de como se compõe o cálculo daquela forma, destrinchando, porque a gente conhece aquela forma do pedir emprestado, que é muito antiga que agora a gente tá usando mais o desagrupar, no caso da subtração, mas que dessa forma, destrinchar, mesmo a forma completa, eu não sabia muito e hoje eu pude compreender melhor. Então esses novos conhecimentos favorecem, acredito que favorecem muito a nossa vivência em sala de aula e a prática, porque é algo que nós também vamos passar desde já para nossos alunos.

O pesquisador indagou à professora Olga: “Como foi que você se sentiu realizando a atividade?”. Ela respondeu: “Como eu me senti hoje? Eu tava exausta. Muito exausta, ainda tô, mas como a questão da dinâmica de utilizar de tá ali realizando os cálculos e a vivência isso foi despertando, foi chamando mais atenção e acabou que deu pra envolver mais. Percebe-se que a professora, apesar de cansada, se sentiu motivada para participar do encontro, revelando a importância dos saberes existenciais.

Em relação ao seu aprendizado no encontro formativo, o professor Euclides declarou:

Bom é... eu vi nessa formação a importância do QVL, uma forma de fazer o aluno entender, no concreto, como funciona... na subtração a questão de você pedir emprestado, quando não dá pra tirar um valor de outro. E aprendemos também aqui que esse termo “empréstimo” é um termo bem popular, que, na verdade, o termo correto é desagrupar, e por meio do QVL conseguimos fazer o aluno entender como funciona esse processo de desagrupamento para poder concluir a subtração. É desafiador, é lúdico, legal, porém desafiador, uma coisa nova, por isso é muito importante as formações acontecerem, o professor ter mais estratégias de ensino, consequentemente fazer o aluno aprender mais. Muito bom.

O pesquisador indagou ao professor Euclides: “Como foi que você se sentiu realizando a atividade?”. Ele respondeu:

Me senti bem. Me senti bem porque eu aprendi. Vou continuar treinando porque é uma coisa nova, a gente não tem essa prática de aplicar o QVL em sala de aula e nós temos outros métodos, né? Nem sempre o sistema permite também, mas eu vou tentar, sim, inserir o QVL em sala de aula. Vou treinar mais *pra* no seguinte praticar a subtração, adição as operações no QVL. Gostei muito! Tô feliz porque eu aprendi.

No que se refere ao seu aprendizado no encontro formativo, a professora Florence falou:

Achei interessante... é... na realidade isso é trazer um novo significado ou ressignificar essa questão do QVL que no passado a gente já teve, mas como professora hoje eu entendi que é bem mais fácil trabalhar com ele do que ir direto pro quadro trabalhar simplesmente as operações. E também, na questão de entender, de tomar posse, de se apropriar da questão da leitura matemática, dessa nova perspectiva. Então, para mim, foi válido, eu confesso que estava com muita enxaqueca, vim para cá a princípio eu disse: ‘nossa! A

gente precisa ir!?' mas, no final foi bem proveitoso e, assim, com certeza, vai fazer diferença na minha vida como pessoa e como educadora.

É oportuno ressaltar as implicações da formação nos saberes existenciais da professora Florence que, mesmo com enxaqueca, resolveu participar do encontro e percebeu que este foi aproveitado de maneira satisfatória. O pesquisador lhe indagou “Como foi que você se sentiu realizando a atividade?”. Ela respondeu:

Me senti feliz e me senti, acho que como, talvez, um aluno meu se sintia quando ele descobre que é capaz de fazer e que não é difícil. Que é algo que é fácil de compreender, então eu fiquei muito contente com esse aprendizado, com a ressignificação desse aprendizado, que, na verdade, a gente já tinha, mas não tínhamos percebido a maneira legal de trabalhar com ele.

No que se refere ao seu aprendizado, o professor Pitágoras falou:

Bem, o Quadro Valor de Lugares, o QVL, ele... hoje eu entendi a questão do concreto na questão da subtração porque quando a gente vai fazer cálculo aritmético em sala de aula e o aluno ele confunde a subtração quando tem que (entre aspas) a questão do emprestar e aí depois tem que somar, pra ele ou é tirar ou vai ser somar e o qvl não, ele demonstra que realmente há uma distinção entre essas duas diretrizes: subtrair vai ser justamente subtrair, como quando pede-se para passar de uma dezenas das unidades sabe-se que vai ser, subtende-se que vai ter que colocar na dezena e não vai ter que ficar na unidade. Pra mim foi esclarecedor porque hoje eu vejo os alunos com outra vertente, né? Vamos ver aí se na prática de sala de aula vai ser... para o próximo ano aí muita coisa vai mudar, se deus quiser vai ser bem melhor. Renato foi surpreendente! E o detalhe: Depois de 20 anos eu entendi essa questão de que eu não tenha que trabalhar duas operações. Se eu to ensinando só subtração a lógica é ensinar subtração e não soma. Parabéns, Renato.

Em relação ao seu aprendizado, o professor Newton declarou:

Da formação eu achei interessante a fundamentação teórica porque ela nos mostra que a matemática ela tem um sistema que ele se organiza e ele (o autor) faz um paralelo junto com o alfabeto, as letras e aí ele mostra sobre como o professor e o aluno pode se apropriar desses conceitos. Ele traz a confusão não só que o aluno, como também, nós professores, fazemos entre número e algarismo, foi importante esclarecer isso. E também o QVL nos mostra que dá para contextualizar, pra gente não ficar somente na conta, mas transpor esse conhecimento de forma contextualizada. O aluno tá tendo ali, esse conhecimento tá sendo palpável, ele tá se apropriando desse conhecimento, através de um recurso tão simples que ilustra, de fato como esses números se organizam e como eles se agrupam.

O pesquisador indagou ao professor Newton: “Como foi que você se sentiu realizando a atividade?”. Ele respondeu: “Sentimento de hoje, no começo, era indisposição, mas acho que o texto, justamente o texto, trouxe questões importantes, que aí fez eu me despertar mais para o debate que ele trouxe para o encontro.”.

Em relação ao aprendizado dos professores observado pelo pesquisador, os professores puderam discutir, principalmente, sobre os saberes conteudísticos do conhecimento matemático. Percebi que seus saberes existenciais, como angústias, medos e anseios, estão relacionados à forma como aprenderam Matemática e à maneira que tem eles tem que ensinar.

A maioria reconhece que não tiveram uma formação inicial adequada que indicasse os caminhos ou discutisse a forma como os estudantes aprendem, para eles, de maneira geral, a oficina foi um momento de imersão no conhecimento matemático para a aquisição de novas práticas.

Seus saberes existenciais, referenciados em Barguil (2016b) como crenças, percepções, sentimentos e valores sobre a vida, o conhecimento, o estudante e a Educação, também merecem destaque ao perceber que estavam felizes por poder encontrar relações entre a prática pedagógica, o conhecimento matemático e seu desejo de ser um professor melhor. A vivência em atividades que utilizaram materiais concretos motivou os professores a participarem e transformarem os seus medos em interesse e aprendizagens, o que ratifica a relação entre os saberes conteudísticos, pedagógicos e existenciais.

7.1.4 Encontro formativo 04 – Vivências de atividades de adição e subtração

Dia: 31/01/2020

Duração: 4h

Retomando os encontros formativos, tivemos como objetivo vivenciar atividades de adição e subtração com o material concreto. A sessão foi gravada com falas livres, sem um roteiro, com o intuito de analisar as percepções dos participantes sem o direcionamento do pesquisador.

Como estávamos vivenciando o primeiro encontro do ano letivo e estávamos com dois professores que ainda não conheciam o processo metodológico da pesquisa e o objetivo dos encontros, iniciei lembrando os objetivos da pesquisa, a periodicidade dos encontros e agradecendo a disponibilidade dos sujeitos em participarem da pesquisa.

Após essa apresentação inicial, solicitei que os professores que já haviam participado dos encontros formativos realizassem uma memória sobre o que havíamos estudado e discutido até o momento.

Os professores relembrou o estudo sobre o sistema cifranávico e que durante o último bimestre letivo de 2019 tentaram trabalhar com os estudantes as características do SND e relataram a necessidade de superação de antigas práticas existentes no ensino de Matemática.

No momento seguinte, os professores foram ao QVL e resolveram uma conta de adição e outra de subtração, simulando momentos de sala de aula, contando com o auxílio dos colegas. Principalmente, os dois professores que entraram no grupo recentemente.

Os professores explicitaram a importância das características do SND, principalmente a relacionada aos agrupamentos, evidente no manuseio do recurso. Após o momento da atuação, tivemos outra conversa sobre as percepções do grupo acerca do momento vivenciado. As suas percepções são apresentadas a seguir.

Percebi que os professores sentem-se mais à vontade explicando a operação de adição. A segurança na fala, a ausência de perguntas como: “é assim?” ou “está correto?” indicam tal inferência. Durante as operações de subtração, seus medos e anseios aparecem de forma evidente, primeiro com o receio e a negação diante da proposta de ir ao quadro resolvê-la. Em seguida, com a necessidade de auxílio do pesquisador para ganhar segurança e explicar. Suas inseguranças estão presentes principalmente quando existe a necessidade de desagrupar uma dezena na ordem anterior (das unidades) para realizar a operação.

Para a professora Hipátia, que vivenciou o material pela primeira vez, o quadro é concreto, mas não é fácil.

Para Florence, a questão da dificuldade está sob a perspectiva do professor, ou seja, o material é difícil para o docente, pois ele nunca teve contato com o mesmo, nem durante a vida estudantil, nem na formação continuada. Para a professora, o maior mal-estar é apresentar-se para uma plateia, pois é como se a observação dos pares estivesse cobrando-a. E, por esse motivo, ela incentiva os estudantes a irem ao quadro para já irem superando o medo de estar na frente de uma plateia e o medo de errar.

Para Hipátia, o material é difícil e lúdico a mesmo tempo. A dificuldade está presente no manuseio e nos processos, porém ela acredita que as crianças irão brincar com o QVL e isso ajudará na aprendizagem, por ser lúdico. Para a professora, o material irá servir para introdução dos conteúdos matemáticos nos primeiros anos do Ensino Fundamental, como o segundo ano, por exemplo.

Para Euclides, o fato de estar diante de uma plateia também o prejudica, relembando que tremia bastante quando teve que falar a primeira vez em público. O professor acha interessante, mesmo sem ter o traquejo necessário para a explicação e utilização do material. O professor ressalta a forma como o material será utilizado em sala de aula, para ele, o tempo destinado à explicação e utilização pode gerar indisciplina. Euclides trata ainda o QVL como um andador infantil, que auxilia os primeiros momentos e depois é retirado, pois o sujeito não precisa mais de tal objeto.

Para Newton, o trabalho com material concreto é essencial para o desenvolvimento dos estudantes. O professor apresenta segurança diante da explicação para o grupo. Ele relata que durante sua formação inicial teve contato com alguns materiais concretos e isso o auxilia no uso em sala de aula. Newton também acredita que o QVL colabora na aprendizagem, pois o material é lúdico e a ludicidade é essencial para a compreensão do conteúdo.

Para os professores, é indispensável que cada estudante possua o seu material durante as aulas para que a explicação, os conteúdos e as atividades sejam melhor vivenciadas, explicadas e exploradas.

O grupo ressaltou ainda que o foco, nos primeiros anos, em Língua Portuguesa, dificulta o trabalho deles, pois o estudante chega ao último ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental sem acesso aos conteúdos elementares de Matemática.

O encontro 03 possibilitou maior aproximação dos professores e professoras com recursos e práticas que auxiliam na produção e no desenvolvimento da Educação Matemática, especificamente, no ensino das operações fundamentais de adição e subtração.

Ressalta-se a relevância do desenvolvimento dos saberes pedagógicos, descritos por Barguil (2016b) como as teorias da aprendizagem, as metodologias, os recursos didáticos que se expressam na relação professor-conhecimento-estudante, nos materiais, na dinâmica da sala de aula, de maneira que as escolhas de ensino considerem as dimensões da aprendizagem.

7.1.5 Encontro Formativo 05 – Construção do QVL para os estudantes

Dia: 07/02/2020

Duração: 4h

Durante o encontro formativo anterior, os docentes relataram que o QVL seria mais adequado caso os estudantes possuíssem individualmente um para que pudessem manipular. Então, a partir da demanda solicitada pelos professores, o encontro teve como objetivo construir 30 QVLs para que os estudantes pudessem manipular no momento das aulas.

Os quadros foram construídos a partir do roteiro disponibilizado pelo professor Paulo Meireles Barguil (ANEXO A). Participaram do encontro os professores Florence e Newton. Os demais professores estavam com demandas pessoais ou realizando atividades do ativismo escolar, por isso não participaram.

Após a construção do material, Florence e Newton falaram sobre as aprendizagens e as suas perspectivas de utilização do QVL em sala de aula:

Os saberes pedagógicos e do conteúdo já estão em nossa prática internalizada, o saber existencial, por ser algo novo, a gente sempre sente um pouco, mas tudo que vem para ajudar a mediar, a facilitar a aprendizagem é válido. O momento de construção desse material que nós vamos utilizar em sala de aula, pra mim, que não tenho tanta habilidade manual, foi um desafio, porém um desafio atingível, foi gostoso e eu espero que realmente os estudantes consigam, a partir do planejamento proposto, avançar na aprendizagem, pois, assim, acredito ser mais fácil trazer esse conteúdo para os estudantes. (Professora Florence)

A montagem desafia os nossos saberes matemáticos, pois, durante a montagem, em si a gente trabalha a questão de medida, de tamanho. Poderíamos, em sala, realizar uma atividade com os estudantes de construção para que eles pudessem aprender a utilizar a régua, pois eles acham que a régua é somente para passar um traço e entenderem o processo de construção do material que estarão utilizando. (Professor Newton)

Em relação ao aprendizado dos professores observado pelo pesquisador, percebeu-se que eles possuem saberes para a prática que estão em constante modificação.

É possível perceber nas falas de Florence e Newton que a construção do material pedagógico mobiliza seus outros saberes, o existencial e o conteudístico, corroborando com Barguil (2017a, p. 200) quando declara:

A docência é a profissão que se dedica a contribuir para que todo ser humano materialize sua aspiração ontológica – transforme em realidade o seu potencial – sendo, por isso, necessário aprender, ou seja, expandir-se em todas as dimensões.

Assim, ao projetarem a utilização do material em sala de aula, relatam o desejo de ver aprendizagem das crianças, além da satisfação por estarem

contribuindo para a aprendizagem matemática, dando indícios de uma possível modificação da visão que possuem sobre essa Ciência que lecionam como algo inatingível e que somente os que já nascem com o dom para os números conseguem aprender com mais facilidade.

7.1.6 Encontro formativo 06 – Análise da produção dos estudantes

Dia: 28/02/2020

Duração: 4h

Esse encontro formativo teve como objetivo a análise das resoluções de contas de adição e subtração realizadas por estudantes, no primeiro teste, em 2019, que serviram de dados para o primeiro exame de qualificação. Foi selecionada uma conta de cada tipo de erro classificado de acordo com Bertini e Passos (2007). Participaram do encontro os professores Florence, Hipátia e Newton.

Inicialmente, expliquei que esse momento seria para que eles pudessem ter contato com o instrumento que pretendo aplicar com os estudantes e que a análise sobre as respostas seria importante quando o teste fosse aplicado nas turmas deles. Os professores demonstraram um pouco de tensão. Expliquei que não era um teste com eles onde iria existir uma análise correta de cada item, era uma análise do professor e que ela é importante para as discussões na Educação Matemática.

Imagem 14 – Reprodução errada da proposta

Análises dos professores:

Florence:

Nessa situação, o aluno inverteu a operação. Trocou a subtração por adição.

Hipátia:

O aluno fez uma adição e não uma subtração.

Newton:

Aqui é possível perceber que o aluno ou confundiu o sinal da operação ou ele associa o sinal (-) à adição.

D) 816 – 279

$$\begin{array}{r} 1 \\ 816 \\ - 279 \\ \hline 1095 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem 15 – Erro na contagem

Análises dos professores:

Florence:

Aqui o aluno errou a soma dos algarismos da 4ª ordem, alterando o resultado da adição

Hipátia:

Nesta operação, o aluno realizou a adição, porém não acertou o resultado.

Newton:

Aqui foi possível observar que o aluno percebeu a ideia de adição, mas somou os números errado.

G) 24.395 + 18.607

$$\begin{array}{r} 1 + 1 \\ 24.395 \\ + 18.607 \\ \hline 44.002 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem 16 – Erro na organização espacial

Análises dos professores:

Florence:

Aqui o estudante quis desagrupar, mas fez de maneira equivocada e por isso o resultado não foi correto.

Hipátia:

O aluno armou a conta sem observar a organização correta das ordens e classes.

$$\begin{array}{r} 5.037 \\ - 2.548 \\ \hline 7529 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Depois fez, ao mesmo tempo, uma subtração e uma adição.

Newton:

O aluno esquematizou o cálculo de forma correta obedecendo a regra em colocar o maior acima do menor e também percebeu que não há subtração do menor pelo maior e então pediu a ordem seguinte para realizar a subtração.

Imagem 17 – Erro ao somar ou subtrair o zero

Análises dos professores:

Florence:

Nessa subtração, o aluno talvez tenha pensão que só poderia subtrair o número menor de outro maior, sendo assim colocou 0 como resultado de $0 - 2$.

Hipátia:

Usou a subtração começando da esquerda para a direita

e como não podia subtrair um número maior de um menor, colocou zero.

Newton:

Ao subtrair percebe-se que ao diminuir um valor menor por um mais alto ele iguala o resultado a zero.

$$\begin{array}{r} 57.204 \\ - 39.629 \\ \hline 22.506 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem 18 – Erro ao utilizar reagrupamentos

Análises dos professores:

Florence:

Ele escreve o 1 do reagrupamento no resultado e o 2 do resultado na ordem seguinte.

Hipátia:

Sim. O estudante troca o local dos algarismos das somas que possuem reagrupamento.

Newton:

Consegue organizar a conta adequadamente, mas troca o local dos algarismos local dos algarismos das somas que possuem reagrupamento

$$\begin{array}{r} \text{G) } 24.395 + 18.607 \\ \hline 51.901 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem 19 – Operação invertida

Análises dos professores:

Florence:

Aqui ele apenas “tirou” o número menor do maior sem levar mais nada em consideração.

Hipátia:

O aluno inverteu o processo de subtração nas ordens das unidades e dezenas simples e na ordem da centena usou o processo correto de subtração.

Newton:

Mais uma vez o aluno organizou o cálculo de forma correta, mas na operação não observou esse detalhe e ignorou o fato do número menor estar acima do número maior.

$$\begin{array}{r} \text{D) } 816 - 279 \\ \hline 663 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Em relação ao aprendizado dos professores observado pelo pesquisador, esse encontro formativo possibilitou um importante crescimento pedagógico para os professores. O temor e a preocupação em colocar uma resposta certa para a análise deu lugar a uma discussão sobre práticas pedagógicas e papel da avaliação durante os processos de ensino e de aprendizagem.

Os professores relataram que nunca tinham corrigido uma atividade dos estudantes dessa forma, afirmando que “Eu tacho logo o X e coloco a nota.”. Assim, refletimos sobre o papel da avaliação diagnóstica para o planejamento de ações e a

necessidade de conhecer o que o estudante sabe para uma prática de sala de aula mais eficaz.

A professora Hipátia revelou que ficou louca tentando analisar questão por questão, pois é difícil demais tentar compreender como os estudantes pensam, revelando que para uma análise mais eficaz seria melhor ter o estudante para que pudesse conversar com ela.

Para a professora Florence a maior surpresa está naquilo que ela considera óbvio e que os estudantes erraram como na troca da subtração por adição. A professora ressalta que os estudantes esperam que o professor informe a operação para ser realizada a conta, sem isso, eles não conseguem. Nesse momento, ocorrem os equívocos, pois eles conseguem armar, mas não resolvem a conta satisfatoriamente.

A professora Florence declarou:

Às vezes a gente acha chato e não tem tempo, mas quando você se depara com certas situações e talvez, para melhorar a nossa prática, a questão de entender como eles aprendem para ensinar melhor seja necessária. Muitas vezes a gente vai só no automático.

Para o professor Newton, a atividade de análise foi fundamental para investigar de que forma os estudantes compreendiam a estruturação e a resolução dos cálculos matemáticos. Ele ressalta que: “Pude observar quais as estratégias mais utilizadas por eles para chegar ao resultado, percebi também algumas problemáticas em conteúdos outrora estudados como, por exemplo, as ordens e as classes.”.

O professor afirmou que, através do instrumental, pode observar os conteúdos que os estudantes sentiam mais dificuldades e traçar estratégias para que tais dificuldades fossem superadas.

Foi bastante satisfatória, pois não havia utilizado desse método para observar o nível de aprendizagem dos meus alunos e como eles chegam ao 5º ano. Como falei anteriormente, através dele pude traçar algumas estratégias para ajudar os alunos que apresentaram maiores dificuldades. (Professor Newton).

Diante desse contexto, é oportuno destacar Vygotsky (1991), no que se refere à importância da interação entre os estudantes e, ainda, entre os estudantes e o professor em situações de aprendizagem, favorecendo o que o autor chamou de

Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP), que é a distância entre aquilo que a pessoa é capaz de realizar sozinha e o que pode realizar com a ajuda de outro.

Em relação ao aprendizado dos professores observado pelo pesquisador, a reflexão dos docentes indica a necessidade de um ensino que priorize a análise das produções discentes em sala de aula para que possam planejar atividades que atuem na zona de desenvolvimento proximal dos estudantes.

Porém relatam que esse é um trabalho difícil e que demanda muito tempo. Uma das ideias que o grupo teve foi realizar esse trabalho de intervenção na forma como os estudantes pensam, chamando-os ao quadro para que eles expliquem o seu raciocínio.

Sobre essa análise e as práticas docentes observadas, destaca-se a importância da Pedagogia do Percurso, defendida por Barguil (2017a), ao afirmar que a ação educativa acontece com a transformação, em ritmos diferentes, de todos os envolvidos, que se percebem aprendizes e ensinantes. Dessa forma, segundo o autor, cabe ao professor transformar a sua compreensão sobre a aprendizagem e o ensino, bem como reconhecer a sua condição de constante aprendiz.

Sobre a análise produção dos estudantes Haydt (2011, p. 108) destaca que é a partir da análise desses “[...] aspectos que se estabelece o como ensinar, isto é, que se definem as formas de intervenção na sala de aula para ajudar o aluno no processo de reconstrução do conhecimento.”

Encontra-se também em Curi (2005), a importância de análise do erro do estudante, pois tal erro, de alguma forma, demonstra um saber construído, mas ainda não consolidado em uma habilidade que ele possui, sendo necessário por parte do docente elaborar intervenções que confrontem suas certezas.

A análise do erro defendida por Boaler (2018, p. 50) aborda as questões relacionadas ao desempenho do estudante e à forma como esse conhecimento é entendido pelo senso comum

[...] os alunos aprenderão a livrar-se de ideias nocivas de que a matemática envolve rapidez e memória, e de que eles ou tem isso ou não. Essa mudança é fundamental para o êxito e o prazer com a matemática, podendo acontecer em qualquer idade, inclusive em adultos.

Outra conclusão é a necessidade da explicação de conceitos matemáticos, caminhos e significados de cada um dos termos que compõem, no caso do estudo, as operações de adição e subtração. Percebe-se que tais conceitos são tratados

dentro dos aspectos relacionados aos saberes docentes, especificamente ao saber conteudístico (BARGUIL, 2016).

O encontro foi encerrado com os professores questionando se já poderiam utilizar o QVL construído na oficina para ensinar as operações, demonstrando interesse em colocar em suas aulas o aprendizado proporcionado pelos encontros com o pesquisador.

7.1.7 Encontro formativo 07 – Vivência didática dos algoritmos de adição e subtração

Dia: 14/03/2020

Duração: 4h

Esse encontro formativo teve o objetivo de vivenciar uma aula sobre o algoritmos da adição e da subtração. Participaram do encontro duas professoras, Florence e Hipátia. Os outros sujeitos da pesquisa estavam em sala, motivo pelo qual não puderam participar deste encontro.

Primeiramente, foram apresentados novamente os materiais para a aula: QVL, palitos coloridos: amarelos representando as unidades, azul representando as dezenas e pretos representando as centenas, quadro branco, pincel, apagador.

Após a apresentação do material, o pesquisador explicou o objetivo da atividade e informou que seriam resolvidos 4 (quatro) itens: 2 (dois) de adição e 2 (dois) de subtração.

A professora Florence foi a primeira a ir para o quadro resolver a conta $38 + 46$. A professora vivenciou as etapas orientadas pelo pesquisador: i) representação numérica da conta no quadro; ii) representação da conta no QVL; iii) resolução da conta no QVL; e iv) resolução da conta na representação numérica no quadro.

A professora inicia a explicação ressaltando a importância de representar as unidades embaixo de unidades e dezenas embaixo de dezenas. Florence inicia a resolução informando que as contas precisam ser resolvidas primeiro pela ordem das unidades, nesse momento, ela é indagada pela professora Hipátia: “Mas e a divisão, tia?”. Florence afirma que isso são cenas para os próximos capítulos e continua com a resolução.

Primeiro soma as unidades $8 + 6$ informa que o resultado é 14 e que não pode deixar 14 palitos na ordem das unidades, assim os dez palitos que estão na

ordem das unidades serão “transformados” em uma dezena. Em seguida somou $3 + 4$, deu o resultado 7 e juntou a dezena que havia sido agrupada na ordem das unidades, resultando em 8 dezenas e dando o resultado final da operação de 84.

Na representação aritmética, a professora ressaltou que alguns estudantes acreditam que o numeral de maior valor tem que ficar em cima do numeral de menor valor, informando que faz a indagação para os estudantes: Quando a gente faz dessa forma, altera o valor, o resultado? Ao observarem que o valor não é alterado na adição, ela continua com a resolução, explicando que isso não interfere na resolução da conta. Florence afirma ainda que vem trabalhando com os estudantes o conceito de ordem, pois muitos dos seus estudantes confundem a representação numérica no momento de armar e resolver a conta.

A professora Hipátia resolveu a conta $27 + 58$. Ela relata insegurança na manipulação do QVL: “Renato, eu não sei usar os palitos.” Mas, mesmo com seus medos, aceita resolver. Antes de iniciar as representações, a professora informa que trabalha com a representação do ábaco, fazendo desenhos no quadro, para que eles entendam o valor posicional.

A docente inicia sua explanação organizando a conta no quadro e ressaltando a importância de colocar o sinal que vai indicar a operação a ser realizada e mostrando sinônimos para a adição como: juntar, agrupar, adicionar, somar. Após a explicação, parte para o segundo momento da sequência, representar e resolver a conta no QVL, ressaltando a importância de ter o cuidado de colocar unidade embaixo de unidade e dezena embaixo de dezena. “Agora vamos somar!” e inicia a explicação da conta no QVL pela ordem das unidades.

Nesse momento, a docente demonstra certa insegurança por não saber como explicar para os estudantes como iniciar a operação e conta com o apoio de Florence que informa que somar significa juntar as partes e que ela pode juntar as unidades da conta para começar a resolver.

Então, ela junta 8 e 7, resultando em 15 unidades. Explica que 15 é formado por 5 unidades e 1 dezena (10 palitos amarelos) e que vai “trocar” os 10 palitos por um palito azul. A próxima etapa é juntar 2 dezenas mais 5 dezenas, formando 7 dezenas mais uma dezena que formou das unidades ficando com 8 dezenas.

Após a resolução, a professora estranha o fato de as parcelas da conta terem ficado vazias e questiona: “Eu não tinha que ter tirado os palitos não, né?” “Cadê as parcelas? Acabou?” Sendo auxiliada por Florence que afirma que tinha que ter

tirado, pois a operação é uma soma e que, quando somamos, juntamos todas as parcelas em um resultado.

A resolução da conta na representação aritmética foi iniciada pela ordem das unidades, agrupando a dezena que formou-se da junção das unidades e, em seguida, a professora soma as dezenas e adiciona a dezena agrupada, dando o resultado: 85. Por fim, compara os dois resultados, com o material concreto e a resolução aritmética para ter certeza que estão iguais.

Após a resolução das adições, convidei as professoras para resolverem uma subtração, cada uma.

A professora Hipátia foi a primeira e resolveu a seguinte conta: $52 - 17$. Representou a conta com algarismos e depois no QVL e iniciou a resolução explicando que subtrair é o mesmo que tirar. A professora ressaltou que a maioria dos seus estudantes já estão tranquilos na resolução da subtração, revelando que estava com medo sobre como encontraria a turma já que estava muito tempo fora de sala de aula, 10 anos, e o receio era devido ao fato de ter sido convidada para dar aulas de História e Geografia, mas, com as novas orientações da Secretaria de Educação, teve que assumir, também, Matemática: “Valha, meu Deus!”.

Antes de iniciar a resolução, a professora afirma ainda que teme o seu não saber, pois nunca havia participado de nenhuma formação de Matemática, pois ia para as formações de coordenadores pedagógicos.

Após esse momento, ela inicia as representações, aritméticas e no concreto, ressaltando a importância de organizar os algarismos em suas ordens adequadamente. Hipátia pergunta: “é possível tirar 7 unidades de 2 unidades?”. Então, ela afirma que vai ter que desagrupar das ordenas da dezena e “transformar” em unidade.

Nesse momento, ela retira um palito azul e junta dez palitos amarelos na ordem das unidades. Questiona com quantos ficou, informa que ficou com 12 unidades e realiza a operação retirando um palito do subtraendo e outro do minuendo até não restar nenhum palito no subtraendo na ordem das unidades. Em seguida, opera na ordem das dezenas questionando se pode tirar uma dezena de quatro dezenas, diante da resposta afirmativa ela opera e diz que o resultado são 3 dezenas chegando ao resultado da operação: 35, três dezenas e cinco unidades.

Após a resolução no QVL, a professora resolveu a operação com os numerais, relacionado a resolução com os numerais com o a resolução com o material

concreto. Iniciou a resolução pela ordem das unidades fazendo os mesmos questionamentos: “Posso retirar 7 unidades de 2 unidades?”.

Nesse momento, Hipátia relaciona o que fez no concreto com o que irá fazer com os algarismos, ou seja, irá desagrupar uma dezena para juntar com as unidades e resolver a operação. Após desagrupar a dezena e somar com as unidades, informa que agora ficou com 12 e realiza a operação: “Então 7 para 12 é igual a?” dando a resposta corretamente, 5. Em seguida, opera na ordem das dezenas. Inicia com a pergunta: “Eu posso tirar uma dezena de 4 dezenas?” “Então, 1 para 4 vai ser quanto?” e dá a resposta: três.

Nesse momento, a professora Florence faz uma observação pertinente quanto ao processo de desagrupamento e representação. A docente indaga sobre a representação do algarismo 1 durante a resolução, pois na representação com o concreto, no QVL, ficaram os dez palitos na ordem das unidades para serem somados com os dois que já estavam representados, ou seja, a professora desejava saber como explicar para as crianças a representação no algarismo 1 na ordem das unidades, quando este 1, na verdade, vale 10 e somados as 2 unidades já existentes, teríamos a representação de dois algarismos, 12, ocupando uma ordem.

Nesse momento expliquei que o algarismo 1, que representa uma dezena, deve ser escrito na ordem das dezenas, pois de acordo com as características do nosso sistema, não é permitido que dois algarismos sejam representados em uma ordem e que os livros didáticos, mencionados pelas professoras, trazendo a representação na ordem das unidades, constituíam um erro conceitual matemático.

A professora Florence foi convidada para fazer a última operação do encontro: $816 - 279$.

A professora inicia a atuação explicando os sinônimos de subtração, tirar, subtrair. Em seguida, representa a conta com algarismos e no QVL. Informa sobre a importância de representar cada algarismo na sua ordem e indica que o QVL pode ser utilizado para ensinar sobre o valor posicional dos algarismos em um numeral.

Florence começa a resolver a operação no QVL a partir da ordem das unidades, questionando se é possível tirar 9 unidades de 6 unidades. Ao perceber que não é possível, então, tendo a unidade como referência, ela informa que irá desagrupar 1 dezena e transformá-la em 10 unidades para somar com as 6 unidades que já tinha, ficando com 16 unidades e agora pode tirar 9 de 16. Após tirar 9 de 16 a professora indica que ficou com 7 unidades.

Ao operar com as dezenas, a professora percebeu que não havia mais dezenas para operar, pois a dezena que existia no numeral 816 havia sido desagrupada para que pudesse operar com a ordem das unidades. Ela chega a questionar as suas atitudes: “Valha, o que foi que eu fiz?” e “Eita, tu me deu uma difícil!”.

Após a mediação do pesquisador a professora prosseguiu com o desagrupamento de 1 centena para as dezenas, e continuou realizando a operação tirando 7 dezenas de 10 dezenas. Finalizou tirando 2 centenas de 7 centenas, indicando como resultado 537.

Nessa situação, é possível constatar a importância da qualidade da mediação para a aprendizagem, a qual, conforme defendida por Vygotsky (1991), indica a importância da participação ativa do estudante no processo de construção de seu conhecimento, sendo responsabilidade do professor possibilitar que aquela aconteça.

Em seguida, a professora realizou a conta, mas inicialmente questionou como iria relacionar a escrita numérica com o material concreto. Tendo em vista que o algarismo 1 representado na dezena tinha que ser desagrupado para que pudesse operar com as unidades.

Após as intervenções, a professora demonstrou mais segurança para operar na ordem das dezenas que estava vazia e percebeu que precisava desagrupar da ordem das centenas, assim como no QVL, para continuar com a resolução. Após o *insight*, Florence concluiu a resolução da operação, indicando como resultado o numeral 537, 5 centenas, 3 dezenas e 7 unidades.

Após a realização da atuação, conversei com as professoras sobre o que elas tinham achado da atividade, o que destacavam como aprendizagem e como tinham se sentido.

Em relação à atividade, a professora Hipátia falou: “Eu, particularmente, acho difícil. Acho difícil para que eles compreendam todo esse processo de tirar, de fazer essa troca. Porque a gente que já tem esse conhecimento, complica!”. Florence, por sua vez, declarou: “Mas é porque a gente aprendeu de outra forma e eles estão aprendendo agora. Se a gente ensinar certo, eles não vão ter a dificuldade que eu e você estamos tendo porque eles não vão ter outro jeito para lembrar.”.

Sobre a aprendizagem ocorrida, a professora Hipátia afirmou:

Desde o primeiro dia, eu adorei ter participado porque eu tinha essas dúvidas. Então, para mim, foi ótimo. Não vou nem mentir que não foi. Tava até pensando: Menino, quando o Renato aparecer eu vou perguntar se eu tô fazendo certo. Quer dizer: percebi que tem duas coisas que eu não devo fazer, pois pra mim não estava errado porque eu tenho essa compreensão tranquila, mas, pra eu ensinar pra eles, está errado. Quer dizer, percebi dois erros que eu cometia. Porque é erro, sim! Pegar a dezena e vir pra cá pra unidade e quando eu dizia para, porque quando eu dizia para eu dizia no sentido de faltar, mas na verdade eu tô adicionando. Quando eu dizia pra eles: Gente quantos faltam para eu chegar em tanto? Aí quando eu vou para esse *para*, eu somo. Eu tinha a consciência que alguma coisa não tava certo, mas como os meninos são bons, eles estavam sabendo tudo. (risos)

Indagadas pelo pesquisador como estavam se sentido com essas novas aprendizagens, as professoras responderam:

Quando eu peguei o 5º ano e as novas diretrizes indicavam que o professor de menor carga-horária tinha que ficar com Matemática foi um choque: *Valha, minha nossa senhora!* Eu venho do 2º ano, eu não sei quanto tempo só ensinando os meninos a interpretar texto e escrever. Que é difícil. Aí eu digo: Eu vou pensar! Eu quero ajuda! Eu tô muito assustada. Eu nunca ensinei Matemática e pra mim Matemática era um bicho! Mas eu já tô vendo que não é. Ajuda muito no raciocínio e eu tô precisando muito disso. Pra mim, foi ótimo. Eu posso dizer que hoje, começo do ano, eu tô muito feliz com as duas séries que eu peguei. Quanto a você ter vindo e eu estar participando, eu tô adorando porque eu tô tirando minhas dúvidas e vai me ajudar no meu trabalho em sala de aula. (Professora Hipátia)

Como a gente tá acompanhando desde o ano passado, é mais a questão de desenvolver a habilidade de estar com o material em sala trabalhando a forma concreta que, às vezes, traz um pouco de insegurança pela falta de uso mesmo desse recurso em sala. Mas a gente percebe quando a gente tá fazendo é como se fosse na alfabetização, a criança tá descobrindo a leitura, então ela tá descobrindo que a Matemática, que o cálculo não é tão difícil como ele pensa ser. Então eu acredito que apesar da dificuldade de manusear o material, para os nossos alunos, que é o fim que a gente deseja, que eles aprendam e se desenvolvam é válido e torna-se gratificante. A gente brinca porque a gente erra, fica nervosa um pouquinho, mas aí a gente se coloca no lugar do nosso aluno e dá pra gente ter, também, essa percepção do outro, né? E ver como é importante a gente desenvolver cada vez mais habilidades e estar buscando conhecimento e maneira de tá ensinando para fazer com que eles desmistifiquem essa questão da Matemática ser o bicho de 7 cabeças. (Professora Florence)

Em relação ao aprendizado dos professores observado pelo pesquisador, durante a realização da oficina, percebe-se que a maior insegurança das professoras está em confrontar seu saber matemático escolar e de anos de docência com o saber a utilização do concreto que requer um conhecimento matemático com linguagem própria e características necessárias para mediação do conhecimento em sala de aula.

Curi (2005) ressalta que a centralidade na formação docente, para ensinar determinado componente curricular, é sua compreensão e que o professor que ensina Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental precisa conhecer a Matemática

sobre seus diversos prismas, a saber: domínio de conteúdos, de abordagens didáticas pertinentes a esses conteúdos e de sua organização curricular.

A Linguagem Matemática adequada apresenta-se como um obstáculo ainda a ser superado e utilizado com segurança na prática das professoras. Suas falas indicam que as mesmas trazem conhecimentos que não condizem com a matéria que ensinam, buscando palavras para explicar o que matematicamente pode ser apresentado com mais coerência e sem muitos rodeios, como o caso, principalmente, do agrupar ordens na adição, do desagrupar na subtração e do entendimento da subtração como um complemento, observado na fala da professora Hipátia: *É porque eu aprendi que era debaixo para cima. Quando eu digo “para” faltam quantos?* exemplifica o seu entendimento de subtração como uma operação de complemento.

Sobre esse aspecto, D’Ambrosio (1993) indica alguns aspectos essenciais para o profissional docente que atua no século XXI: i) visão do que vem a ser a Matemática; ii) visão do que constitui a atividade Matemática; iii) visão do que constitui a aprendizagem Matemática; iv) visão do que constitui um ambiente propício à aprendizagem Matemática.

As professoras apresentam sentimentos de temor, medo, receio e desgosto pela Matemática, projetando, por vezes, suas aprendizagens na aprendizagem dos estudantes.

Ao indicarem o medo de errar uma conta, característica do saber existencial, inicialmente reconhecida como simples, as professoras permitem que reflitamos sobre a necessidade de uma formação para os docentes sobre os processos de ensino e de aprendizagem da resolução das operações, uma vez que elas apresentam o conhecimento praticamente mecânico para a resolução, deixando a desejar na Didática da Matemática.

A ausência de prática com o concreto é outro ponto observado durante esse encontro, as professoras reconhecem que o concreto auxilia na aprendizagem, mas não possuem a prática com o recurso. Assim, os conhecimentos pedagógicos sobre a utilização de recursos e como ensinar os conteúdos relacionam-se com os saberes conteudísticos, tornando a Matemática mais próxima da sua prática e ampliando as suas habilidades com esse componente curricular.

De acordo com Imbernón (2011), a formação tem uma atribuição que vai além do ensino que pretende uma mera atualização científica, pedagógica e didática e se caracteriza na possibilidade de mediar espaços de participação, reflexão e

formação para que os sujeitos aprendam e se adaptem para poder lidar com a mudança e a incerteza.

Por fim, Hipátia e Florence apresentam o desejo de ampliarem seus saberes e práticas para contribuírem para a aprendizagem de Matemática dos seus estudantes, ressaltando a importância dos encontros e, com bastante leveza, sempre acolhem as observações, auxiliando uma a outra caracterizando a coletividade como um ponto positivo do grupo.

7.2 Observação das aulas

As observações, realizadas nos meses de fevereiro e março de 2020, totalizaram 14 horas e 5 aulas: 6 horas e 2 aulas na turma da professora Florence, 6 horas e 2 aulas na turma do professor Newton e 2 horas e 1 aula na turma professora Hipátia. Elas serão apresentadas em ordem cronológica.

7.2.1 Professor Newton – aula 01

Dia: 06/02/2020

Duração: 4h

A sala de aula do professor Newton é grande, arejada, com bons espaços para circulação do professor e dos estudantes. As carteiras estavam organizadas em fila com a mesa do professor na frente. Tal organização tende a não favorecer a discussão coletiva. A lousa é branca, grande e com bons espaços para a exposição. Participaram da aula 10 (dez) estudantes, o professor acredita que o número reduzido foi devido ao período de chuva. A turma possui 32 estudantes matriculados.

A aula teve como assunto o sistema de numeração decimal e suas características. A aula do professor foi predominantemente expositiva com utilização da lousa. Inicialmente, Newton perguntou o que os estudantes já tinham estudado no 4º ano sobre o sistema de numeração.

Em seguida, escreveu os algarismos de 0 a 9 no quadro e explicou que aqueles eram os algarismos e com a junção deles poderíamos formar infinitos numerais. Explicou ainda a origem do nome indo-arábico: pois o sistema foi inventado pelos hindus e difundido pelos árabes.

Depois, ele representou no quadro o material dourado referente à unidade, à dezena, à centena e ao milhar. Perguntou se os estudantes já tinham utilizado o material no 4º ano, explicando que o recurso auxilia os estudantes a agruparem e a pensar sobre o SND.

Após explicar o conceito e a representação de unidade, dezena e centena, o professor informou que essas são as ordens do sistema e que em cada ordem pode ficar somente até grupos com nove.

A atividade realizada pelos estudantes, após a explicação do professor, consistia em uma tarefa xerocada entregue individualmente, contendo 7 questões de múltipla escolha sobre o conteúdo de sistema de numeração. O professor permaneceu sentado enquanto os estudantes realizavam a tarefa, os que tiveram dúvidas foram até a mesa para receberem mais explicações.

A aula do professor Newton foi expositiva podendo ser caracterizada como tradicional, tendo adotado a sequência: apresentação do conteúdo, exercícios e correção. Apesar de citar a necessidade de uso do material dourado para o entendimento dos agrupamentos e das características do sistema de numeração, o professor não levou o material para manuseio dos estudantes.

Sobre a necessidade de materiais manipuláveis, Lorenzato (2006) afirma que tal material pode ser um ótimo catalisador na construção do saber matemático do estudante, dependendo da forma que os conteúdos são conduzidos pelo professor, devendo esse ter uma postura de mediador entre a teoria, material concreto e realidade.

Na mesma perspectiva, Passos (2006) reafirma que os materiais manipuláveis devem servir como mediadores para facilitar a relação professor/estudante/conhecimento no momento em que um saber está sendo construído.

É possível perceber que as características do SC são muito importantes para o progresso do estudante na aprendizagem da Matemática, em geral, e das operações fundamentais, especificamente.

Sobre as características do nosso Sistema de Numeração, Nogueira, Bellini e Pavanello (2013, p. 84-85) descrevem as seguintes:

- 1) O sistema é decimal, isto é, funciona com agrupamentos de dez. Esse número dez é chamado de base do sistema;

- 2) O sistema é posicional, isto é, o valor de um algarismo é determinado pela posição que ocupa no numeral;
- 3) O sistema é multiplicativo, isto é, em um numeral cada algarismo representa um número que é múltiplo de uma potência da base dez;
- 4) O sistema é aditivo, isto é, o valor do numeral é dado pela soma dos valores individuais de cada símbolo de acordo com a regra anterior.

Diante do exposto, destaca-se a relação entre o ensino do SC e a compreensão das operações fundamentais, tendo em vista que para compreender as operações o estudante irá manipular diferentes quantidades com adição, subtração, multiplicação ou divisão.

7.2.2 Professora Florence – aula 01

Dia: 13/02/2020

Duração: 4h

A sala de aula da professora Florence é espaçosa, porém, em dias de chuva, acumula água que cai em goteiras reduzindo o espaço para circulação. Os estudantes estavam organizados em fila e a mesa da professora localizada na frente no canto esquerdo. Participaram da aula 15 estudantes. A turma tem 32 estudantes matriculados.

A aula da professora teve como assunto o sistema de numeração decimal e as operações de adição e subtração. A professora desenhou no quadro o material dourado, explicou o que cada um correspondia no sistema de numeração decimal e, a partir da ideia de agrupamentos, trabalhou com a turma os conceitos de ordem e classe.

A professora iniciou a aula perguntando o que os estudantes tinham aprendido no ano anterior sobre o assunto abordado. Em seguida, pediu que se organizassem em trios para realização da tarefa. Cada grupo recebeu envelopes com uma conta de adição ou de subtração, os estudantes resolveriam e escolheriam um representante para resolver a conta no quadro.

Cada representante resolveu a conta e, quando terminaram, a professora indicou um estudante de cada grupo para analisar, no quadro, se a conta estava correta. Após a análise realizada pelos estudantes, a professora retomou a explicação indicando o caminho para a resolução e confirmando o que os estudantes já haviam constatado: todas as repostas estavam corretas.

Após a correção desta atividade, cada grupo ficou encarregado de elaborar uma conta de adição ou subtração e passar para o grupo do lado para que pudesse encontrar a resposta.

A professora deu um tempo para a realização da atividade, passeou entre os grupos para analisar a forma como estavam elaborando a questão e tirando dúvidas sobre o assunto.

Os estudantes foram ao quadro novamente resolver as contas criadas por eles, em seguida corrigiram. A atividade finalizou com a explicação da professora. O último momento da aula foi a realização de uma atividade individual no livro do PNLD.

A aula da professora possui característica da metodologia expositivo-dialogada. Ao propor trabalho em grupos, ela ressalta a importância da troca de conhecimento entre os estudantes. O trabalho em grupo é fundamental, pois, ao ouvir e ser ouvido, o estudante expressa as suas ideias, confrontando-as com as do grupo podendo desenvolver sua capacidade argumentativa e, especificamente, no caso da aula, suas habilidades matemáticas.

Destaco ainda que os agrupamentos precisam ser planejados, evitando agrupamentos formados aleatoriamente, pois o planejamento de atividades dessa natureza permite que estudantes em diferentes níveis de aprendizagem interajam, contribuindo para a aprendizagem dos seus pares.

A participação ativa da professora merece destaque, pois, durante os momentos da aula, a mesma caminhou entre os grupos dos estudantes observando as suas respostas e o seus comportamentos enquanto realizavam a atividade.

De acordo com Brizuela (1998), as invenções, como o sistema de numeração, precisam ser ensinadas no contexto da situação que está sendo compreendida e da problemática que está sendo discutida para serem assimiladas por aqueles que não são os seus criadores. Sobre as convenções, ela afirma:

Estamos constantemente em contato com tipos diferentes de convenções: convenções de leitura, escrita, matemática, música, ciência. Em algum ponto da história, podemos pensar em uma convenção como uma invenção de alguém. [...] Essa invenção se tornou convenção uma vez que seu uso se tornou largamente difundido em virtude de sua utilidade porque, de algum modo, facilitou a realização de tarefas. Convenções matemáticas, por exemplo, facilitam o nosso processo de atualização, facilitam cálculos e também nos ajudam a lidar com números grandes. Se o aprendiz tiver de usar certas convenções sem tê-las entendido previamente, elas lhe parecerão totalmente arbitrarias. (BRIZUELA, 1998, p. 47).

Com isso, percebe-se a importância e a necessidade de envolver os estudantes em situações que abordem as características do sistema de numeração, como fundamento para a aprendizagem das operações fundamentais.

7.2.3 Professora Hipátia – aula 01

Dia: 17/02/2020

Duração: 2h

A sala da professora Hipátia é espaçosa, arejada e com boa circulação de ar. Não existe referência ao ensino de Matemática na sala, como cartazes, tabuadas ou sólidos geométricos, por exemplo. Participaram da aula 15 estudantes, era um dia de chuva e muitos faltaram. A turma possui 31 estudantes matriculados.

A aula teve como assunto as características do SND e as operações de adição e de subtração. A professora havia realizado um simulado na aula anterior e este encontro foi dedicado para a correção das questões propostas. A professora distribuiu os simulados de cada estudante, solicitando que não modificassem a resposta que tinham marcado, pois ela ainda iria dar uma nota e entregá-los novamente.

Hipátia iniciou a aula informando que irá realizar a correção para ver, junto com os estudantes, as questões que eles acertaram e as questões que erraram. A primeira questão, sobre o SND, explorava a composição do numeral 1453. A professora sugeriu que os estudantes utilizassem o ábaco como recurso para auxiliar na resolução.

Nesse momento, desenhou um ábaco no quadro e explicou as suas características, localizando as ordens, as classes com as respectivas quantidades que estavam no item. Em seguida, explorou cada distrator, que é uma resposta aparentemente correta, mas que está errada, até encontrar a resposta correta. Os distratores eram: a) $1 + 4 + 5 + 3$; b) $1000 + 400 + 5 + 3$; c) $100 + 400 + 50 + 3$. O gabarito era a opção d) $1000 + 400 + 50 + 3$.

A segunda questão era uma operação de subtração, $679 - 38$. A professora iniciou informando que, da forma horizontal como os numerais estavam dispostos, era ruim para resolver. “Como é que a gente vai fazer?” perguntou a professora. Antes que o estudante concluísse a resposta, ela indica: “Fazer a continha, né? Vamos fazer?”. A professora arma a conta no quadro, indicando a quantidade de unidades,

dezenas e centenas de cada numeral, informando que unidade deve estar embaixo de unidade, dezena embaixo de dezena.

Hipátia iniciou a resolução, pela ordem das unidades, perguntando aos estudantes: “Eu posso tirar oito unidades de nove unidades?”. As crianças ficam em dúvida, mas respondem em uníssono: “Uuummm”.

Após resolver a ordem das unidades, a professora resolveu a ordem das dezenas indicando que também é possível tirar três dezenas de sete dezenas, encerrando a operação indicando o resultado: 641.

A terceira questão pedia para os estudantes resolverem a operação: $3.415+295$. A professora iniciou a operação pelo ordem das unidades indicando os agrupamentos realizados e somando com as ordens seguintes, obtendo a resposta correta, 3.710. Um estudante, especificamente, indicou que a professora havia corrigido errado a sua atividade.

Hipátia foi até a sua cadeira, observou o item e informou que a criança havia realmente errado, pois havia realizado o agrupamento das unidades, porém não somou com as dezenas que já existiam no numeral. A professora aproveitou esse momento para retomar com os estudantes a importância de armar a conta e indicar corretamente as parcelas, indicando com um traço, abaixo das parcelas, para indicar o resultado.

A questão seguinte indicava o numeral 3.456 e solicitava que os estudantes indicassem o algarismo que estava na ordem dos milhares. Os discentes informaram que essa era uma questão fácil. Mesmo assim a professora disse que iria resolver. Resolveu rapidamente, sem muitas dúvidas dos estudantes.

A quinta questão do simulado trazia uma conta de adição representada com o numeral 325 na primeira parcela, a segunda parcela estava vazia e o numeral 512 no resultado.

A professora inicia a questão informado que ela é um desafio. Enquanto ela arma a conta no quadro, um estudante informa que tal questão pode ser resolvida de duas formas. Hipátia observa a fala do estudante, sem questionar sobre que possibilidades são essas, sem trabalhar as estratégias dos estudantes.

Ela termina de armar a conta e informa que precisa descobrir o número que está faltando: “Como é que eu vou fazer para descobrir, gente?”. Estudante 01 fala: “A gente faz um cálculo, aí vai colocando pra conseguir ver se dar certo.”. Estudante 02 responde: “Mas tem outra forma de resolver...”. A contribuição desse estudante é

ignorada novamente. Professora: “Mas qual é o cálculo que eu vou fazer? Aqui é uma adição não é? Como é que eu vou descobrir qual o número que está aqui? O que eu vou fazer aqui?”. Estudante 02 responde: “Diminuir! Diminuir a parcela pelo total.”.

Após essa discussão, a professora representa a conta de subtração na lousa e informa que esse é o jeito mais prático, pois a forma como o estudante 01 tinha informado demora bastante para chegar ao resultado.

Com a conta armada a professora questiona aos estudantes se pode retirar 5 de 2. Os estudantes informam que não. O estudante 02 ressalta que a professora está resolvendo de baixo para cima e que ele fez de cima para baixo. Hipátia então questiona: “Eu posso tirar 2 de 5? Então o que eu vou fazer? Eu vou desagrupar não é?”.

A professora realiza o desagrupamento e soma com as unidades. Informando que agora pode tirar 5 de 12, ou seja, 12 menos 5 dando o resultado 7. Indicando a ordem das dezenas, a professora informa que ela está vazia e indica a necessidade de desagrupar da centena para continuar realizando a operação. “Uma centena tem quantas dezenas? Dez!”. Então agora eu posso tirar 10 menos 2, vai ficar quanto? Oito. Indicando a ordem das centenas afirma que antes eram 5, mas como havia desagrupado uma para a ordem das dezenas está somente com 4, “então 4 menos 3, pode?”. Indicando o resultado 187.

A representação final da resolução da conta está na Imagem 20.

Imagem 20 – Representação final da resolução da conta 512 - 325

$$\begin{array}{r} 512 \\ - 325 \\ \hline 187 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 325 \\ + 187 \\ \hline 512 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Antes de resolver o próximo item, a professora ressalta a importância de marcar o gabarito corretamente, dando ênfase para esse procedimento,

principalmente para a avaliação do SPAECE. Nesse momento, o estudante 02 afirma: “O SPAECE resume tudo que a gente aprendeu durante o ano.”.

A professora é chamada por uma estudante e informa que acertou a questão, porém não teve a sua pontuação indicada no item. A professora vai até a estudante, observa o item e afirma que a discente não teve a pontuação porque não apresentou o cálculo, apenas marcou a opção correta, por isso, ela iria ganhar meio ponto, pois estava meio certa.

E continua: “Deixa eu explicar porque eu insisti tanto para que vocês fizessem o cálculo: porque se você faz a questão, bota a resposta certa, mas não fez o cálculo, o que que dá a impressão? Ou você colou de alguém ou você chutou. Chutou e deu certo. Nesse momento, o Estudante 02 afirma: “o cálculo demonstra que você pensou.”. “Esse menino é show de bola, esse menino acerta todas, ôh menino inteligente, por isso que eu gosto dele!”, ressalta a professora.

A questão final era para resolver a conta $8.132 - 4.267$. Hipátia informa que eles terão que fazer uma subtração e aborda os sinônimos para subtração: tirar ou diminuir. A professora arma a conta na lousa e pede para que os estudantes tenham cuidado com o sinal, ressaltando a importância para que ele fique fora da representação das ordens.

Ela inicia a resolução perguntando a turma se pode tirar sete de dois. Os estudantes respondem que não e que precisam pedir emprestado. A professora lembra que não é pedir emprestado, mas desagrupar da ordem das dezenas. Hipátia faz o desagrupamento indicando que a ordem das unidades agora possui 12, então $12 - 7$ é igual a 5, partindo para a ordem das dezenas: “Agora eu tenho 2 dezenas menos 6 dezenas, pode?”. “O que é que eu vou fazer?” Estudante 03: “Pedir emprestado.”. Professora: “Vou desagrupar de novo!”.

A professora desagrupa da ordem das centenas, informando que ficou com zero e que irá somar a centena desagrupada, dez dezenas, com a quantidade de dezenas que o numeral possui, dois. Então dez dezenas mais duas dezenas, igual a doze e continua com a operação dando o resultado, seis.

Em seguida, desagrupa das unidades de milhar para continuar com a resolução das centenas, informando que agora tem dez centenas menos duas centenas, chegando ao resultado oito. Finaliza a conta com a ordem das unidades de milhar, $7 - 4$, igual a 3. Resultado final: 3.865 (Imagem 21).

Imagem 21 – Representação final da resolução da conta 8.132 - 4.267

$$8132 - 4267 = 3865$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Essa foi a última atividade do dia. Após o intervalo, a aula era de Ciências.

Sobre o assunto abordado na aula, Kamii e Declark (1996, p. 20) ressaltam

que

O valor posicional se refere ao conhecimento socioconvencional que, por exemplo, em 333, o primeiro 3 significa trezentos (três centenas), o segundo 3 significa trinta (3 dezenas) e o terceiro 3 significa três (três unidades). O valor posicional é agora ensinado na primeira série e, subsequentemente, em todas as séries do ensino fundamental. Pesquisas demonstraram, contudo, que a maior parte das crianças até mais ou menos a quarta série pensa que o '1' em '16' significa um.

Silva (2011) afirma ainda que além da necessidade de entender que o SC possui valor posicional, o discente precisa compreender que o sistema é decimal, ou seja, é agrupado de dez em dez formando novas ordens de representações. Durante a aula da professora Hipátia, observa-se a tentativa de participação dos estudantes com respostas e diálogos que podem ser utilizados como pontos de ancoragem para explicação dos conteúdos. Embora de maneira muito sutil, a professora indica a tentativa de dar voz aos estudantes durante as suas aulas.

Demo (1997) afirma que o ato de questionar é importante para a relação de ensino e aprendizagem, sendo uma ação que requer reciprocidade, implicando comunicação bilateral e/ou multilateral, isto é, por se tratar da mesma lógica, se pergunto de um lado, não posso negar ao outro lado que também elabore questionamentos.

Observa-se ainda a preocupação da professora em elencar os aspectos das avaliações externas para os estudantes, demonstrando como eles devem fazer e responder aos itens do simulado.

Na Imagem 20, observa-se que a professora representa os elementos desagrupados em suas respectivas ordens, pois comumente representa-se o elemento desagrupado na ordem anterior, como, por exemplo, a dezena na ordem das unidades. Esse foi um dos pontos de discussão dos encontros realizados, ou seja, a professora está mobilizando seus saberes discutidos na teoria, juntamente com o pesquisador e os demais participantes do estudo, para a sua prática pedagógica.

Conforme a Imagem 21, a representação da professora apresenta novamente o cuidado que a docente tem em representar o desagrupamento em suas ordens para que possam ser realizadas as operações. Isso indica que tanto a linguagem da professora, preocupada em não falar “pedir emprestado”, quanto a sua representação e postura em sala de aula estão em processo de ampliação dos conceitos vivenciados durante os encontros de formação, o que indica a importância desses para o seu desenvolvimento profissional.

7.2.4 Professora Florence – aula 02

Dia: 12/03/2020

Duração: 2h

A sala de aula é ampla tem mobília adequada para os livros didáticos e apresenta poucas entradas de ar. Nesse dia os estudantes estavam organizados em fileiras. A mesa da professora estava localizada na frente no canto esquerdo, próxima à porta. Participaram da aula 28 estudantes. A turma tem 32 estudantes matriculados.

A aula iniciou com a professora pedindo para os estudantes abrirem os livros no capítulo 02. Ela ressaltou que o conteúdo seria de adição e subtração e pediu que, quem tivesse concluído a cópia da agenda, lesse, em silêncio, as páginas 28 e 29.

Imagem 22 – Situações com adição e subtração de um livro didático

CAPÍTULO 2 Adição e subtração

Ana e Pablo fizeram uma pesquisa para descobrir a quantidade de automóveis e motocicletas que existiam em 2016 em alguns estados brasileiros e elaboraram uma tabela para organizar os dados.

Estado	Automóvel	Motocicleta
Acre	80 355	105 766
Espirito Santo	900 623	421 358
Paraíba	483 927	448 904
Roraima	66 722	75 528

Dados obtidos em: IBGE. Acesso em: 2017.

Quantos automóveis existiam em 2016 no Acre e em Roraima juntos?

Quantos automóveis havia a mais que motocicletas na Paraíba em 2016? Como você pensou para responder?

Você já fez alguma pesquisa pela internet? Em que sites você entrou para encontrar os dados que procurava? Conte sua experiência aos colegas e ao professor.

Fonte: Leite e Taboada (2017, p. 28).

Após a leitura silenciosa, a professora pediu que um estudante lesse para a turma. “Vamos ouvir para ver o que desperta na gente?”.

A professora fez questionamentos sobre a tabela: “Alguém sabe me dizer se algum Estado desse aqui faz parte do Nordeste?”. Um estudante respondeu: “Paraíba”. A professora falou: “Muito bem. Paraíba faz parte do Nordeste, onde está o nosso Ceará.”. A professora explorou com os estudantes as quantidades de automóveis e motocicletas contidas na tabela, fazendo perguntas para os estudantes informarem as respostas oralmente.

Em seguida, falou: “Agora vamos para o que interessa!” Referindo-se às perguntas que estão no livro sobre a tabela que interpretaram anteriormente. Um estudante lê a pergunta: “Quantos automóveis existiam em 2016 no Acre e em Roraima juntos?”. A professora leu novamente e indagou sobre o que eles tinham que fazer. Um estudante respondeu: “Uma soma de adição.” A professora interveio informando que a soma já é uma adição.

Florence pediu que os estudantes realizassem sozinhos a soma no caderno e que não compartilhassem o resultado. Nesse momento, ela circulou pela sala para observar como alguns estudantes estavam a resolvendo.

No início do ano, a direção da escola distribuiu kits com material escolar, entre os objetos, vinha uma calculadora. A professora pediu que os estudantes utilizem a calculadora somente quando ela permitir. Informando que em casa, caso usem o equipamento, não irão conseguir aprender, pois a calculadora realiza o cálculo sem os estudantes pensarem e na hora da avaliação não poderão utilizar. A postura da professora representa um tipo de pensamento restrito sobre o uso da calculadora nas aulas de Matemática.

O uso da calculadora representa uma polêmica no ensino de Matemática, como explicitado pela professora durante um momento. Contudo, tal instrumento, de acordo com Selva e Borba (2010), pode desempenhar um papel de destaque na compreensão de conceitos matemáticos. Para as autoras, a calculadora pode e deve ser proposta em situações de sala de aula a partir de planejamentos que estimulem os estudantes a pensar, subsidiando também o professor na oferta de atividades matemáticas.

Uma estudante pediu para ir ao quadro para resolver a conta. A estudante pediu que alguém leia a pergunta para ela. A conta é: $80.355 + 66.722$. A estudante começou resolvendo pela ordem das unidades, perguntou aos colegas a resposta e registrou 7 na lousa. Em seguida, operou na ordem das dezenas e das centenas fazendo os agrupamentos quando necessários. Ela prosseguiu operando na classe dos milhares e apontou a resposta correta: 147.077.

Após a resposta, a professora pediu que resolvessem a segunda questão. Outra estudante foi até a lousa e resolveu a conta: $483.927 - 448.904 = 35.023$. Após a resolução, a professora ressaltou com os estudantes que, quando não podemos tirar, a gente desagrupa, “que é o antigo pedir emprestado”. Ao utilizar esse termo, a professora mostrou que as discussões e o aprendizado durante os encontros de estudos estão ampliando seus saberes, saindo da teoria e encontrando lugar na sua sala de aula, na prática.

A professora explicou que o próximo momento da aula seria para resolver adição e subtração com decomposição, assunto abordado na página seguinte do livro. Ela explicou que o tema caiu na avaliação e muitos não acertaram e que eles já haviam estudado o assunto no ano anterior. Florence afirmou para os estudantes que a Matemática não é aprendida somente lendo, pois precisa ser exercitada.

Em seguida, uma estudante começou a ler o problema que iriam responder precisando de auxílio para a leitura de 124.226. Lendo das seguintes maneiras: “Mil e

vinte e quatro e duzentos e vinte e seis. Desculpa, gente! Cem mil e vinte e quatro, duzentos e vinte e seis.”. Florence interveio afirmando que qualquer um pode se confundir e lê o numeral corretamente para a turma explicando que o “número” possui seis ordens.

Florence explicou que cada algarismo ocupa uma ordem e que seu valor muda de acordo com a sua localização. Ela representou o número no quadro, explicou o valor de cada algarismo e informou que ficarão revisando sempre que for necessário. Florence registrou a conta no quadro conforme mostra o livro didático com os numerais decompostos. Alguns estudantes apresentaram confusão na distinção entre valor relativo e valor absoluto de um algarismo.

A professora resolveu a conta somando os valores relativos de cada algarismo pedindo que observassem o que teriam feito diferente se armassem a conta e resolvessem de forma direta. Os estudantes não acertaram. Ela informou que teriam colocado o 1 que está na ordem das unidades na ordem seguinte, das dezenas.

Imagem 23 – Atividade do livro didático

Decompondo os números:

$$\begin{array}{r}
 265\,518 = 200\,000 + 60\,000 + 5\,000 + 500 + 10 + 8 \\
 124\,226 = + 100\,000 + 20\,000 + 4\,000 + 200 + 20 + 6 \\
 \hline
 300\,000 + 80\,000 + 9\,000 + 700 + 30 + 14 =
 \end{array}$$

Fonte: Leite e Taboada (2017, p. 29).

Em seguida, Florence armou a conta convencionalmente e resolveu para os estudantes fazendo o agrupamento da dezena, conforme indicado no livro.

Os estudantes sinalizaram que a primeira forma é muito difícil. Florence respondeu: “Não é difícil. Simplesmente, você vai pensar. Você não vai colocar como a gente chama, agrupar dezena na ordem das dezenas, Você vai deixar como ela está. Tá certo?”.

A professora informou para os estudantes que muitos erraram na avaliação por não conseguirem armar a conta organizando ordem embaixo de ordem. Após esse momento, ela passou uma lista de contas no quadro para que os estudantes resolvessem das duas formas: pela decomposição e com o algoritmo usual.

Os estudantes foram resolvendo individualmente e levando até a mesa da professora para saber se estava correto. Quem não respondeu, levou a atividade como tarefa de casa. A aula foi finalizada.

A aula da professora Florence teve aspectos tradicionais. Ela traz tanto na sua prática quanto em suas falas, como “Agora vamos ao que interessa”, o utilitarismo da Matemática reduzindo essa somente às contas. A professora poderia ter explorado os gêneros matemáticos como, por exemplo, a leitura da tabela para a resolução da atividade proposta pelo livro didático, além de realizar a explicação com exemplos diferentes dos apresentados pelo livro, que foi o recurso principal para explicação dos conteúdos.

Florence trabalhou com atividades individuais, embora já tenha realizado atividades em grupos, percebi que a atividade individual deixou os estudantes mais agitados, ansiosos e com mais conversas paralelas que não diziam respeito ao assunto abordado na aula.

Sobre o assunto discutido na aula, Panizza (2006, p. 30) declara:

É importante notar que a tradição escolar deu sempre um lugar de importância à aprendizagem de conceitos. As diversas correntes de ensino – com maior ou menor sucesso – sempre consideraram como problema didático conseguir que os alunos tivessem acesso a uma aprendizagem conceitual dos objetos matemáticos. [...] Trata-se de conhecer o funcionamento do sistema de numeração decimal e sua relação com o objeto que representa (o número). Para fazer o aluno compreender um algoritmo de cálculo, uma condição necessária é que o professor tenha acesso conscientemente às propriedades que estão por trás do mesmo.

Destaca-se o interesse da professora durante os encontros com o pesquisador e a sua repercussão no cuidado em utilizar os termos discutidos e aprendidos nas formações, como agrupamento e desagrupamento de ordens. Nesse caso, há evidência da necessidade do diálogo entre teoria e prática e a forma como esses dois aspectos devem estar juntos, sempre.

7.2.5 Professor Newton – aula 02

Dia: 12/03/2020

Duração: 2h

A sala de aula do professor Newton é grande, arejada, com bons espaços para circulação do professor e dos estudantes. Os estudantes estavam organizados em grupo com 3 ou 4 componentes para realização de uma atividade sobre adição e subtração. A mesa do professor estava localizada na frente dos grupos. A lousa é

branca, grande e com bons espaços para a exposição. Participaram da aula 26 estudantes. A turma possui 32 estudantes matriculados.

O assunto da aula do professor Newton foram as operações de adição e subtração. Ele explicou para os estudantes a utilização do material dourado e o que cada um representa: cubinho, a unidade; barra, a dezena; placa, a centena; cubão, o milhar.

Ele separou os estudantes em 6 grupos e entregou um kit contendo o material dourado, quatro operações, criadas aleatoriamente por ele, de adição e subtração escritas em um papel: $156 + 24$; $132 + 7$; $275 - 192$; $190 - 15$. Após a entrega, solicitou que os estudantes criassem uma situação-problema para cada operação e resolvessem a conta no caderno com o auxílio do Material Dourado.

A turma estava bastante dispersa e barulhenta. O professor esteve nos grupos acompanhando as produções e fazendo as intervenções, tanto na escrita dos problemas em Português quanto na representação matemática. Na primeira, chamou a atenção para a entonação e a marcação do indicativo de pergunta com o ponto de interrogação. Na representação da conta, destacou a importância da representação no QVL, desenhado no próprio caderno.

Após o intervalo, o professor resolveu as contas no quadro. Começou resolvendo a conta $275 - 192$.

Representou a conta no quadro com os algarismos e o material dourado. Explicou que os estudantes devem organizar cada ordem corretamente, como no QVL, representado com desenhos no quadro. Relembrou com os estudantes os valores da placa e da barrinha. “A barra vale quanto?”, “E a placa?”.

O professor seguiu explicando a resolução da conta a partir da ordem das unidades: “Na primeira, 5 menos 2 quanto que dava? você tinha óh... cinco (desenha os cubos no quadro) menos dois (também desenhados no quadro). Ai você eliminava um com um, sobrava quanto? três. Aí tinha 7 menos 9. Eu posso tirar 9 de 7?”. Estudante falou: “Não, tem que pegar emprestado”. Professor perguntou: “Pegar emprestado? Então você vai devolver é? Então não é emprestado. Seria pedir na próxima ordem! Porque eu não posso tirar 9 de 7. Aí eu pedi lá. 2 -1?”. Estudante respondeu: “Dá 1”. Professor perguntou: “17 menos nove fica quanto?”. Estudante respondeu: Fica 2. Professor falou: “Vamos lá! Começa a contar: 9, 10...”. Estudante continuou: “11, 12, 14, 15, 16, 17.”. Professor perguntou: “Quanto você contou até chegar no 17?”. Sem aguardar a resposta, falou: “17 menos 9? Oito.”.

Começou a explicar a ordem das dezenas. Professor: “Um, né? Porque a gente tirou pra dezena. Menos um?”. Estudante falou: “Zero.”.

Ele foi para a próxima conta: $156 + 24$. Começou perguntado aos estudantes onde devem ficar os algarismos. “O dois deve ficar onde? O dois ele é o quê? Ele vale quanto? Tenho duas dezenas e quatro unidades. Aí você vai só somar: seis mais quatro? 10. Aí você viu que lá no QVL você ia colocar 10 cubinhos, né? Eu ia deixar todos eles lá na unidade? Não!”. Estudante respondeu: “Como assim, tio?” Professor respondeu: “Assim ó! Você foi montar lá no QVL, aí ficou 10 cubinhos. O dez ele vale quanto? Uma dezena. Ele pode ficar aqui? Não, porque ele já se transformou na dezena, então ele passou para a próxima ordem. Aí 1 mais 5? 6. Um mais nada? Um. Ficou quanto?”

Na próxima conta, $132 + 7$, professor perguntou: “O sete vai ficar embaixo do 1, do 3 ou do 2?”. Ele mesmo respondeu: “Do dois, né? Porque ele é unidade.”. Professor perguntou: “2 mais 7?”. Estudante respondeu: “Nove”. Professor perguntou: “Três mais nada? Um mais nada?”. Completando a conta sem esperar as respostas.

Na próxima conta, $190 - 15$, o professor perguntou: “Onde é que vai ficar o 5? Onde é que vai ficar o 1?”. O professor começou a resolver: “0 menos 5? Lá no QVL a gente vai tirar o debaixo menos o de cima. Aqui eu não tenho nada, como é que eu vou tirar 5? O que é que eu vou ter que fazer?”. Estudante 1 respondeu: “Pedir emprestado.”. Estudante 2 falou: “Roubar!”. Professor respondeu: “Não! Roubar, não! Você vai pegar essa barrinha e passar para cá (para a ordem das unidades). Você tinha uma dezena e você passou pra cá, você separou o que tinha e transformou em unidade. Aí cancelou essa... aí a gente faz o 10 menos 5. Sobrou quantos cubinhos? Aqui não tinha nenhum... é zero.”.

Professor: “Vamos lá... guarda o caderno...”. A aula acaba.

A aula do professor Newton abordou elementos das operações de adição e subtração. O professor trouxe o material concreto e a multidisciplinaridade como opções metodológicas de apresentação do conteúdo.

No entanto, o professor Newton cometeu alguns erros sobre o conteúdo matemático no momento da explicação. Os equívocos foram cometidos, principalmente, no momento da explicação da subtração. Como exemplo, cito a explicação da subtração como completude e o início da contagem pelo próprio número.

Superar tais equívocos é imprescindível para a Educação Matemática. O professor estava ligeiramente desconfortável devido à minha presença. Percebi esse mal-estar durante as suas colocações e em sua fala, como a gagueira, isso pode ter influenciado sua prática.

Percebi que o professor compreende que aquela não é a maneira mais adequada de explicar as situações de subtração, porém ainda não progrediu na ampliação do conhecimento.

De acordo com Berti e Carvalho (2007, p. 02), “[...] muitas crianças completam a primeira e ingressam na segunda fase do ensino fundamental apresentando problemas conceituais elementares, relacionados ao sistema de numeração decimal e às quatro operações básicas.”.

Silva (2011) destaca ainda que os estudantes que não conseguem aprender esses conceitos, que são elementares, terão dificuldades na aprendizagem de outros conteúdos matemáticos.

Panizza (2006, p. 23) ressalta que

Quando o professor pode reconhecer esses conhecimentos em ato nos alunos, ele começa a visualizar o papel fundamental que possuem no processo de aprendizagem dos conceitos, dos algoritmos e das representações convencionais.

Segundo essa autora, o professor precisa partir dos conhecimentos que os estudantes apresentam e planejar oportunidades para que eles mostrem representações e procedimentos não convencionais, estabeleçam a validade dos mesmos, analisem os que são pertinentes, abandonem uns e escolham outros.

Nos próximos encontros de formação, conversaremos sobre como estão se sentindo com a minha presença nos acompanhamentos das aulas, levando em consideração, principalmente, os aspectos do saber existencial, necessário para a formação e para ampliação dos demais conhecimentos docentes.

Durante os encontros formativos presenciais, foi observado que os professores estavam a vontade e dispostos a rememorar seus saberes e desenvolver novas perspectivas acerca da Educação Matemática, de modo especial sobre as operações de adição e subtração.

As observações de aula representaram um momento igualmente importante para o desenvolvimento da pesquisa e para a prática docente. Embora, em determinados momentos, os professores apresentassem algum desconforto por

estarem sendo observados, trabalhamos com diálogos na tentativa de entender e aproximar as demandas dos professores com os objetivos da pesquisa.

7.3 Diagnóstico dos conhecimentos dos estudantes

A ideia inicial da pesquisa era analisar presencialmente com cada professor – Florence, Hipátia e Newton – as respostas dos estudantes da sua turma no diagnóstico aplicado e elaborar com cada um o respectivo relatório. Em virtude da pandemia, o pesquisador elaborou o relatório de cada turma, respectivamente, APÊNDICES E, F e G.

Os encontros formativos via internet, que serão apresentados na próxima seção, objetivaram analisar como os professores interpretaram as resoluções dos estudantes no diagnóstico, as quais foram, inicialmente, enviadas para cada professor. No momento seguinte, cada professor recebeu o respectivo relatório elaborado pelo pesquisador e conversou com o pesquisador sobre o seu conteúdo.

Nessa seção, serão apresentados e analisados os dados agrupados das três turmas. A Tabela 01 apresenta a distribuição dos estudantes por quantidade de acertos nas contas de adição e de subtração nas 3 turmas.

Tabela 01 – Distribuição dos estudantes por quantidade de acertos nas contas de adição e de subtração nas 3 turmas

CONTAS CERTAS	TURMA			TOTAL DE ESTUD.
	Florence (26)	Hipática (29)	Newton (28)	
4	5	9	4	18
3	10	8	11	29
+ 2	4	3	4	11
1	5	5	2	12
0	2	4	7	13
4	0	0	1	1
3	0	3	3	6
- 2	4	0	2	6
1	2	7	1	10
0	20	19	21	60

Fonte: Pesquisa do autor.

De acordo com a Tabela 01, 18 estudantes acertaram todas as contas de adição, 29 acertaram 3 contas, 11 estudantes acertaram 2 contas, 12 acertaram 1 conta e 13 estudantes não acertaram qualquer conta.

Em relação às contas de subtração, 1 estudante acertou todas as contas de subtração, 6 estudantes acertaram 3, 6 estudantes acertaram 2 contas, 10 estudantes acertam apenas 1 conta e 60 estudantes não acertaram qualquer conta.

Os dados consolidados na Tabela 01 indicam que os estudantes tendem a ter um desempenho melhor nas contas de adição quando comparadas com as contas de subtração, conforme relatado por Zatti, Agranionih e Enricone (2010).

Embora as turmas não tenham a mesma quantidade de estudantes (Florence, 26; Hipátia, 29; e Newton, 28), essa é bastante próxima e possibilita algumas observações.

Na adição, a turma da professora Hipátia teve a metade dos acertos das 4 contas, 9 dos 18 estudantes. As turmas dos professores Florence e Newton tiveram, respectivamente, 5 e 4 estudantes acertando todas as contas de adição.

Na subtração apenas um estudante do professor Newton acertou as 4 contas. A quantidade das 4 contas erradas foi parecida nas três turmas: 19, 20 e 21.

Considerando o total de 83 estudantes, em relação às contas: i) de adição, 18 (21,7%) conseguiram resolver todas as 4 contas e 13 (15,7%) não acertaram qualquer conta, sendo que 7 deles são da turma do professor Newton; e de subtração, o cenário é muito grave, pois apenas 1 (1,2%) estudante respondeu corretamente as 4 contas e 60 estudantes (72,3%) não acertaram qualquer conta.

Tais resultados, infelizmente, evidenciam o que observado por Berti e Carvalho (2007, p. 02): “[...] muitas crianças completam a primeira e ingressam na segunda fase do Ensino Fundamental apresentando problemas conceituais elementares, relacionados ao sistema de numeração decimal e às quatro operações básicas.”.

A análise comparativa dos resultados do diagnóstico dos conhecimentos discentes nas 3 turmas será detalhada na sequência, considerando cada conta.

A Tabela 02 apresenta a quantidade de acertos em cada conta nas 3 turmas.

Tabela 02 – Total de acertos em cada conta nas 3 turmas

CONTA	TURMA			TOTAL DE ACERTOS
	Florence (26)	Hipática (29)	Newton (28)	
a $38 + 46$	19	19	16	54
b $52 - 17$	5	10	6	21
c $453 + 268$	15	20	18	53
d $816 - 279$	5	2	7	14
e $1.924 + 3.785$	17	20	13	50
f $6.037 - 2.548$	0	1	2	3
g $24.395 + 18.067$	12	12	12	36
h $57.104 - 39.629$	0	3	3	6
TOTAL ACERTOS	73	87	77	237
+	63	71	59	193
-	10	16	18	44

Fonte: Pesquisa do autor.

Considerando que as turmas possuem quantidades distintas de estudantes que participaram do Diagnóstico, os dados da Tabela 01 precisam ser analisados com cautela.

A Tabela 02, apresentada a seguir, é mais adequada, pois apresenta a média de acertos por conta. Antes, porém, queremos destacar o fato de que nenhum estudante da turma da professora Florence acertou as duas últimas contas de subtração, ao contrário das turmas dos professores Hipátia e Newton.

Na Tabela 01, é possível perceber, em relação às contas de adição, que a turma da professora Hipátia teve a maior quantidade de acertos e que a turma do professor Newton teve a menor quantidade de itens acertados. Em relação às contas de subtração, a Tabela 01 indica que a turma do professor Newton teve a maior quantidade de acertos e que a turma da professora Florence a menor.

A Tabela 03 mostra a média de acertos em cada conta nas 3 turmas.

Tabela 03 – Média de acertos em cada conta nas 3 turmas

CONTA	TURMA			MÉDIA DE ACERTOS
	Florence (26)	Hipátia (29)	Newton (28)	
a 38 + 46	0,73	0,66	0,57	0,65
b 52 - 17	0,19	0,34	0,21	0,25
c 453 + 268	0,58	0,69	0,64	0,64
d 816 - 279	0,19	0,07	0,25	0,17
e 1.924 + 3.785	0,65	0,69	0,46	0,60
f 6.037 - 2.548	0,00	0,03	0,07	0,04
g 24.395 + 18.067	0,46	0,41	0,43	0,43
h 57.104 - 39.629	0,00	0,10	0,11	0,07
TOTAL ACERTOS	2,81	3,00	2,75	2,85
+	2,42	2,45	2,11	2,33
-	0,38	0,55	0,64	0,53

Fonte: Pesquisa do autor.

A Tabela 03 indica que, considerando todas as 8 contas, a turma da professora Hipátia teve a melhor média de acerto (3,00), sendo seguida pela turma da professora Florence (2,81) e pela turma do professor Newton (2,75).

Nas contas de adição, as turmas das professoras Florence e Hipátia encontram-se praticamente com a mesma média (2,42 e 2,45). A turma do professor Newton tem a média mais baixa (2,11). Nas contas de subtração, a turma do professor Newton, tem a melhor média (0,64), seguido da turma da professora Hipátia (0,55). A professora Florence tem a média mais baixa de certos (0,38).

A Tabela 04 apresenta a quantidade de contas com erros nas 3 turmas.

Tabela 04 – Total de contas com erros em cada conta nas 3 turmas

CONTA	TURMA			CONTAS COM ERROS
	Florence (26)	Hipática (29)	Newton (28)	
a 38 + 46	7	10	12	29
b 52 - 17	21	19	22	62
c 453 + 268	11	9	10	30
d 816 - 279	21	27	21	69
e 1.924 + 3.785	9	9	15	33
f 6.037 - 2.548	26	28	26	80
g 24.395 + 18.067	14	17	16	47
h 57.104 - 39.629	26	26	25	77
TOTAL ERROS	135	145	147	427
+	41	45	53	139
-	94	100	94	288

Fonte: Pesquisa do autor.

Na adição, as turmas das professoras Florence e Hipátia estão com a quantidade de contas com erros bem próximas: 41 e 45, respectivamente. A turma do professor Newton apresenta um número maior de contas com erros: 53.

Na subtração, percebe-se um empate entre as turmas da professora Florence e do professor Newton, cada um com 94 contas erradas. A turma da professora Hipátia é a que possui mais contas erradas de subtração, 100.

O total de contas de adição erradas aumenta de acordo com a quantidade de ordens: 29, 30, 33 e 47. O total de erros nas contas de subtração aumenta de

acordo com a quantidade de ordens: 62, 69, 80 e 77. Na última conta, a quantidade não seguiu essa tendência.

A Tabela 05 mostra a média de erros em cada conta nas 3 turmas.

Tabela 05 – Média de erros em cada conta nas 3 turmas

	CONTA	TURMA			MÉDIA DE ERROS
		Florence (26)	Hipática (29)	Newton (28)	
a	38 + 46	1,29	1,10	1,50	1,30
b	52 - 17	1,00	1,16	1,36	1,17
c	453 + 268	1,36	1,22	1,40	1,33
d	816 - 279	1,29	1,33	1,33	1,32
e	1.924 + 3.785	1,67	1,56	1,60	1,61
f	6.037 - 2.548	1,38	1,43	1,73	1,51
g	24.395 + 18.067	1,79	1,41	1,50	1,57
h	57.104 - 39.629	1,46	1,50	1,72	1,56
	TOTAL ERROS	1,40	1,34	1,52	1,42
	+	1,53	1,32	1,50	1,45
	-	1,28	1,35	1,54	1,39

Fonte: Pesquisa do autor.

Uma conta errada, conforme os dados desse capítulo, pode ter um ou mais erros, por isso entendemos ser interessante considerar a média de erros cometidos nas contas de adição e de subtração.

A Tabela 05 indica que, considerando todas as 8 contas, a turma da professora Hipátia teve a melhor média de erros por conta (1,34), sendo seguida pela turma da professora Florence (1,40) e pela turma do professor Newton (1,52).

Na adição, a turma da professora Hipátia apresentou o melhor desempenho, tendo como referência a menor ocorrência de erros na resolução das contas, com a média de 1,32 por conta de adição, enquanto as turmas dos professores Newton e Florence possuem praticamente com a mesma média (1,50 e 1,53).

Na subtração, a turma da professora Florence apresentou o melhor desempenho analisando a média de erros (1,28). Em seguida, a turma da professora Hipátia, com 1,35. A turma do professor Newton teve a maior média de erros por conta de subtração: 1,54.

No capítulo 5, foram apresentadas as classificações de Bertini e Passos (2007) e a de Barguil (2020), Quadro 14⁸, para os erros nas operações de adição e de subtração, sendo que essa amplia aquela e as de outros autores, pois os erros são catalogados indicando uma progressividade na aprendizagem discente, o que facilita a ação docente. Por esse motivo, aquela será adotada nessa seção.

Na seção 7.2, utilizei a classificação de Bertini e Passos (2007) porque a de Barguil (2020) não tinha sido divulgada quando a 1ª etapa da pesquisa foi desenvolvida.

Quadro 14 – Erros nas operações de adição e subtração – grupos e tipos

DESCRIÇÃO	GRUPO	TIPO	DESCRIÇÃO
Ausência de representação dos termos	A	1	Ausência de representação de todos os termos
		2	Ausência parcial de representação dos termos, pois tem apenas resultado
Erro na representação	B	1	Apenas um numeral
		2	Numeral(is) incompleto(s)
		3	Numeral(is) com algarismo(s) errado(s) ou trocado(s)
		4	Numerais invertidos
		5	Numerais não alinhados
		6	Numerais com outra operação
		7	Numerais sem operação indicada
Resultado ausente, sem lógica identificada ou da outra operação	C	1	Ausência de resultado
		2	Resultado sem lógica identificada em todas as ordens
		3	Resultado sem lógica identificada em alguma(s) ordem(ns)
		4	Resultado sem registro em alguma ordem
		5	Resultado da outra operação (se resultado errado, tipificar o erro)
Erro na operação dos algarismos	D	1	Supremacia do zero na adição ($0 + N = 0$ e $N + 0 = 0$)
		2	Erro de contagem na adição sem agrupamento
		3	Registro de agrupamento inexistente
		4	Erro de contagem na adição com agrupamento
		5	Supremacia do zero na subtração ($0 - N = 0$ e $N - 0 = 0$)
		6	Repete algarismo(s) da 1ª ou da 2ª parcela
		7	Erro de contagem na subtração sem desagrupamento
		8	Subtrai o (menor) algarismo do subtraendo do (maior) algarismo do minuendo
		9	Zero ignorado ($0 - N = N$)
		10	Realiza desagrupamento sem necessidade
		11	Erro de contagem na subtração com desagrupamento
Erro no registro da separação de classe	E	1	Classe das unidades simples com menos de 3 ordens
		2	Classe das unidades simples com mais de 3 ordens
Agrupamento/Desagrupamento não tem registro	F	1	Agrupamento não tem registro
		2	Desagrupamento não tem registro
Agrupamento/Desagrupamento tem registro(s), mas com erro(s)	G	1	Agrupamento no resultado
		2	Agrupamento na mesma ordem
		3	Agrupamento no local certo, mas com valor errado
		4	Desagrupamento tem somente um registro
		5	Desagrupamento tem dois registros, mas com erro(s)
Agrupamento/Desagrupamento tem registro correto, mas é ignorado	H	1	Ignora o registro correto de agrupamento
		2	Ignora o registro correto de desagrupamento

Fonte: Barguil (2020).

A Tabela 06 apresenta a distribuição dos erros por grupo em cada conta.

⁸ O Quadro 14 consta no capítulo 5, mas está aqui para facilitar a leitura dessa seção.

Tabela 06 – Distribuição dos erros por grupo em cada conta

CONTA	GRUPO DO ERRO								TOTAL ERROS	CONTAS COM ERROS	MÉDIA DE ERROS
	A	B	C	D	E	F	G	H			
a 38 + 46	0	16	0	8	0	6	2	6	38	29	1,31
b 52 - 17	0	6	13	40	0	4	10	0	73	62	1,18
c 453 + 268	1	8	4	7	1	6	5	8	40	30	1,33
d 816 - 279	0	7	15	51	2	5	10	1	91	69	1,32
e 1.924 + 3.785	1	10	7	11	2	7	9	6	53	33	1,61
f 6.037 - 2.548	0	5	16	73	1	5	22	0	122	80	1,53
g 24.395 + 18.067	1	10	6	19	6	8	10	13	73	47	1,55
h 57.104 - 39.629	1	12	24	57	1	6	19	0	120	77	1,56
TOTAL ERROS	4	74	85	266	13	47	87	34	610	427	1,43
+	3	44	17	45	9	27	26	33	204	139	1,47
-	1	30	68	221	4	20	61	1	406	288	1,41

Fonte: Pesquisa do autor.

A Tabela 06 indica que, considerando todas as 8 contas, o grupo que teve a maior quantidade de erros foi o grupo D, *Erro na operação*, com 266 ocorrências. O grupo G, *Agrupamento/Desagrupamento tem registro(s), mas com erro(s)*, teve a 2ª maior quantidade de erros, foram 87 ocorrências, seguindo pelos grupos C, *Resultado ausente, sem lógica identificada ou da outra operação*, e B, *Erro na representação*, com, respectivamente, 79 e 74 ocorrências.

O total de erros nas contas de adição aumenta de acordo com a quantidade de ordens: 38, 40, 53 e 73. O total de erros nas contas de subtração aumenta de acordo com a quantidade de ordens: 73, 90, 121 e 120. Na última conta, a quantidade não seguiu essa tendência. A média de erros nas contas de adição é 1,47, enquanto que nas contas de subtração é 1,41.

Na adição, os erros dos grupos D e B foram os mais cometidos: 45 e 44 vezes, respectivamente. O grupo H, *Agrupamento/desagrupamento tem registro correto, mas é ignorado*, foi o 3º, com 33 ocorrências.

O esperado era que a média de erros fosse aumentando de acordo com a quantidade de ordens dos numerais, porém isso não ocorre. Os numerais com 4 ordens tiveram uma média de erros maior que os numerais com 5 ordens.

Na subtração, os erros do grupo D chamam a atenção pela expressiva quantidade, 221. A média de erros nas contas de subtração vai aumentando de acordo com a quantidade de ordens do numeral. O grupo C, *Resultado ausente, sem lógica identificada ou da outra operação*, foi o 2º, com 68 ocorrências, seguido pelo grupo G, *Agrupamento/Desagrupamento tem registro(s), mas com erro(s)*, com 61 ocorrências.

A Tabela 07 apresenta a distribuição dos tipos de erros em cada grupo em cada conta, detalhando, portanto, as informações da Tabela 05.

Tabela 07 – Distribuição dos tipos de erros em cada grupo em cada conta

CONTA	GRUPO DO ERRO																						TOTAL														
	A		B					C					D					E		F		G			H												
	1	2	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	1	2	1	2	1	2	3	4	5	1	2	
a	0	0	0	0	4	8	0	1	3	0	0	0	0	0	0	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	0	0	0	2	0	0	6	0	38	
b	0	0	0	0	2	1	0	1	2	0	8	0	0	5	0	2	0	0	0	0	2	32	0	0	4	0	0	0	4	2	0	0	5	3	0	0	73
c	0	1	0	1	2	1	1	0	3	0	1	1	0	2	0	1	0	4	0	0	0	1	0	0	1	1	0	6	0	2	0	3	0	0	8	0	40
d	0	0	0	0	1	1	1	2	2	1	3	6	0	5	0	1	0	0	3	0	6	35	2	0	4	1	1	2	3	1	0	1	6	2	0	1	91
e	0	1	0	0	1	5	1	0	3	1	1	2	1	2	0	6	0	4	0	0	0	1	0	0	0	0	2	7	0	5	1	2	1	0	6	0	53
f	0	0	1	0	0	0	1	0	3	0	3	7	1	5	0	1	0	1	11	1	7	35	6	0	11	1	0	1	4	2	0	0	12	8	0	0	122
g	0	1	0	1	1	1	4	0	3	2	2	2	0	0	0	10	0	8	0	0	0	1	0	0	0	0	6	6	2	4	2	4	0	0	13	0	73
h	0	1	1	0	3	1	1	1	5	1	8	5	1	9	0	0	0	0	8	1	3	38	4	0	3	0	1	3	3	2	0	0	10	7	0	0	120
T	0	4	2	2	14	18	9	5	24	5	26	23	3	28	0	29	0	17	22	2	18	143	12	0	23	3	10	31	16	18	3	12	34	20	33	1	610
+	0	3	0	2	8	15	6	1	12	3	4	5	1	4	0	25	0	16	0	0	0	3	0	0	1	1	8	25	2	11	3	11	1	0	33	0	204
-	0	1	2	0	6	3	3	4	12	2	22	18	2	24	0	4	0	1	22	2	18	140	12	0	22	2	2	6	14	7	0	1	33	20	0	1	406
T	4					74						85									266					13	47		87				34		610		
+	3					44						17									45					9	27		26				33		204		
-	1					30						68									221					4	20		61				1		406		

Fonte: Pesquisa do autor.

Na adição, que teve 204 erros, a maior quantidade deles ocorreu no grupo D, *Erro na operação dos algarismos*. Dos 45 erros do grupo D, 25 foram do tipo 2, *Erro na contagem da adição sem agrupamento*, e 16 do tipo 4, *Erro de contagem na adição com agrupamento*.

Imagem 24 – Erro D2 na 1ª ordem (FE19)

A) $38 + 46$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 38 \\ + 46 \\ \hline 85 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 38 \\ + 46 \\ \hline 85 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem 25 – Erros D2 na 4ª ordem e D4 na 3ª ordem (FE05)

G) $24.395 + 18.607$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 24.395 \\ + 18.607 \\ \hline 43.202 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 24.395 \\ + 18.607 \\ \hline 43.202 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem 26 – Erro D4 na 2ª ordem (FE21)

C) $453 + 268$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 453 \\ + 268 \\ \hline 741 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem 27 – Erro D4 na 2ª ordem (FE10)

G) $24.395 + 18.607$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \\ 24.395 \\ + 18.607 \\ \hline 42.912 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

A segunda maior concentração de erros aconteceu do grupo B, *Erro na representação*. Dos 44 erros do grupo B, 15 foram do tipo 4, *Numerais invertidos*, e 12 do tipo 7, *Numerais sem operação indicada*.

Imagem 28 – Erro B4 (HE17)

C) $453 + 268$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 268 \\ + 453 \\ \hline 721 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem 29 – Erro B7 (FE10)

C) $453 + 268$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 453 \\ + 268 \\ \hline 721 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

A terceira maior quantidade de erros na adição foi no grupo H, *Agrupamento/Desagrupamento tem registro correto, mas é ignorado*, com 33 ocorrências, sendo todas do tipo 1, *Ignora o registro correto de agrupamento*.

Imagem 30 – Erro H1 nas 3ª e 4ª ordens (FE06)

$$\begin{array}{r} \text{E) } 1.924 + 3.785 \\ 1.924 \\ + 3.785 \\ \hline 4609 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem 31 – Erros H1 na 4ª ordem, G3 na 3ª ordem e B7 (FE22)

$$\begin{array}{r} \text{E) } 1.924 + 3.785 \\ 1.924 \\ + 3.785 \\ \hline 4609 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

A quarta maior quantidade de erros na adição foi no grupo F, *Agrupamento/Desagrupamento não tem registro*, com 27 ocorrências. O erro do tipo 1, *Agrupamento não tem registro*, ocorreu 25 vezes.

Imagem 32 – Erro F1 (HE25)

$$\begin{array}{r} \text{A) } 38 + 46 = 74 \\ 38 \\ + 46 \\ \hline 74 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem 33 – Erro F1 na 2ª e na 5ª ordem (NE05)

$$\begin{array}{r} \text{G) } 24.395 + 18.607 \\ 24.395 \\ + 18.607 \\ \hline 32992 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

A quinta maior quantidade de erros na adição foi no grupo G, *Agrupamento/Desagrupamento tem registro(s), mas com erro(s)*, com 26 ocorrências. Os erros dos tipos 1, *Agrupamento no resultado*, e 3, *Agrupamento no local certo, mas com valor errado*, tiveram 11 ocorrências cada.

Imagem 34 – Erro C4 e G1 (NE12)

E) $1.924 + 3.785$

$$\begin{array}{r} 1.924 \\ + 3.785 \\ \hline 4.109 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem 35 – Erros D2 e G3 (NE02)

A) $38 + 46$ $\textcircled{111}$

$$\begin{array}{r} \textcircled{9} \\ 38 \\ + 46 \\ \hline 111 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Na subtração, que teve 406 erros, a maior quantidade de erros foi no grupo D, *Erro na operação dos algarismos*. Dos 221 erros do grupo D, 140 foram do tipo 8, *Subtrai o (menor) algarismo do subtraendo do (maior) algarismo do minuendo*. O excesso de erros D8 indica a necessidade de uma intervenção pedagógica para superar a ideia discente equivocada sobre a resolução da subtração, segundo a qual é necessário retirar do maior algarismo a quantidade indicada no menor algarismo sem considerar as respectivas parcelas desses.

Imagem 36 – Erro D8 (FE03)

B) $52 - 17 = 45$

$$\begin{array}{r} 52 \\ - 17 \\ \hline 45 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem 37 – Erro D8 (FE02)

D) $816 - 279$

$$\begin{array}{r} 816 \\ - 279 \\ \hline 663 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Merecem destaque, também, os erros dos tipos 5, *Supremacia do zero na subtração* ($0 - N = 0$ e $N - 0 = 0$), que teve 22 ocorrências, e 7, *Erro de contagem na subtração sem desagrupamento*, que teve 18 ocorrências.

Imagem 38 – Erro D5 (NE04)

D) $816 - 279$

$$\begin{array}{r} 0 \\ 816 \\ - 279 \\ \hline 607 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem 39 – Erro D7 (NE02)

H) $57.104 - 39.629$

$$\begin{array}{r} 57.104 \\ - 39.629 \\ \hline 17.675 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

A segunda maior concentração de erros por grupos nas contas de subtração aconteceu do grupo C, *Resultado ausente, sem lógica identificada ou da outra operação*. Dos 68 erros do grupo C, 22 foram do tipo 2, *Resultado sem lógica identificada em todas as ordens*, e 18 do tipo 3, *Resultado sem lógica identificada em alguma(s) ordem(ns)*.

Imagem 40 – Erro C2 (FE24)

$$\begin{array}{r} \text{F) } 6.037 \\ - 2.548 \\ \hline 3.320 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem 41 – Erro C3 (NE23)

$$\begin{array}{r} \text{C) } 453 + 268 \\ \hline 1926 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

A terceira maior quantidade de erros na subtração foi no grupo G, *Agrupamento/Desagrupamento tem registro(s) correto, mas com erros*, com 61 ocorrências, sendo 33 do tipo 4, *desagrupamento tem somente um registro*, e 20 do tipo 5, *Desagrupamento tem dois registros, mas com erro(s)*.

Imagem 42 – Erro G4 (NE19)

$$\begin{array}{r} \text{F) } 6.037 - 2.548 = 3.589 \\ \hline 3.589 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem 43 – Erro G5 (NE27)

$$\begin{array}{r} \text{B) } 52 - 17 \\ \hline 27 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

A quarta maior quantidade de erros na subtração foi no grupo B, *Erro na representação*, com 30 ocorrências. O erro do tipo 7, *Numerais sem a operação indicada*, aconteceu 12 vezes.

Imagem 44 – Erro B7 (HE26)

$$\begin{array}{r} 0.037 \\ 2.548 \\ \hline 8.585 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem 45 – Erro B7 (HE03)

$$\begin{array}{r} 11 \\ 3.785 \\ \hline 5.709 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

A quinta maior quantidade de erros na subtração foi no grupo F, *Agrupamento/Desagrupamento não tem registro*, 20 vezes. O erro do tipo 2, *Desagrupamento não tem registro*, teve 15 ocorrências.

Imagem 46 – Erro F2 (NE05)

$$\begin{array}{r} 816 \\ - 279 \\ \hline 537 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem 47 – Erro F2 (HE05)

$$\begin{array}{r} 6.037 \\ - 2.548 \\ \hline 4.599 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

É preciso considerar as representações dos estudantes como possibilidade de realização de intervenções pedagógicas. Tais representações indicam onde e o que o discente errou e como ele pode estar pensando. Erros de contagem podem ter implicações pedagógicas como atividades de contagem, registros da contagem, análise da representação com materiais concretos como o QVL.

Os erros com registro ignorado do agrupamento/desagrupamento precisam ser retomados pelo docente para que os estudantes entendam as relações entre as ordens e as características do SC. O trabalho com tapetinho e com os registros no QVL auxiliam na consolidação e na progressão dessa habilidade.

Em sala de aula, as implicações e as intervenções dos erros precisam conter atividades direcionadas para a compreensão dos significados da subtração, o entendimento sobre as características do SC, a interpretação dos registros dos estudantes levando em consideração atividades com materiais concretos e com

registros numéricos com o intuito de explicar para os discentes como realizar o algoritmo da conta de subtrair.

Os acertos nas contas de adição foram superiores aos acertos nas contas de subtração (193 e 44, respectivamente, em números absolutos; 58,1 e 13,3, percentualmente

Embora as contas de adição apresentem um resultado melhor, quando comparadas às contas de subtração, elas não podem ser deixadas de lado, pois os estudantes também precisam avançar no progresso dessa habilidade, pois ainda é considerável o percentual de contas erradas dessa operação: 41,9%.

Ao analisar os grupos e os tipos dos erros, os professores podem planejar intervenções específicas para os estudantes.

Aprender a interpretar o diagnóstico realizado pelos estudantes e compreender a ideia desse para o planejamento de intervenções pedagógicas eficazes e direcionadas auxiliam o professor a ampliar o seu conhecimento teórico acerca das habilidades envolvidas na resolução das contas de adição e subtração.

Com isso, percebe-se que é fundamental para uma melhor compreensão do processo de aprendizagem dos estudantes as análises e o trabalho pedagógico, acompanhados de recursos que auxiliem tanto o trabalho docente quanto o desenvolvimento e a consolidação das competências que envolvem a soma e a subtração.

7.4 Encontros formativos via internet

No contexto pandêmico, a escola passou a realizar atividades de ensino remotas com acompanhamento individual do professor por aplicativos de mensagens. Nesse contexto, a direção e a coordenação da escola reorganizaram as turmas e a lotação dos professores do 5º ano. As professoras Florence e Hipátia saíram das turmas onde a pesquisa estava sendo realizada.

As atividades do diagnóstico realizadas pelos estudantes (APÊNDICE C) foram escaneadas e disponibilizadas para a análise dos respectivos professores antes dos encontros formativos, os quais aconteceram via internet e tiveram os seguintes momentos: i) sondagem sobre as situações que o professor está vivenciando; ii) análise inicial sobre o diagnóstico dos estudantes; iii) apresentação do Quadro de erros de adição e subtração; iv) análise do diagnóstico dos estudantes; v) intervenções

pedagógicas realizadas pelo professor; vi) e importância do diagnóstico para a prática pedagógica.

Nesses encontros formativos, por motivos de logística e disponibilidade das professoras Florence e Hipátia e do professor Newton, optamos por realizar a análise das contas a, b, c e d. A análise da resolução discente das contas de adição e de subtração aconteceu em encontros distintos.

A análise de todas as contas, realizada pelo pesquisador, constam, respectivamente, dos Apêndices E, F e G. A transcrição integral dos encontros formativos com os professores Florence, Hipátia e Newton consta, respectivamente, nos Apêndices H, I e J. Nessa seção, serão apresentados e analisados alguns trechos dos encontros com cada docente, contemplando um exemplo de cada erro cometido pelos estudantes em cada operação.

7.4.1 Florence

Nesta fase da pesquisa, foram realizados dois encontros formativos, via videoconferência, com a professora Florence. O primeiro encontro aconteceu dia 09 de outubro de 2020. A professora informou que, por não ter muita habilidade com informática e mídias digitais, estava com dificuldade para acompanhar as turmas durante o período de isolamento social causado pela pandemia. Ela relatou, ainda, a intensidade de trabalho com atendimentos aos estudantes via aplicativo de mensagens como algo que dificulta a sua prática pedagógica.

O fato da gente, na escola, ter os dias certos para cada turma, no meu caso eu tenho 6 turmas então, pelo *WhatsApp*, eu atendo todos, todos os dias. Eu tô atendendo um menino do 5º aí vem um do 3º e como eu tô no meu horário de trabalho eu tenho que atendê-los. Um ponto negativo é a gente não ter todos eles participando, mas que, no meu caso, se eu estivesse com todos os meus alunos ou com 50% deles participando ativamente, eu acho que eu não daria conta.

Florence analisou alguns diagnósticos dos estudantes antes do encontro e relatou que percebeu que alguns erros de adição ocorreram por distração dos estudantes. Os erros de subtração, de acordo com a professora, ocorreram devido os estudantes não compreenderem os desagrupamentos.

Se tinha o 5 em cima e o 7 em baixo, eles simplesmente colocavam no resultado 2, eles não faziam aquela nem de pedir emprestado, nem do desagrupar que era o que a gente tava tentando ensinar.

Neste encontro, foram analisadas as duas primeiras contas de adição: a) $38 + 46$ e c) $453 + 268$. Foi explicado para a professora que, embora no encontro do dia 28 de fevereiro (seção 7.1.6), as análises tenham sido realizadas utilizando os 7 (sete) erros catalogados por Bertini e Passos (2007), optou-se por analisar as respostas a partir do Quadro 14 (seção 7.3) elaborado por Barguil (2020), que é mais completo e adequado à pesquisa, pois os erros são catalogados considerando o desenvolvimento da habilidade de somar e subtrair. A professora recebeu o Quadro antes dos encontros.

O Quadro apresenta 8 grupos, pensados em uma progressão dos erros, desde o mais distante da consolidação da habilidade até o mais próximo da aprendizagem esperada pelo estudante descritos da seguinte forma: A – ausência de representação dos termos; B – erro na representação; C – resultado ausente, sem lógica identificada ou da outra operação; D – erro na operação dos algarismos; E – erro no registro da separação de classes; F – agrupamento/desagrupamento não tem registro; G – agrupamento/desagrupamento tem registro(s), mas com erro(s); H – agrupamento/desagrupamento tem o registro correto, mas é ignorado.

Após essa introdução, foram apresentados os erros para análise da professora. Inicialmente foi apresentada a imagem e, em seguida, a sua interpretação.

Imagem 48 – FE02 conta a

$$\begin{array}{r} \text{a)} \\ 38 \\ -46 \\ \hline 84 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Pesquisador: Como a gente pode analisar esse primeiro estudante?

Florence: Aqui é aquela que eu te falei da representação do sinal, né? Ela fez a continha correta, agrupou corretamente, mas na hora da representação do sinal ela trocou. É o B6.

Pesquisador: Isso. Parabéns.

Imagem 49 – FE04 conta c

$$\begin{array}{r} 21 \\ 453 \\ + 268 \\ \hline 811 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Pesquisador: O que podemos destacar de erros que ele cometeu? Uma das coisas que a gente percebeu é que, a depender da ordem, podem surgir erros diferentes.

Florence: Não é ausência de resultado porque ela colocou o resultado, mas ela não fez a operação que se espera.

Pesquisador: O que a gente pode perceber analisando ordem por ordem? $8 + 3 = 11$, ok. $5 + 6 = 11$ mais 1, que foi agrupado seria 12, mas ela registrou 11 e agrupou o 2 na ordem das centenas. Então a gente já tem o grupo e o tipo que é o H1. Agora vamos analisar a ordem seguinte, a ordem das centenas. Ela somou $2 + 4 + 2 = 8$.

Florence: Ela pode até ter tentado resolver fazer a soma aqui, o doze na dezena, e na hora de agrupar, ela ter invertido, ter levado o 2 e ter deixado o 1. O que percebo é que pode ser o agrupamento tem registro, mas com erros.

Pesquisador: Isso mesmo. O grupo é o G. E qual o tipo?

Florence: G3: agrupamento no local certo, mas com valor errado.

Pesquisador: Ok.

Imagem 50 – FE05 conta c

$$\begin{array}{r} 4 \quad 1 \\ 453 \\ + 268 \\ \hline 225 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Na realidade, ele também errou. Não é que ele tenha errado, errado... Engraçado, ele acertou umas mais difíceis. Entender a lógica dessas cabecinhas é o que complica. Porque aqui ele agrupou no lugar errado, ele fez uma contagem errada, ele errou a adição, ele agrupou, mas agrupou no lugar errado. Vou pescar aqui no Quadro.

Pesquisador: A gente vai descobrir agora. O que foi que ela errou?

Florence: Somou as unidades corretamente, mas quando foi operar com as dezenas, somou $3 + 4$, mas não somou a dezena que foi agrupada. Vamos lá no Quadro ver qual é o erro. Como foi que ele chegou a esse 5 aqui? É como se ele tivesse somado $1 + 3 + 8$, mas mesmo assim não daria 15. Ele riscou o 5 como se... ah... entendi... parece que ele confundiu o agrupamento com o desagrupamento que a gente faz na subtração. Ele inverteu! Ele fez uma subtração! Porque aqui: $13 - 8 = 5$. Pronto! Eu não vi todas, fiquei olhando só para a unidade e não tava fazendo sentido. É isso ele trocou a

operação. Aí ele cometeu aquele outro erro que ele simplesmente para fazer a subtração para dar 2, ele subtrai 6 do 4, faz a troca, né? Então ele comete dois erros.

Pesquisador: Isso. O C5 e o D8.

Imagem 51 – FE06 conta c

$$\begin{array}{r} 45 \\ + 268 \\ \hline 73 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Esse é que complicou mesmo. Pra dar 3 aqui ele também fez uma subtração. E também tem a questão da ordem. Tá faltando o 3. Ele não armou corretamente. Ele colocou 4 e 5 e ela 453. Na representação é o B2.

Pesquisador: Isso.

Imagem 52 – FE09 conta a

$$\begin{array}{r} ① 46 \\ + 38 \\ \hline 84 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: O resultado está correto, mas as parcelas estão trocadas. Então é um erro na representação. Interessante porque senão ele acaba confundindo e fazendo isso em outras operações.

Pesquisador: Isso. É o B4.

Imagem 53 – FE10 conta c

$$\begin{array}{r} 453 \\ + 268 \\ \hline 721 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Só faltou o sinal da operação. Esqueceu o tracinho que a gente coloca embaixo, mas ele fez a adição correta.

Pesquisador: Isso. Erro B7.

Imagem 54 – FE13 conta a

A) $38 + 46$

$$\begin{array}{r} 38 \\ + 96 \\ \hline 134 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Aqui também foi falta de atenção. Ele colocou 96. É a questão da representação também. Numerais com algarismos errados ou trocados, B3.

Pesquisador: Isso mesmo.

Imagem 55 – FE13 conta c

C) $453 + 268$

$$\begin{array}{r} 453 \\ + 268 \\ \hline 717 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Ele errou a própria soma. Ele armou corretamente, mas na hora de somar ele ignorou o agrupamento que fez.

Pesquisador: Isso. Qual é o erro lá no Quadro?

Florence: Erro de contagem na adição com agrupamento?

Pesquisador: Não. O erro de contagem com agrupamento é quando ele insere o algarismo agrupado na conta que está realizando. Nesse caso, ele o ignorou. É o erro do grupo H.

Florence: Ignora o registro do agrupamento, H1.

O encontro foi finalizado após essas análises. A professora relatou que não fazia a correção levando em consideração todas essas possibilidades de interpretações discutidas, tentando entender como o estudante havia realizado a operação.

A gente faz de uma forma tão mecânica e tão rápida devido a prazos e tanta coisa que a gente não se percebe fazendo essa análise. Quando a gente para e analisa é que a gente consegue compreender como foi que o aluno fez.

De acordo com Florence, esse tipo de correção dará mais oportunidade para fazer pausas durante as aulas, perceber onde irá fazer as correções para que atinja o objetivo, a aprendizagem dos estudantes. Dessa forma, a professora acredita que os estudantes conseguirão levar os conteúdos aprendidos para a vida, não os restringindo ao ambiente escolar.

A professora relatou ainda a importância da cifranavização, ou seja, a compreensão dos símbolos matemáticos para a interpretação e o desenvolvimento do pensamento dos estudantes.

Até mesmo em uma continha dessa que, aparentemente, não tem uma interpretação para ser feita, eu tenho uma leitura para fazer. Se você muda um número, você acaba com a operação, se você não presta atenção no sinal, você faz errado, se você coloca o sinal correto, mas não entendeu você faz a operação trocada.

Sobre as intervenções que podem ser realizadas, a professora afirmou que o trabalho com o QVL é bem interessante para poder, no primeiro momento, entender a ordem que cada algarismo ocupa no numeral.

O segundo encontro com a professora Florence aconteceu dia 24 de outubro. A professora estava em processo de recuperação da covid-19, mas desejou participar do encontro, desde que ele tivesse um tempo reduzido. Por esse motivo, o encontro durou 30 minutos.

Ela relatou que não lembrava bem qual era o objetivo do encontro, tendo o pesquisador explicado que começaria a análise das contas de subtração.

Imagem 56 – FE01 conta b

B) 52 - 17

$$\begin{array}{r} 52 \\ -17 \\ \hline 45 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Pesquisador: Aqui nós temos o estudante 01. Como você o analisa?

Florence: Aqui ele fez aquela... aqui ele não colocou, não fez o desagrupamento e aqui seria... ele não tem registro de agrupamento nem de desagrupamento. Seria a letra F?

Pesquisador: Nesse caso é a letra D. Ele representa direito, mas quando resolve ele comete erro na operação. Esse é o D8, subtrai o menor do menor.

Imagem 57 – FE01 conta d

$$\begin{array}{r} 816 \\ -279 \\ \hline 663 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: A mesma coisa não?

Pesquisador: Isso. Ele subtrai o menor do maior. Erro D8.

Imagem 58– FE04 conta b

$$\begin{array}{r} 52 \\ -17 \\ \hline 70 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Esse aqui ele também armou correto, mas eu não sei como ele chegou a esse resultado. Ele também tem um erro de resultado.

Pesquisador: Esse é um erro C2, sem lógica.

Imagem 59 – FE07 conta b

$$\begin{array}{r} 52 \\ -17 \\ \hline 69 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Esse aqui ele trocou a operação. Ele fez uma adição.

Pesquisador: Isso. Ele comete o erro C5.

Imagem 60 – FE10 conta d

$$\begin{array}{r}
 \text{D) } 816 - 279 \\
 816 \\
 + 279 \\
 \hline
 1095
 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Ele faz e a gente percebe que tá errado completamente. Ele coloca um sinal de mais.

Pesquisador: Isso. Ele comete um primeiro erro que é de indicar o sinal errado, B6. Ele também comete o erro D7, erro de contagem na subtração sem desagrupamento e o erro D8, subtrai o menor algarismo do maior.

Imagem 61 – FE16 conta b

$$\begin{array}{r}
 \text{B) } 52 - 17 \\
 52 \\
 - 17 \\
 \hline
 45
 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Esse aqui... ele tentou fazer um desagrupamento, mas o resultado também continua errado.

Pesquisador: Nesse caso é o erro G4, desagrupamento tem apenas um registro.

Imagem 62 – FE17 conta d

$$\begin{array}{r}
 \text{D) } 816 - 279 \\
 816 \\
 - 279 \\
 \hline

 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: No d... não entendi.

Pesquisador: É o C1, ausência de resultado.

Imagem 63 – FE19 conta b

$$\begin{array}{r} 52 \\ - 17 \\ \hline 35 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 52 \\ - \cancel{1}7 \\ \hline 35 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Não consigo entender o que ele fez. A princípio pensei que ele tivesse só subtraído de forma equivocada como os outros. Mas quando ele chega na ordem das dezenas o resultado dá mais diferente ainda... eu não sei como foi que ele fez.

Pesquisador: Aqui a gente pode entender que ele fez “de cabeça”. O resultado está correto, mas não tem nenhum registro de desagrupamento. Esse é o erro F2, desagrupamento não tem registro.

Imagem 64 – FE19 conta d

$$\begin{array}{r} 816 \\ - 279 \\ \hline 600 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Esse é que não entendi mesmo.

Pesquisador: É o C3, sem lógica.

Imagem 65 – FE22 conta d

$$\begin{array}{r} \checkmark 816 \\ - 279 \\ \hline \checkmark 546 \end{array}$$

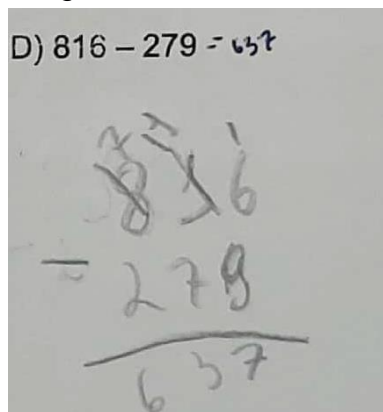
Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Esse aqui... nem somando ele dá isso. Não sei o que ele fez aqui.

Pesquisador: São considerados 3 tipos de erros. O erro C5, resultado da outra operação na ordem das centenas; o erro D2, erro de contagem na adição sem agrupamento; e o erro G3, agrupamento no local certo, mas no local errado.

Imagem 66 – FE23 conta d

D) $816 - 279 = 637$



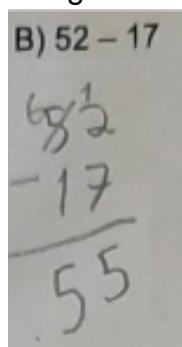
Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Ele também desagrupou. Pois é... seria essa questão do G...

Pesquisador: Isso. É o G5, desagrupamento tem dois registros, mas com erros. E o H2, ignora o registro correto do desagrupamento.

Imagem 67 – FE25 conta b

B) $682 - 17$



Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Faz correto na unidade, mas quando desagrupa, faz o desagrupamento com o número errado e ele não consegue operar por estar com o registro errado.

Pesquisador: Isso, G5, desagrupamento tem dois registros, mas com erros.

As análises das contas b e d de subtração encerram-se. Diante do que foi analisado, a professora acredita que um recurso válido para que os estudantes superem os erros de desagrupamento é o QVL, pois é possível explicar de forma concreta como essa ação acontece.

Eu acho que um recurso muito válido continua sendo o QVL. Para explicar de forma concreta, para que eles possam manipular os palitinhos e eles possam começar a internalizar de que forma esse desagrupamento acontece. O desagrupamento com palitos acontece para que eles não façam o desagrupamento errado e, na hora de resolver a subtração, não cometam esse erro.

A professora considera esse recurso essencial, pois caso eles não entendam como o processo acontece, o erro vai permanecer. Sobre a resposta sem lógica, a professora acredita que essa situação pode ser uma consequência da não aprendizagem desse conteúdo nos anos anteriores.

Florence também considera o acompanhamento dos estudantes e o planejamento das aulas essenciais para perceber como os estudantes estão aprendendo. De acordo com a professora, ela pode dar a mesma aula em turmas diferentes e não ver o mesmo resultado.

A importância do diagnóstico foi ressaltada pela professora ao afirmar que com esse instrumento ela poderá fazer essa análise personalizada dos estudantes. Florence afirmou que com o instrumento ela pode saber quais estratégias utilizar e que pontos abordar, podendo ter maiores possibilidades de acerto na sua prática pedagógica.

A partir da interpretação dos erros discentes realizada pela professora Florence, é possível perceber que a docente conseguiu ampliar a sua ideia sobre as operações de adição e subtração. Além disso, ela conseguiu interpretar os tipos de erro identificando elementos da sua prática que podem auxiliar na aprendizagem desse conteúdo por parte dos estudantes.

7.4.2 Hipátia

Nesta fase da pesquisa, foram realizados dois encontros formativos, via videoconferência, com a professora Hipátia. O primeiro encontro aconteceu dia 20 de outubro de 2020. A professora informou que as aulas durante esse período pandêmico não estão sendo fáceis. Hipátia relatou momentos de angústia ao estar diante de um contexto que exige acompanhamento de aulas via aplicativo de mensagens.

Por mais que a gente tente a gente sabe que vai ser difícil ser satisfatório para todos, nem pra gente, a gente fica até angustiada às vezes. Mas a gente vai aprendendo a conviver com essa situação.

Hipátia ressaltou que observou alguns diagnósticos enviados previamente, mas que não teve tempo de analisá-los.

Neste encontro, foram analisadas as duas primeiras contas de adição: a) $38 + 46$ e c) $453 + 268$. Foi explicado para a professora que, embora no encontro do dia 28 de fevereiro (seção 7.1.6), as análises tenham sido realizadas utilizando os

7 (sete) erros catalogados por Bertini e Passos (2007), optou-se por analisar as respostas a partir do Quadro 14 (seção 7.3) elaborado por Barguil (2020), que é mais completo e adequado à pesquisa, pois os erros são catalogados considerando o desenvolvimento da habilidade de somar e subtrair. A professora recebeu o Quadro antes dos encontros.

O Quadro apresenta 8 grupos, pensados em uma progressão dos erros, desde o mais distante da consolidação da habilidade até o mais próximo da aprendizagem esperada pelo estudante descritos da seguinte forma: A – ausência de representação dos termos; B – erro na representação; C – resultado ausente, sem lógica identificada ou da outra operação; D – erro na operação dos algarismos; E – erro no registro da separação de classes; F – agrupamento/desagrupamento não tem registro; G – agrupamento/desagrupamento tem registro(s), mas com erro(s); H – agrupamento/desagrupamento tem o registro correto, mas é ignorado.

Após essa introdução, foram apresentados os erros para análise da professora. Inicialmente foi apresentada a imagem e, em seguida, a sua interpretação.

Imagem 68 – HE03 conta a

$$\begin{array}{r} \text{A) } 38 + 46 \\ 46 \\ 38 \\ \hline 84 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Pesquisador: Como a gente pode analisar esse primeiro estudante?

Hipátia: Estava tentando acompanhar o Quadro. $38 + 46$, né? As parcelas... ele trocou a parcela, né? Seria erro na representação? O resultado ele acertou, né?

Pesquisador: Olhando para o Quadro, qual seria esse erro? É o erro da representação, que é o grupo B, e qual o tipo?

Hipátia: Vixe! Eu não consegui aprender ainda não... (risos)

Pesquisador: Vamos lá... na representação existem 7 tipos de erros, então ele cometeu, nesse caso, o numerais invertidos que é o erro B4. Há, também, outro tipo de erro na representação. O que ele esqueceu?

Hipátia: Colocar... elevar a dezena, né? Não! Ele colocou. Ahh, colocar o sinal, né?

Pesquisador: Isso. Seria outro erro de representação que é o B7. Uma operação pode ter mais de um erro.

Imagem 69 – HE04 conta a

$$\begin{array}{r} 1 \\ 38 \\ + 46 \\ \hline 24 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: A representação, eu acho que está correta, né? O que ele errou aí foi o resultado. Eu só não sei ainda qual é o tipo.

Pesquisador: A gente vai descobrir agora. O que foi que ela errou? Somou as unidades corretamente, mas quando foi operar com as dezenas, somou 3 + 4, mas não somou a dezena que foi agrupada. Vamos lá no Quadro ver qual o erro.

Hipátia: Esqueceu de somar o 1, né?

Pesquisador: Isso. É o erro H1, ignora o registro correto do agrupamento.

Imagem 70 – HE04 conta c

$$\begin{array}{r} 11 \\ 453 \\ + 268 \\ \hline 731 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: Ela erra no resultado. Na representação, a princípio, ela fez direitinho, mas ela errou quando vai somar o agrupamento, quando ela eleva a dezena que ela não soma: 1 + 5 = 6 + 6 dá 12 e ela coloca 13. Aumentou, né? Quer dizer: ela errou quando ela fez esse agrupamento aqui, quando fez essa soma.

Pesquisador: Isso. Qual seria o erro, então?

Hipátia: Erro na operação e no resultado também.

Pesquisador: Erro na contagem da adição com agrupamento, D4. Quando ela foi operar com o agrupamento, ela errou durante a soma.

Imagem 71 – HE06 conta a

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 46 \\ 38 \\ \hline 84 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: Ele acertou!

Pesquisador: Vamos ver a representação. Está correta? Do jeito que foi proposto?

Hipátia: A representação, realmente! A parcela, né? Ele colocou a primeira parcela no lugar da segunda. Ele errou na representação. O resultado tá certo, mas a representação tá errada. Eu ainda não sei o erro não, eu ainda não aprendi.

Pesquisador: É o B4. Precisa consultar o Quadro: Numerais invertidos.

Imagem 72 – HE07 conta c

C) 453 + 268

$$\begin{array}{r} 453 \\ + 268 \\ \hline 6.224 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: Pronto: 453 + 268... vamos ver aqui! A representação ela colocou direito, mas na hora do resultado, da soma. 3 + 8 ela somou direitinho, levou o 1; 5 + 6, certo; 4 + 2... quer dizer: eu não faço ideia de onde ela tirou esse resultado aí, sinceramente...

Pesquisador: Vamos ver aqui... ela somou 3 + 8 = 11. Agrupou a dezena, somou

1 + 5 = 6 + 6 = 12. Aí ela colocou o agrupamento junto no resultado.

Hipátia: Ah... ela colocou no resultado. Foi, tudo junto... é isso!

Pesquisador: A gente vai classificar esse erro como erro G1 que é o agrupamento no resultado.

Hipátia: Então não é representação aqui, né?

Pesquisador: Não. Nesse caso ele já avançou. Ele representa correto, mas comete erro no momento da resolução quando ele vai operar.

Hipátia: Ok.

Imagem 73 – HE13 conta a

A) 38 + 46

$$\begin{array}{r} 38 \\ + 46 \\ \hline 86 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: Ele fez a representação direitinho. Errou na soma das unidades. 8 + 6, 14. Ele botou 16. Elevou o 1, fez certinho. Quer dizer, ele errou na operação, né?

Pesquisador: Isso... é o D2, erro de contagem na adição sem agrupamento.

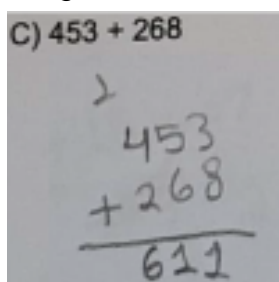
Hipátia: Eu vou até imprimir esse Quadro pra eu poder ir analisando.

O encontro foi finalizado após essas análises. A professora relatou que achou muito interessante, pois não costumava ter esse olhar. De acordo com Hipátia, durante toda a sua carreira, nunca avaliou um estudante dessa maneira.

A docente afirmou que as intervenções ficam muito limitadas, complicadas, devido à pandemia. Para ela, com as aulas presenciais a intervenção torna-se mais fácil. No atual contexto de isolamento e aulas remotas, isso não é possível.

O segundo encontro aconteceu dia 04 de novembro de 2020. Hipátia informou que ainda iria imprimir o Quadro dos erros e que tinha interesse em tê-lo, pois essa era uma forma de analisar o que os estudantes erraram. Foi lembrado à professora que é preciso, primeiramente, analisar se o estudante representou corretamente, depois se ele errou algo durante a execução do cálculo.

Imagem 74 – HE14 conta c



$$\begin{array}{r} \text{C) } 453 + 268 \\ \hline 611 \end{array}$$

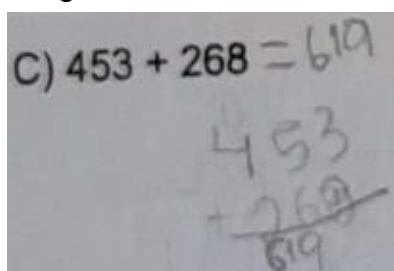
Fonte: Pesquisa do autor.

Pesquisador: Na conta c, o que ele fez?

Hipátia: Seria até mais difícil, pois são três números nas parcelas. Ele fez tudo direitinho. Representou unidade debaixo de unidade, tudo organizado, não esqueceu o sinal, nem o traço. Ele somou $8 + 3 = 11$, mas não elevou a dezena para somar com o 5. Somou $5 + 6$, deu 11, era para dar 12. Ele não agrupou, não fez o agrupamento, mas fez da dezena para a centena, mas errou o resultado também, né? Ele colocou ali, mas não somou. Então, ele cometeu dois erros aí.

Pesquisador: Isso. A gente classifica como F1 e H1. O agrupamento não tem o registro e ignora o registro correto do agrupamento.

Imagem 75 – HE25 conta c



$$\begin{array}{r} \text{C) } 453 + 268 = 619 \\ \hline 619 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: A representação ele fez direitinho, mas na hora de fazer o resultado ele não coloca. Ele não coloca os resultados como devia. As unidades

debaixo de unidade. O resultado dá completamente diferente. Eu não entendi o que ele fez não.

Pesquisador: Esse é um erro B5, que é um erro que você já apontou, os numerais não estão alinhados e o F1, agrupamento não tem registro.

Concluída a análise dos erros discentes nas contas de adição, começamos a das contas de subtração.

Imagem 76 – HE01 conta b

$$\begin{array}{r} \text{B) } 52 - 17 \\ 48,2 \\ - 17 \\ \hline 36 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: Ele fez direitinho a representação, só errou no resultado. Ele fez o reagrupamento. Ele não pode dizer $2 - 7$, né? Ele agrupou a dezena, lá. Ficou 12, dava um 5. E ele errou na unidade.

Pesquisador: Isso. Ele erra quando vai operar $12 - 7$ e não dá o resultado correto, 5. Esse é erro D11, erro de contagem na subtração com desagrupamento.

Imagem 77 – HE01 conta d

$$\begin{array}{r} \text{D) } 816 - 279 \\ 806 \\ - 279 \\ \hline 677 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: A representação tá direitinho (sic). Ele viu que não pode tirar $6 - 9$. Ele fez a questão do... dá 16, tá certo né? Aí ele não podia deixar 0, ele tinha que reagrupar tirar do 8. Tirava um e colocava ficaria $10 - 7$ que dava 3 e ficaria $7 - 2$ que daria 5. Ele errou o resultado também. Ele até tentou reagrupar, mas quando chegou aí no 0 ele se perdeu.

Pesquisador: Nesse caso é o erro D9, zero ignorado.

Imagem 78 – HE02 conta b

B) 52 - 17

$$\begin{array}{r} 52 \\ -17 \\ \hline 45 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: Aqui ele fez 7 para 12. Ele teria que ter feito o reagrupamento ficava 1 e dava 35 o resultado. Ele ia ter que tirar 1 do 5, ficava 12. $12 - 7 = 5$. O 5 teria ficado 4. $4 - 1 = 3$. A representação ta certa, mas o resultado não.

Pesquisador: E como a gente pode analisar esse erro durante a operação?

Hipátia: Assim... ao meu ver, ele disse: $7 - 2 = 5$ e $5 - 1 = 4$.

Pesquisador: Isso mesmo. Esse é o erro D8, quando ele subtrai o menor do maior, sem levar em consideração todas as ordens do numeral.

Imagem 79 – HE02 conta d

D) 816 - 279

$$\begin{array}{r} 1 \\ 816 \\ -279 \\ \hline 163 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: Aqui também foi o mesmo raciocínio. Quer dizer... aqui ele tirou $9 - 6 = 3$; $7 - 1 = 6$. Agora eu não sei onde ele arranjou esse 1 que ele botou lá em cima, não entendi.

Pesquisador: Aqui ele comete dois erros, tanto o D8, subtrai o maior algarismo do menor e o D7, erro de contagem na subtração sem agrupamento.

Hipátia: Se ele tivesse continuado com o raciocínio de tirar o maior do menor, como ele tava fazendo até ia compreender. Esse reagrupamento aí foi que não deu certo.

Imagem 80 – HE05 conta d

D) 816 - 279

$$\begin{array}{r} 816 \\ -279 \\ \hline 537 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: 9 para 16 = 7; aí eu não entendi o raciocínio de novo. Apareceu esse 3 aqui, não sei como.

Pesquisador: Na verdade ele fez novamente de cabeça, sem os registros.

Hipátia: Foi, ele fez de cabeça. Eu tô vendo agora. Realmente foi. Não fez os registros do reagrupamento.

Hipátia: E isso não é um erro, né, Renato? Essa questão de fazer de cabeça.

Pesquisador: A gente tá considerando um erro, F2, porque, como a gente tá trabalhando com os registros, a gente precisa identificar a forma como o estudante resolve a conta com o algoritmo.

Imagem 81 – HE06 conta b

$$\begin{array}{r} \text{B) } 52 - 17 \\ \hline 35 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: Na representação ele colocou o sinal lá perto do 5. Ele fez a coisa certa, o resultado tá certo. Ele só não fez deixar o 4 e colocar o 1 ali perto do 2 quando ele fez o reagrupamento.

Pesquisador: Isso. Esse é o erro G4, desagrupamento tem somente um registro.

Diante do que foi analisado, a professora acredita que um recurso válido para que os estudantes superem os erros, tanto nas contas de adição, quanto nas contas de subtração, é o QVL, pois é possível explicar de forma concreta como as ações envolvidas nas operações acontecem.

Trabalhar com o material concreto, o quadro valor de lugar vai ser interessante pra gente tá explicando isso daqui de forma que... a compreensão fique mais clara e talvez mais fácil para eles. [...] Eu penso que intervenções desse tipo com material concreto, com essas coisas assim vai ajudar muito, tipo jogos.

Hipátia considera que algo que pode ajudar os estudantes, especificamente na subtração, é o trabalho com agrupamentos e formação de grupos com material concreto. A professora ressaltou, novamente, o uso do QVL e a sua vivência sobre esse assunto como fundamentais para a sua formação.

A importância do diagnóstico foi ressaltada pela professora ao afirmar que esse instrumento possibilita ver os erros dos estudantes, uma vez que ela nunca tinha pensado nesse tipo de análise.

A partir da interpretação dos erros discentes realizada pela professora Hipátia, é possível perceber que a docente progrediu na ampliação das ideias sobre as operações de adição e subtração mesmo apresentando certa dificuldade, por nunca ter trabalhado com esse tipo de diagnóstico.

7.4.3 Newton

Nesta fase da pesquisa, foram realizados três encontros formativos, via videoconferência, com o professor Newton. O primeiro encontro aconteceu dia 20 de outubro de 2020. O professor relatou que o contato com os estudantes tem ocorrido via aplicativo de mensagens e que, vez ou outra, quando há entrega de kits de alimentação disponibilizados pela prefeitura, são enviados, também, um simulado impresso.

Newton ressaltou que observou alguns diagnósticos enviados previamente e que identificou os erros de alguns estudantes. Dentre esses erros o professor ressaltou a dificuldade que os estudantes tem de somar e subtrair, pois os estudantes, de acordo com o docente, ainda não sabem quando há ganho e quando há perda.

Neste encontro, foram analisadas as duas primeiras contas de adição: a) $38 + 46$ e c) $453 + 268$. Foi explicado para o professor que, embora no encontro do dia 28 de fevereiro (seção 7.1.6), as análises tenham sido realizadas utilizando os 7 (sete) erros catalogados por Bertini e Passos (2007), optou-se por analisar as respostas a partir do Quadro 14 (seção 7.3) elaborado por Barguil (2020), que é mais completo e adequado à pesquisa, pois os erros são catalogados considerando o desenvolvimento da habilidade de somar e subtrair. O professor recebeu o Quadro antes dos encontros.

O Quadro apresenta 8 grupos, pensados em uma progressão dos erros, desde o mais distante da consolidação da habilidade até o mais próximo da aprendizagem esperada pelo estudante descritos da seguinte forma: A – ausência de representação dos termos; B – erro na representação; C – resultado ausente, sem lógica identificada ou da outra operação; D – erro na operação dos algarismos; E – erro no registro da separação de classes; F – agrupamento/desagrupamento não tem registro; G – agrupamento/desagrupamento tem registro(s), mas com erro(s); H – agrupamento/desagrupamento tem o registro correto, mas é ignorado.

Após essa introdução, foram apresentados os erros para análise do professor. Inicialmente foi apresentada a imagem e, em seguida, a sua interpretação.

Imagem 82 – NE01 conta a

$$\begin{array}{r} \text{A) } 38 + 46 \\ 1 \\ + 38 \\ 46 \\ \hline 98 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Pesquisador: Olhando para o primeiro estudante, como podemos classificar o tipo e o grupo do erro que ele cometeu?

Newton: Estou olhando aqui... acho que esse primeiro... acho que nesse ele tem um erro na operação, né? Acho que é um erro de contagem na adição com agrupamento, que é o D4, creio eu que seja esse. Quando ele soma 8 com 6 aí vem... ele esquece o outro, né? Porque ele soma direto.

Pesquisador: Vamos por partes. A representação está correta?

Newton: Está!

Pesquisador: A gente entendeu que essa representação tá mais para um 5 do que para um 3.

Newton: Ah... é verdade! Eu também entendo como um 5. Então houve erro na representação. Seria o B3. Aí depois seria esse que eu disse que seria o D4.

Pesquisador: Isso mesmo. Existe um erro do tipo D, mas eu classifico ele como erro D2 porque ele está operando na ordena nas unidades, sem agrupamento. Você percebe mais algum erro?

Newton: Não. Só esses mesmo. Ao meu ver, né?

Pesquisador: A gente também identificou o erro H1. Porque ele vai somar 5 + 4, resultando em 9. Ele esqueceu de somar com o 1 que estava agrupado lá em cima. Então, com isso, a gente percebe que uma conta pode apresentar mais de um grupo de erro. Nesse caso, o estudante cometeu 3 erros em uma única conta.

Imagem 83 – NE02 conta a

$$\begin{array}{r} \text{A) } 38 + 46 \quad 111 \\ \textcircled{4} \\ 38 \\ 46 + \\ \hline 111 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Essa aí de cara eu já percebo um erro na representação porque ela colocou o sinal no lado contrário. Teve um erro que 8 + 6 ela somou certo, só

que subiu a unidade para o agrupamento e deixou a unidade. Ela subiu o 1 e deixou o 4, pelo que estou entendendo.

Pesquisador: Sobre o sinal no lado contrário, a gente não tá considerando erro. Quando ela troca as unidades pela dezena, estamos considerando um erro de contagem.

Newton: Seria um erro com agrupamento?

Pesquisador: Não, o erro com agrupamento acontece quando eles operam a partir de uma ordem que teve agrupamentos para serem contabilizados.

Newton: Então como ela levou o 4, ela somou e deu 11 certinho.

Pesquisador: Então, esse é o erro G3, agrupamento no local certo, mas com valor errado.

Imagem 84 – NE03 conta c

$$c) 453 + 268 : 7.21$$

$$\begin{array}{r} 453 \\ + 268 \\ \hline 7.21 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Na representação, acho que está certo. A soma ele, 3+8 somou direitinho e agrupou correto. O 5 e o 6 também, né? 12... eu acho que o único erro mesmo aí foi só esse ponto: ele botou 7.21. A gente classifica como? O erro de separação de classe?

Pesquisador: Isso mesmo. É o E1.

Imagem 85 – NE04 conta a

$$A) 38 + 46$$

$$\begin{array}{r} 38 \\ + 46 \\ \hline 80 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: A representação está correta: 38 + 46. A soma que ele errou, né? 8 + 6, ele colocou 10. Erro na operação... Erro de contagem com agrupamento, é?

Pesquisador: Seria o erro de contagem na adição sem o agrupamento porque ele não está operando com numerais que foram agrupados. É o erro D2.

Imagem 86 – NE05 conta a

A) $38 + 46$

$$\begin{array}{r} 38 \\ + 46 \\ \hline 84 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: A representação tá ok. Ele errou só a soma, né? Na verdade ele não subiu... ele não representou, houve um erro na representação. Ele ignorou o registro é H1? Ele não colocou o agrupamento lá em cima, mas ele somou?

Pesquisador: Isso. O agrupamento não tem o registro. Ele fez tudo correto, mas não registrou o agrupamento. É o erro do grupo F, tipo 1.

O encontro foi encerrado. O professor ressaltou que o diagnóstico é importante porque dá detalhes para saber realmente onde o estudante apresenta dificuldade.

[...] a gente vê que a maioria não apresentou muitos erros na representação, então ele já tem essa noção consolidada de como armar a conta, mas aí a gente analisando por categoria, tem os que não compreendem a questão da ordem, os que apresentam dificuldade na hora de agrupar, então a gente consegue identificar cada por menor da conta.

Sobre as intervenções, Newton ressaltou que é importante analisar o conteúdo que os estudantes mais apresentaram dificuldade e trabalhar em cima delas. Como recurso, o professor destacou o QVL, pois os estudantes apresentaram, na sua análise, uma dificuldade muito grande nos agrupamentos.

O segundo encontro aconteceu dia 28 de outubro de 2020, via videoconferência, com a continuidade da análise das duas primeiras contas de adição e subtração.

Imagem 87 – NE13 conta a

A) $38 + 46$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 46 \\ + 38 \\ \hline 84 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Ele errou. Ele colocou inverso. Aqui fica o B4.

Pesquisador: Isso.

Imagem 88 – NE15 conta a

$$\begin{array}{r} 38 \\ 46 \\ \hline 84 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Vish! Vamos lá... 38... ausência do sinal. Erro na representação, B7, e tem o F1 porque teve um erro na representação.

Pesquisador: Isso mesmo. Ele não representou o agrupamento.

Imagem 89 – NE15 conta c

$$\begin{array}{r} 453 \\ +268 \\ \hline 721 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Esse aqui já errou, pois não armou. Ausência de representação dos termos, mas tem resultado. É o A2?

Pesquisador: Isso, A2.

Imagem 90 – NE16 conta c

$$\begin{array}{r} 1 \\ 453 \\ +268 \\ \hline 621 \end{array}$$

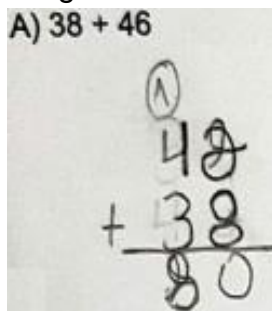
Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: A representação está correta. Ele errou só a última soma. Ele desconsiderou o 1 que tá lá em cima. Eita! É um erro de contagem na adição com agrupamento, D4 ou D7? Não... ele desconsiderou o 5 e o 6 também. Então fica como?

Pesquisador: Como ele realiza a operação, mas não conta no resultado final com o algarismo agrupado lá em cima, é um erro H1: agrupamento correto, mas ignorado.

Imagem 91 – NE20 conta a

A) $38 + 46$



$$\begin{array}{r} 48 \\ + 38 \\ \hline 80 \end{array}$$

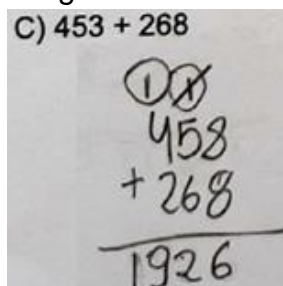
Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Ele errou no registro, inverteu, B4. Ele representou direitinho... não. Ele inverteu o número, inverteu o 6. Quando ele inverte assim o número é o quê?

Pesquisador: É o B4, como você falou, e o B3, numerais com Algarismos errados ou trocados. Ele trocou o 6 pelo 2.

Imagem 92 – NE23 conta c

C) $453 + 268$



$$\begin{array}{r} 458 \\ + 268 \\ \hline 1926 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: B3. Ele trocou o 458. Ele errou, mas acertou a soma das unidades, subiu direitinho. Esse um... ele realiza um desagrupamento sem necessidade, um D10?

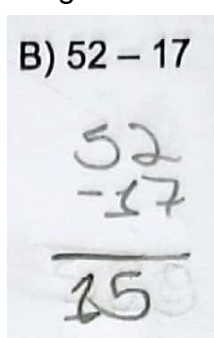
Pesquisador: O erro é um resultado sem lógica em algumas ordens, C3.

Newton: B3 e C3, então.

As análises das contas de adição foram encerradas e iniciaram-se as análises das contas de subtração.

Imagem 93 – NE01 conta b

B) $52 - 17$



$$\begin{array}{r} 52 \\ - 17 \\ \hline 25 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Está correta a representação, mas aí tem... ele ignora a questão do 3 + 8 ele ignorou, fica F1, a questão do agrupamento. Não entendi... esse 5 + 6 ele colocou 7. Num sei não... o 4 + 2 ele acerta, só esse 5 + 6 não faz sentido, esse 7 embaixo.

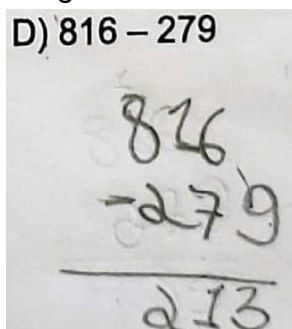
Newton: A representação dele está correta. Ele não registrou quando ele desagrupa. Olha ele coloca o 5 (no resultado), mas ele não registra o desagrupamento. É um erro no... é o F2, desagrupamento não tem registro.

Pesquisador: Entendi como o D8, subtrai o (menor) algarismo do subtraendo do (maior) algarismo do minuendo: $7 - 2 = 5$. O outro é o D7, erro de contagem na subtração sem desagrupamento.

Newton: Ele pode também ter feito $12 - 7$ que também dá 5.

Imagem 94 – NE01 conta d

D) $816 - 279$



Fonte: Pesquisa do autor.

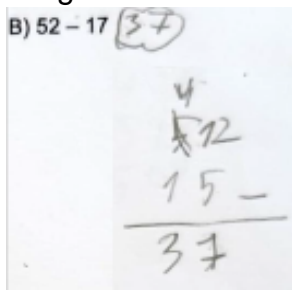
Pesquisador: Olhando para o primeiro estudante, como podemos classificar o tipo e o grupo do erro que ele cometeu?

Newton: 6 - 9 ele botou 3, 8 - 2 ele colocou 2; 1 - 7 ele colocou 1. É realmente. Ficou o D7 e o outro fica D8.

Pesquisador: Isso mesmo.

Imagem 95 – NE02 conta b

B) $52 - 17$ (37)



Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Tem um B4 que é numeral invertido...

Pesquisador: Na verdade é o B3, porque ele colocou 15 no lugar de 17.

Imagem 96 – NE02 conta d

$$D) 816 - 279 = 607$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Ele representou correto. Ele não desagrupou do 8 para diminuir pelo 7.

Pesquisador: Isso ele desagrupou a dezena para operar com as unidades e quando chega na ordem das dezenas que precisa desagrupar das centenas ele não faz essa operação.

Newton: Então é o D5?

Pesquisador: Isso mesmo, supremacia do zero.

Imagem 97 – NE03 conta b

$$B) 52 - 17 = 69$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Está correta representação dele, mas ele errou... é um erro na operação?

Pesquisador: É um erro no grupo C.

Newton: É o resultado da outra operação, C5.

Pesquisador: Isso.

Imagem 98 – NE03 conta d

$$D) 816 - 279 = 1097$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Tem o B3, numeral com algarismo trocado. E aí, no caso, tem o C5 de novo, pois ele somou. E tem esse ponto, também, que ele coloca. Tem um erro no registro da separação de classe, E1.

Pesquisador: Perfeito.

Imagem 99 – NE04 conta b

B) 52 – 17

$$\begin{array}{r} 512 \\ - 467 \\ \hline 45 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Ele representou correto. Ele fez o 12 – 7 correto. Eu só não to entendendo aquele 6 ali no meio. Ele não desagrupou o 5.

Pesquisador: Esse é um erro do grupo G, o desagrupamento tem registro, mas com erros, do tipo, desagrupamento tem apenas um registro. G4.

Imagem 100 – NE05 conta d

D) 816 – 279

$$\begin{array}{r} 816 \\ - 279 \\ \hline 537 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: A representação está correta. Ele só não registrou os desagrupamentos, foi o único erro. Tem a ausência... fica o F2.

Pesquisador: Isso.

As análises no segundo encontro foram encerradas. O professor ressaltou que foram encontrados muitos erros de agrupamento e desagrupamento, por esse motivo, ele acredita que trabalhar com o QVL é fundamental.

Até então eu só penso no QVL porque eu estou vendo muito erro de agrupamento e desagrupamento. Porque tem pouco erro de representação. Eles sabem armar a operação, mas mesmo assim a gente percebe que tem alguns confundindo a operação. Tem que pensar em uma intervenção que eles se familiarizem com os termos porque até nesse período eles vêm com dúvida: professor, essa conta é de mais ou é de menos? Eles ainda não conseguem associar o sinal às contas de adição e subtração.

Sobre o erro D8, o mais cometido nas subtrações, o professor destacou que o trabalho com o material concreto é fundamental para a aprendizagem dos estudantes.

Newton declarou que a principal importância desse tipo de diagnóstico é a reflexão sobre a prática.

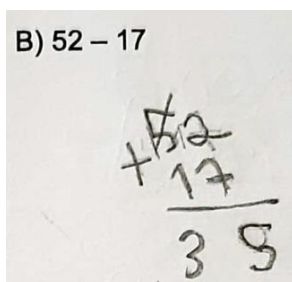
Eu passo, eu ensino o conteúdo, eu explico direitinho, eu até posso ver que o resultado ele tem acertado, mas eu não vejo, por exemplo, que ele tá errando as ordens. Eu acabo me preocupando só com o resultado e eu não faço essa análise mais detalhada. A gente acaba refletindo sobre a prática por quê? Porque ahh... *o resultado tá correto...* então quer dizer o quê? Que esse conteúdo que eu ensinei, eu ensinei da forma correta porque ele acertou o resultado. Mas se eu parar para pensar a estrutura apresenta alguns erros, aí eu volto lá no meu planejamento, na minha prática: será que não ficou tão explícita essa questão da estrutura (representação); será que só o resultado é importante? Será que eu estou só desenvolvendo o cálculo mental e acabo de perceber que a gente precisa registrar o agrupamento e o desagrupamento na própria conta.

De acordo com o professor, ele conseguiu identificar o que passa despercebido tanto na sua explicação, quanto na aprendizagem dos estudantes. O segundo encontro foi encerrado.

No dia 10 de novembro de 2020, via videoconferência, aconteceu o terceiro encontro para análise do restante das contas de subtração, b e d.

Imagem 101 – NE08 conta b

B) 52 – 17



$$\begin{array}{r} +52 \\ +17 \\ \hline 35 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Pesquisador: Como podemos analisar esse estudante?

Newton: Ele representou com outra operação e resolveu com a subtração.

Pesquisador: Isso. Ele representou com o sinal de adição, mas resolveu com a subtração. Esse é o erro C5.

Newton: Resultado da outra operação.

Imagem 102 – NE09 conta b

B) 52 - 17 46

$$\begin{array}{r} 52 \\ - 17 \\ \hline 46 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Aqui ele representou direitinho, mas errou na resolução. Era 35, mas ele coloca 46. Parece que ele começa pela ordem das dezenas.

Pesquisador: Isso. A gente classifica esse como D8, subtrai o menor algarismo do menor e o D2.

Newton: Ok.

Imagem 103 – NE12 conta d

D) 816 - 279 683

$$\begin{array}{r} 816 \\ - 279 \\ \hline 688 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Representou direitinho, mas não sei como ele pensou.

Pesquisador: Esse é o C3, resultado sem lógica em algumas ordens, no caso, na unidade e na dezena.

Imagem 104 – NE14 conta d

D) 816 - 279

$$\begin{array}{r} 816 \\ - 279 \\ \hline 535 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Representou correto. No caso, ele fez o registro dos desagrupamentos, mas errou no resultado.

Pesquisador: Isso mesmo. Esse é o erro D11, erro de contagem na subtração com desagrupamento.

Imagem 105 – NE15 conta b

$$\begin{array}{r} 52 \\ -17 \\ \hline 40 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Vixe! Aí eu não sei o que ele fez não!

Pesquisador: Vamos observar: ele não indicou a operação, erro B7, numerais sem a operação indicada. E o resultado não apresentou nenhuma lógica, C2.

Imagem 106 – NE16 conta b

$$\begin{array}{r} 52 \\ -17 \\ \hline 35 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Aqui ele representou direitinho. Representa o 1 do desagrupamento... tá correto.

Pesquisador: Isso. A o resultado está correto, mas a gente indica o erro G4, desagrupamento tem somente um registro, pois falta a indicação do registro do desagrupamento na ordem das dezenas.

Imagem 107 – NE16 conta d

$$\begin{array}{r} 816 \\ -279 \\ \hline 640 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Representou correto, mas não fez os registros dos desagrupamentos.

Pesquisador: Isso. Aí ele comete dois erros o F2, desagrupamento não tem registros e o D11, erro de contagem na subtração com desagrupamento.

Imagem 108 – NE27 conta b

B) 52 – 17

$$\begin{array}{r} 3 \\ 42 \\ -17 \\ \hline 27 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Ele representou correto. Fez o desagrupamento. Aqui é o erro G5, desagrupamento tem dois registros, mas com erros, e D11.

Pesquisador: Isso.

As análises das contas de subtração foram encerradas. O professor destacou que conseguiu analisar bem a questão dos desagrupamentos, observando cada detalhe dos registros dos estudantes.

Indagado sobre que tipo de intervenção poderia fazer a partir dos resultados, Newton declarou, mais uma vez, que o QVL auxilia no ensino e na aprendizagem das contas de subtração, pois é possível identificar cada etapa do algoritmo

[...] a ideia que se tem é que eles estão começando a ordem errada de subtrair. Então tem que pensar a estratégia nesse sentido de não só estruturar o cálculo, mas ensinar por onde começar esse cálculo. Então são duas estratégias e o QVL para eles conseguirem desagrupar melhor, ter mais clareza.

Para o professor Newton, os erros na adição, de agrupamento, e na subtração, subtrair o maior do menor, estão interligados. O professor destacou que é preciso repensar as classes e as ordens e ver como está o estudo desse conteúdo. Segundo a afirmação do professor, a aprendizagem de adição e subtração está relacionada, também, às características do sistema cifranáxico. As dificuldades nas resoluções dos estudantes decorrem da não compreensão das características desse sistema, organizado em ordens e classes.

A partir da interpretação dos erros discentes realizada pelo professor Newton, é possível perceber que o docente ampliou a sua interpretação das resoluções das contas de adição e subtração. O professor foi capaz de identificar, com facilidade, a maior parte dos erros que os estudantes apresentaram.

Esse tipo de atividade revelou-se essencial para a prática pedagógica do ensino de Matemática. Florence, Hipátia e Newton declararam nunca terem realizado

esse tipo de dos conhecimentos dos estudantes, o qual favorece acompanhar a aprendizagem desses, fornecendo elementos importantes para o planejamento e a atuação profissional.

Considerando o exposto nessa seção, infere-se que os saberes docentes dos professores participantes dessa pesquisa foram ampliados – conteudístico (a dilatação da compreensão sobre a leitura e escrita do Sistema Cifranávico), pedagógico (a aprendizagem sobre a interpretação dos erros discentes, relacionando-a com a sua intervenção) e existencial (o incremento da confiança para ensinar) – e poderão impactar positivamente na sua atuação profissional.

7.5 Entrevista – análise do diagnóstico

Foram realizadas entrevistas objetivando estudar a análise dos professores do diagnóstico das turmas e os seus saberes docentes.

7.5.1 Florence

Esta seção reflete sobre a entrevista realizada com a professora Florence, que teve como objetivo estudar a análise do diagnóstico da turma dela (Apêndice K).

Na ocasião, foi possível observar os seus saberes docentes, de acordo com as contribuições de Barguil (2016a), Borba e Santos (1997), Etcheverria (2014), Lorenzato (2006) e Queiroz e Lins (2011).

Sobre os saberes conteudísticos, a professora aponta a organização curricular de Matemática como um fator de interferência e determinante na aprendizagem dos estudantes, pois, até o segundo e o terceiro ano, as práticas pedagógicas estão mais focadas na Língua Portuguesa.

[...] adição e subtração é uma coisa que eles veem desde, lá do primeiro ano, apesar de que o enfoque, no município, a gente sabe que, até o segundo, terceiro ano, é a leitura, e eu, enquanto professora de Matemática, tento fazer a diferença, nas minhas aulas. (FLORENCE, 2021)

Eu fiquei, realmente assim – não vou dizer decepcionada – mas a gente fica preocupada e vê que a gente precisa... Não é uma coisa que o 5º ano resolva, é uma coisa que a gente precisa rever, desde quando ele começa no Ensino Fundamental. E a Matemática precisa ser levada mais em consideração. Eu creio, como professora de Matemática, eu observo isso, nas salas aonde eu vou. Então, por isso, quando a gente chega no 5º ano, a gente tem esse reflexo aí. (FLORENCE, 2021)

A professora destaca e reconhece que a aprendizagem das características do SC interfere na aprendizagem do cálculo numérico, ou seja, para que o algoritmo seja compreendido e faça sentido para os estudantes é necessário que as habilidades do SC estejam consolidadas, conforme indicam os estudos de Borba e Santos (1997), Etcheverria (2014) e Queiroz e Lins (2011).

Essa percepção é observada nos seguintes relatos:

[...] eles têm muita dificuldade na questão de fazer o “desagrupamento” de forma correta. Então, acho que eles entenderem isso aí é uma das causas que eu mais percebi que tinham. Porque a maioria armava a questão, na hora de fazer, eles não sabiam como subtrair, como tirar corretamente uma quantidade de outra, quando essa era menor. (FLORENCE, 2021)

Têm alunos ali, que a gente viu, que eles não conseguem nem armar a continha. [...] um aluno de quinto ano, ele era pra saber subtrair e somar – fazer adição e subtração simples porque a gente não viu tanta dificuldade, não tinha um grau de dificuldade tão grande. (FLORENCE, 2021)

Sobre os saberes pedagógicos, destaca-se que a análise realizada e o relatório estudado propiciaram que Florence refletisse sobre a forma como ensina Matemática, acompanha a sua turma e o que pretende fazer nas turmas futuras visando à aprendizagem do estudante. Assim, pode-se inferir que a professora revisitou a sua prática, permitindo-se perceber os pontos de melhoria e viu no instrumento um recurso para que esse avanço pedagógico seja realizado.

O que é que o relatório me trouxe?! O quanto eu teria que ter trabalhado com eles, de forma mais efetiva, essas operações, principalmente a subtração, que a gente vê que foi realmente o que me deixou muito surpresa, o nível deles. [...] Para mim, foi uma luz que me deu uma visibilidade da condição deles, de como eu teria que buscar um meio, alguma estratégia, alguma coisa, pra poder estar revertendo essa situação, para, pelo menos, estar trazendo pra eles a possibilidade da facilitação da aprendizagem, nesse sentido. (FLORENCE, 2021).

Porque, às vezes, a gente classificava uma questão, só como errada, né?! “Não acertou, errou!”. Mas por que foi que ele errou? Onde foi que ele errou? Qual é a dificuldade? [...] Aquele quadrinho vou utilizar na minha vivência, em sala, porque eu achei muito interessante, isso aí. (FLORENCE, 2021).

A professora também relata que o ensino de Matemática é pautado pela prática e pela repetição de exercícios, características da Pedagogia do Discurso, conforme Barguil (2016a).

A gente aprende, também, por repetição, né?! Então, é sempre falando, sempre, na hora de fazer a conta, geralmente, nas nossas correções coletivas. [...] Senão, você perde a questão, senão, você erra, você não

ganha a pontuação... Porque, eles são movidos por pontos, né, infelizmente?! (FLORENCE, 2021).

Então, acho que é mais prática, sabe, Renato? Nessa questão aí, a Matemática, você tem que fazer a interpretação do que está se pedindo, mas você tem que, nesse caso, praticar, você tem que saber o fazer. É o "fazer" fazendo. Não tem como ser diferente. Mas, me diga: como é que a gente aprende Matemática, se não for resolvendo questões, se não for fazendo? (FLORENCE, 2021).

Às vezes, a gente entra nesse questionamento e às vezes, nem entra. Na realidade, quando a gente faz, assim, essas continhas com eles, às vezes, é tão no automático, que nem tudo... talvez, seja até uma falha nossa, enquanto professor, mas nem tudo, a gente explica o porquê, muitas vezes. (FLORENCE, 2021).

A professora também aponta a necessidade de recursos para que o ensino de Matemática seja mais eficaz. Esse relato vai ao encontro de Lorenzato (2006), ao afirmar que os materiais manipulativos favorecem a aprendizagem matemática e que é interessante que os professores apresentem os conteúdos a partir do concreto. Para a professora Florence,

[...] o QVL é instrumento muito rico, é um recurso muito rico pra a gente tá trabalhando com eles. Em tudo, né?! Você trabalha ali, você trabalha classe, você trabalha ordem, você trabalha a maneira concreta do agrupar e do desagrupar.

Com relação aos seus saberes existenciais, a professora oscila entre momentos de preocupação e alento. Primeiro, por estar em um contexto onde as crianças apresentaram um baixo índice de rendimento. Segundo, por, durante o processo e os encontros formativos, ter tido acesso a conhecimentos que não tinha, gerando tranquilidade e segurança para o trabalho com Matemática.

No começo dessa pesquisa, eu me senti, assim, preocupada, porque, querendo ou não, a gente acha que a nossa prática, fica em evidência e eu senti, que, realmente, a gente vive em constante aprendizado, a gente tem que ter essa certeza, que cada dia, a gente busque aprender mais, e, também, me senti feliz em algumas coisas. (FLORENCE, 2021).

Então, a preocupação, aí, no caso, que me deixou bem triste, aflita e preocupada... tudo bem, que, por eles, eu não pude fazer mais nada, esse ano. Mas, é entender, que esses meninos, nessa altura do campeonato, não sabem fazer uma operação. (FLORENCE, 2021).

Então, eu aprendi que eu tenho condições, de, através desse trabalho que você fez com a gente, de agora, nesse próximo anos, conseguir avaliar meus alunos de uma forma mais crítica, de uma forma mais criteriosa, e é isso. [...] Me proporcionou um novo olhar ao avaliar meus alunos. Identificar e categorizar os "erros", me abriu um leque de possibilidades de mediação que ainda não havia percebido. (FLORENCE, 2021).

Diante das análises feitas a partir dos saberes docentes citados em Barguil (2016a), percebe-se a motivação da professora em ter a sua prática impactada pelos instrumentos utilizados na pesquisa.

Nesse sentido, também encontram-se em Freire (1996, p. 13) os elementos da prática e dos saberes destacados pela professora ao perceber que a docência inexistente sem aprendizagem e vice-versa: “Foi assim, socialmente aprendendo, que ao longo dos tempos mulheres e homens perceberam que era possível – depois, preciso – trabalhar maneiras, caminhos, métodos de ensinar.”

Sobre o ensino de Matemática e o desenvolvimento docente, foi possível observar nos relatos da professora que as oportunidades de aprender as operações de adição e subtração devem ser constantes, sendo necessário oferecer contextos e situações que favoreçam o entendimento dos procedimentos que envolvem tais operações e a compreensão do funcionamento do Sistema Cifranáutico.

O diagnóstico, de acordo com a docente, possibilita o acompanhamento e a observação do progresso discente, podendo identificar as dificuldades, orientando para que as intervenções pedagógicas sejam realizadas.

Por fim, é salutar o reconhecimento de que ensinar e aprender não podem estar dissociados da perspectiva da formação de professores e dos saberes docentes. Tais aspectos podem ser abordados durante encontros formativos contribuindo para o desenvolvimento dos profissionais da Educação.

7.5.2 Hipátia

Esta seção reflete sobre os encontros realizados com a professora Hipátia para analisar as respostas dos estudantes da turma dela (Apêndice I), bem como sobre a entrevista realizada com ela, que teve como objetivo estudar a análise do diagnóstico da turma dela (Apêndice L).

Nestes momentos, foi possível observar os seus saberes docentes, de acordo com as contribuições de Barguil (2016a), Borba e Santos (1997), Etcheverria (2014), Lorenzato (2006) e Queiroz e Lins (2011). As inferências realizadas a partir dos depoimentos de Hipátia foram categorizadas nos saberes conteudísticos, pedagógicos e existenciais, que serão apresentados a seguir.

Sobre os saberes conteudísticos, a professora trata cada algarismo que compõe o numeral como número, quando comenta sobre a dificuldade do estudante

ao operar com numerais compostos com 3 dígitos: “Seria até mais difícil, pois são três números nas parcelas.” (HIPÁTIA, 2020). A compreensão dos conceitos de algarismo, numeral e número, de acordo com Barguil (2016, 2017b), é fundamental para o processo de cifranavização.

Além disso, é possível observar que organização curricular é apontada como um fator determinante no progresso da aprendizagem dos estudantes. De acordo com a professora, os problemas indicados no diagnóstico também são observados em anos anteriores.

Eu acho que eles não conseguiram, né, no 4º ano, concretizar esse aprendizado, da questão da subtração. Eu acho que, a gente precisa, realmente... isso é até bom, porque, como eu sou professora do 4º ano, eu já vou ter que ficar mais atenta. O meu olhar vai ter que ser mais voltado para a questão da subtração. A subtração, realmente, se torna uma operação mais complicada. A questão do reagrupamento. Então, realmente, é um olhar que a gente vai ter que ter. Para eles conseguirem concretizar, solidificar, mesmo esse aprendizado da subtração. Eles não conseguiram concretizar, mesmo, esse aprendizado no 4º ano. Então, eles chegam, no 5º ano, com essa dificuldade. Eu acho que foi isso. (HIPÁTIA, 2020).

A docente indica também que o tempo dedicado à Educação Matemática é insuficiente para que o estudante tire proveito dele.

[...] apesar de não ter sido por muito tempo, porque, realmente, o tempo... eram muitas disciplinas, o tempo de aula é pouco, né?! Se a gente for considerar, 100 minutos de aula, por dia, de matemática, você não vai trabalhar, esse tempo todo, só adição ou subtração. (HIPÁTIA, 2020).

Hipátia também reconhece os erros referentes ao cálculo numérico são determinantes na resolução do algoritmo: “Ele desenvolveu tudo direitinho. Ele erra na hora de dar os resultados.”.

Sobre a relação do estudante com o conhecimento matemático, Moreno (2006) afirma que esse é um processo dialético, pois, na interação desenvolvida por um estudante em uma situação de ensino, ele utiliza seus conhecimentos anteriores, submete-os à revisão, modifica-os, rejeita-os ou os completa, redefine-os, descobre novos contextos de utilização e, dessa maneira, constrói novas concepções.

Essa afirmação de Moreno (2006) vai ao encontro da percepção da professora Hipátia ao revelar que os estudantes do 5º deveriam ter aprendido determinados conhecimentos no ano anterior.

Sobre os saberes pedagógicos, a professora afirma que durante a sua carreira docente nunca havia avaliado os estudantes da maneira que realizamos no

estudo. A docente vê a proposta como interessante e demonstra entusiasmo para utilizar em seus planejamos.

Só, que eu não tinha esse olhar, específico, essa análise tão detalhada. Então, pra mim, foi importante. Vai ser muito bom! Eu penso, que nos meus próximos planejamentos, no próximo ano, se Deus quiser, eu vou me apegar muito, a isso aí, porque quando eu tiver essas análises, aquela primeira tabela, que você nos deu com os tipos de erros, então eu acho que, pra mim, foi muito bom. (HIPÁTIA, 2020).

Ahhh sim... eu acho que até já te falei da outra vez. A gente vê os erros dos alunos, a gente tenta até ajuda-los e é como eu já te disse essa compreensão, essa análise aí que você fez nuunca tinha passado pela cabeça. A gente até dizia que o menino não sabia onde colocar o sinal, não colocou unidade debaixo de unidade, dezena embaixo de dezena. Essa análise ela é muito importante pra gente. (HIPÁTIA, 2020).

Os depoimentos da professora Hipátia indicam que ela, apesar de não adotar na sua prática a perspectiva da Pedagogia do Percurso, a qual defende que é necessário identificar o que estudante errou para poder planejar estratégias didáticas adequadas ao desenvolvimento discente, compreende a importância desta atitude, a qual foi desenvolvida durante os encontros formativos:

Sinceramente, eu achei muito interessante porque a gente não costuma ter esse olhar. A gente não tem esse olhar. Eu nunca analisei assim. [...] A gente vê, sabe que o menino errou, mas a gente não tem essa análise que você fez. Ninguém sabe analisar desse jeito. É interessante pra gente. (HIPÁTIA, 2020).

[...] vai me orientar, e muito. Vai ser suficiente, pra mim e para os meus planejamentos futuros. Agora, eu tenho como ver, com outro olhar. Os erros, dos alunos. E, também, eu vou ter uma compreensão melhor de como ele tá, o porquê que ele faz isso. Porque, eu até tenho como argumentar com ele, perguntar pra ele. "Por que você fez assim?". E ter uma resposta, pra ele, mais sólida. Isso é muito bom, pra mim. (HIPÁTIA, 2020).

Embora seu entusiasmo com o instrumento seja verbalizado, a professora demonstra que não sabe, além de achar difícil, como realizar intervenções.

Eu penso que a gente poderia até... quando a gente aprendesse o Quadro seria mais fácil explicar para o aluno, do jeito que você tá explicando para a gente, mas fora isso é difícil. Eu não vejo como intervir não! (HIPÁTIA, 2020).

Eu não consigo, no momento, ver o que é que eu faria. (HIPÁTIA, 2020).

A docente oscila momentos em que informa não saber o que fazer, como os relatados acima, com a indicação de intervenções, como se observa a seguir:

Bom, aqui, pode ser bem tradicional, mas eu acho que o que ele está precisando, aqui, é aprender a tabuada, mesmo. A questão da tabuada, né?! Ele vai ter que saber, que somar o $8 + 6$ não vai dar 16. Então, eu acho que é uma questão de trabalhar mais, com um material concreto para ele aprender, de fato, a tabuada. Eu acho que é uma opção. É uma das intervenções, que com certeza, eu vou fazer. É, que os alunos aprendam a tabuada. Não decorar. (HIPÁTIA, 2020).

Tais intervenções são indicadas partir de práticas que são abordadas dentro do saber conteudístico, como a necessidade de ensinar agrupamento e desagrupamento, características do Sistema Cifranávico – SC – e não das operações.

Ou seja, para que o estudante avance na compreensão dos algoritmos, é fundamental que ele saiba como o SC está organizado. Porém a professora não relacionou diretamente, em suas intervenções, a importância da conexão da aprendizagem das características do SC com a aprendizagem dos algoritmos.

Então esse aqui eu acho que, a gente quando tá vendo aqui os erros deles que não importa onde o número está, ele quer é fazer, quer tirar o maior do menor então aqui também eu acho que o que vai ajudar é fazer esses agrupamentos, formar grupos com material concreto, eu acho que vai facilitar. (HIPÁTIA, 2020).

A intervenção, além da tabuada, a gente tem que trabalhar, mesmo, é dar mais ênfase, à questão dessa subtração com desagrupamento e reagrupamento. (...) Eu acho que teria que trabalhar, junto com ele, pra fazer o reagrupamento. Explicar, que tem que desagrupar, reagrupar. (HIPÁTIA, 2020).

A professora também acredita que a participação dos pais interfere na forma como os estudantes respondem às questões.

Em vez de reagrupar, de tirar o 1 do 5 e agrupar com o 2 para ficar 12 e dizer $12 - 7 = 5$ e o 5 ficar 4, a gente colocava esse reagrupamento era na dezena aqui, no 1. Quando você diz 7 para $12 = 5$ aí vai um né? A questão do vai um... eu observei que muitos alunos faziam assim, sabe? Acho que os pais ensinam dessa forma. Ainda bem que eu aprendi direitinho do outro jeito para ensinar. Aprendi a fazer o reagrupamento direitinho. (HIPÁTIA, 2020).

A professora também indica que o trabalho com material concreto pode fortalecer a aprendizagem dos estudantes. Tal análise também é feita por Lorenzato (2006).

Trabalhar com material concreto, trabalhar com o Quadro Valor de Lugar, explicar bem a questão da subtração com o desagrupamento e o reagrupamento, né? E eu penso que seja isso aí. É uma das estratégias. (HIPÁTIA, 2020).

Sobre a importância da avaliação para diagnosticar a aprendizagem dos estudantes, Nunes *et al* (2009) destacam que o docente, como um profissional que trabalha a partir de evidências, precisa identificar maneiras de avaliar a compreensão que a criança tem de número e de sistema de numeração e planejar atividades para promover essa compreensão em sala de aula, ou seja, é preciso diagnosticar os conhecimentos dos estudantes para conhecê-los melhor.

Os saberes existenciais evidenciam que a professora possui uma relação de descrença sobre a sua capacidade de aprender Matemática. É possível afirmar isso nas seguintes colocações: “Vixe! Eu não consegui aprender ainda não.” Em outro momento ela afirma: “Eu acho que vai me ajudar, se eu conseguir aprender. Eu acho que memorizar isso aí eu não tenho mais condição.” (HIPÁTIA, 2020).

De acordo com Barguil (2017a) os saberes existenciais são as crenças, percepções, sentimentos e valores – a subjetividade – do professor e contempla a percepção que ele tem sobre Educação, sobre a sua profissão, sobre o estudante, sobre o conhecimento e sobre a vida

A professora também se sentia insegura, mesmo com toda a sua experiência, durante as análises feitas.

E como eu me senti? Igual a uma aluna, em sala de aula. Às vezes, né?! Cheia de dúvidas, insegura com algumas respostas que eu dava: “Meu Deus, eu tô fazendo isso certo?” “Ah, você é uma professora experiente. Por que está falando assim? (HIPÁTIA, 2020).

Ai, Renato, eu fico te dando as respostas e me acho boba: “Será que eu estou dizendo certa?”. (HIPÁTIA, 2020).

A professora apresenta, ainda, em sua prática características da chamada Pedagogia do Percurso (BARGUIL, 2017a), quando afirma:

É, de 29 alunos, 19 errarem todas contas de subtração, também, é surpresa. Porque, assim... apesar de eu considerar mais difícil, a compreensão pra alguns, mas, eles... porque, também, ali, no trabalho... sempre eles trabalhavam em grupo, em duplas. Então, o conhecimento de um, favorecia ao outro. A troca de conhecimento, deles. (HIPÁTIA, 2020).

É uma das intervenções, que com certeza, eu vou fazer. É, que os alunos aprendam a tabuada. Não decorar. Como eu peço para que eles não decorem a tabuada porque, isso daí, não ajuda, não. (HIPÁTIA, 2020).

Sempre trabalhar em grupo, ou em dupla, eu acho que isso favorece muito, sabe? Enriquece. Eu gosto muito de trabalhar assim, é umas das coisas que eu faço muito. E tá sempre auxiliando o aluno. Eu deixo que eles façam e, depois, eu vou passando de mesa em mesa, muitas vezes, eu vejo... “vamos ver onde foi que você errou!” Fazer essa intervenção, mas individual, também. Além de trabalhar em grupos. (HIPÁTIA, 2020).

Eu acho, assim: é uma coisa que a gente tem que ter em mente, que a gente tem que saber a tabuada. A gente tem que fazer uso, dela! Não de uma forma de decorar, como eu já falei, né?! De decorar, de memorizar, a tabuada, mas saber usar, algumas estratégias, que favoreçam esse aprendizado. (HIPÁTIA, 2020).

Curi (2005) afirma que as crenças que os docentes têm com relação à Matemática e ao seu ensino influenciam na tomada de decisões quando estão em atuação profissional. Os aspectos revelados por Hipátia configuram-se, no entendimento de Barguil (2017a) como saber existencial.

Para que o desenvolvimento profissional docente aconteça, é fundamental que a formação de professores reconheça as relações entre cada um desses saberes, considerando e entendendo as dificuldades apresentadas por eles. Além disso, é necessário perceber a docência como uma prática social que lida com pessoas, as quais possuem emoções e sentimentos que se manifestam nas relações.

Sobre esta temática, Barguil (2006, p. 340) defende que

[...] reconhecer é um fenômeno social ocorrente por intermédio da linguagem, sendo a escola um espaço construído com a finalidade específica de propiciar que esse processo aconteça de maneira mais efetiva e produtiva do que na sociedade de uma maneira geral.

Assim, diante da análise das categorias elencadas, pode-se inferir que os saberes docentes não possuem um fim em si mesmos. Suas características precisam ser observadas e inseridas em contextos para que o professor possa contemplar a sua jornada e reconhecer-se capaz de aprender e ensinar Matemática.

7.5.3 Newton

Esta seção reflete sobre os encontros realizados com o professor Newton para analisar as respostas dos estudantes da turma dele (Apêndice J), bem como sobre a entrevista realizada com ele, que teve como objetivo estudar a análise do diagnóstico da sua turma (Apêndice M).

Na ocasião, foi possível observar os seus saberes docentes, de acordo com as contribuições de Barguil (2017a), Toledo e Toledo (1997), Moretti (1999), Boaler (2018) Lorenzato (2006). As inferências realizadas a partir dos seus depoimentos foram categorizadas nos saberes conteudísticos, pedagógicos e existenciais, que serão apresentados a seguir.

Em relação aos saberes conteudísticos, que contemplam os conteúdos e a forma como estes estão organizados no currículo, o docente conclui que o ensino da adição recebe mais atenção, tempo e dedicação em detrimento ao ensino da subtração. Além disso, o professor aprendeu que os erros dos algoritmos podem estar relacionados às características do SC, como o conceito de ordens e agrupamentos.

[...] a gente trabalha muito a questão de situação-problema, multiplicação e envolve muitas outras questões que eles usam mais a adição. Então acho que um dos motivos talvez seja esse. Essa é a operação mais recorrente para eles. (NEWTON, 2020).

O tempo não é o mesmo. Acaba que o trabalho de situação-problema ou de multiplicação, eu dedico mais tempo à adição, de fato. [...] Quando a gente planeja, vamos trabalhar: adição, subtração, depois situações-problemas, depois multiplicação, depois divisão. Acaba que divide os conteúdos, mas nos decorrer do tempo, a adição acaba predominando. Na situação-problema eu acabo dedicando mais tempo às situações que prevalecem a adição, como a contagem de dinheiro. Mesmo separando as unidades igualmente, na resolução e elaboração de questões, a adição prevalece. (NEWTON, 2020).

Eu acho que eu me “deti” mais tempo, à questão da adição. Que, eu, até disse no encontro passado, quando eu penso em questões de situações problemas, eu acabo, priorizando, a operação de adição. Então, eu acho que esse menor tempo dedicado à subtração, tem uma reflexão dentro do que a gente percebeu. (NEWTON, 2020).

Acho que tem que repensar as classes e as ordens ver como está o estudo deles nesse sentido. É isso: acho que esses erros estão mais ligados ao conceito de ordem. (NEWTON, 2020).

Além do tempo dedicado ao ensino da adição, apontado como determinante pelo professor, Toledo e Toledo (1997) também indicam outro fator que interfere na aprendizagem da adição: é mais natural para as crianças adicionarem. O mesmo não ocorre com a subtração.

Moretti (1999) destaca que, assim como a percepção do professor Newton, o entendimento do funcionamento dos sistemas de numeração é fundamental para a compreensão dos algoritmos e realização das operações.

Sobre os saberes pedagógicos, destaca-se que para o docente o diagnóstico é um instrumento essencial para o seu trabalho. Newton afirma que a partir da análise realizada foi capaz de identificar onde os estudantes estão errando e isso permite que ele elabore estratégias de intervenções mais eficazes. Para o professor, o ativismo escolar também é um impeditivo para a realização de atividades que prezem por um olhar mais cauteloso acerca da aprendizagem dos estudantes.

Esse diagnóstico dá detalhes para a gente saber realmente onde o aluno apresenta a dificuldade. Porque, por exemplo, a gente vê que a maioria não apresentou muitos erros na representação, então ele já tem essa noção consolidada de como armar a conta, mas aí a gente analisando por categoria, tem os que não compreendem a questão da ordem, os que apresentam dificuldade na hora de agrupar, então a gente consegue identificar cada por menor da conta. (NEWTON, 2020).

[...] essa análise, ela ajuda a gente a refletir, sobre a nossa prática. Porque, querendo ou não, a rotina da sala de aula, da escola, é muito corrida. E mesmo que a gente tenha o horário reservado, pra planejamento, a gente não consegue sentar, plenamente, e refletir sobre isso. Refletir sobre os resultados. (NEWTON, 2020).

Porque, acaba que essa correria, vai passando e a gente acha que tá tudo ok, quando, na verdade, pode virar uma bola de neve e aí, complica mais à frente. Quando chega lá no final, a gente não entende. A gente acha que tá tudo ok, mas quando chega lá no final, e não é o que nós desejamos, ou o que nós pensamos, aí, fica mais difícil de analisar. Porque tá aquela bola de neve, e aí, dentro daquilo, como é que eu vou perceber, se já passou tanto tempo, já misturou tudo? Então, eu acho, que serve mais, nesse sentido, de refletir e ir analisando passo a passo, digamos assim. (NEWTON, 2020).

Boaler (2018) ressalta a importância dos diagnósticos para a Educação Matemática, pois a mudança de avaliações que dão notas e pontuações para a elaboração de diagnósticos favorece que os professores ajudem os estudantes a refletirem sobre o seu conhecimento e ampliá-lo.

Para o professor Newton, o trabalho com o concreto, assim como defende Lorenzato (2006), é fundamental para o desenvolvimento da aprendizagem de adição e subtração. O professor cita o QVL como recurso necessário para esse avanço.

Eu acho que foi o erro mais recorrente. Eu penso em trabalhar com o concreto, com materiais que eles possam entender. Por exemplo, se eu tenho o menor em cima: como eu vou tirar mais, tendo o menor em cima? Acho que tem que trazer mais algo concreto. (NEWTON, 2020).

No QVL ele vai tendo a noção dos agrupamentos que cada um vai mudando de classe de acordo com a base, mas aí ele tem também que saber que classes são essas, por isso acho que uma prática seria mostrar a questão das classes e das ordens, eles saberem quais são as classes e quais são as ordens e depois trabalhar as transformações. (NEWTON, 2020).

Acho que o QVL, mas também pensar em uma proposta, uma estratégia que ensine a eles a ordem exata de como começar um cálculo de subtração porque como eu disse anteriormente pelos erros constantes, a ideia que se tem é que eles estão começando a ordem errada de subtrair. Então tem que pensar a estratégia nesse sentido de não só estruturar o cálculo, mas ensinar por onde começar esse cálculo. (NEWTON, 2020).

A gente está encontrando muito erro em agrupar e desagrupar. Então, acho que trabalhar com o QVL é fundamental. Até então eu só penso no QVL porque eu estou vendo muito erro de agrupamento e desagrupamento. Porque tem pouco erro de representação. Eles sabem armar a operação, mas

mesmo assim a gente percebe que tem alguns confundindo a operação. (NEWTON, 2020).

O cálculo numérico também é observado na fala do professor Newton como algo que precisa ser ensinado para os estudantes, pois apenas observar o resultado não é suficiente para afirmar que o estudante sabe as operações de adição e subtração.

[...] porque se a gente for pegar no geral, ahh tá aqui, tá certo! O resultado tá certo, ele acertou! Mas tem muita questão aí que tá com o resultado correto, mas se a gente for analisar, estão faltando alguns pontinhos que acabam virando uma bola de neve depois. (NEWTON, 2020).

Tem que pensar em uma intervenção que eles se familiarizem com os termos porque até nesse período eles vêm com dúvida: professor, essa conta é de mais ou é de menos? Eles ainda não conseguem associar o sinal às contas de adição e subtração. Eu teria que intervir para eles conhecerem os termos corretos das operações. São esses dois que eu vejo mais. (NEWTON, 2020).

Eu aprendi, realmente, que não é só eu explicar o que é adição, subtração, mas acho que devem ter momentos que eu tenho que parar analisar, fazer testes, porque como eu venho dizendo: “eu vou ver realmente o que o aluno não aprendeu.” Eu acabo me prendendo ao todo, vejo só o resultado, vejo que o aluno armou correto. Mas será que um agrupamento ele fez certo? Será que um desagrupamento ele não tá sabendo fazer? Então acho que isso é o mais importante. (NEWTON, 2020).

Sobre a importância de interpretar os símbolos matemáticos para a resolução de atividades, Smole e Diniz (2001) afirmam que existe uma especificidade, uma característica própria na escrita matemática: ela é uma combinação de sinais, letras e palavras que se organizam conforme certas regras para expressar ideias.

A Pedagogia do Discurso (BARGUIL, 2017a), que favorece a mecanização do Homem e despreza as suas potencialidades, pautada apenas na fala do professor e na escuta pelo estudante também é destacada nos trechos abaixo. O professor reconhece que está em processo e que os encontros formativos impactaram na sua prática.

A principal importância é refletir sobre a própria prática. Eu passo, eu ensino o conteúdo, eu explico direitinho, eu até posso ver que o resultado ele tem acertado, mas eu não vejo, por exemplo, que ele tá errando as ordens. Eu acabo me preocupando só com o resultado e eu não faço essa análise mais detalhada. (NEWTON, 2020).

Os indícios da superação da Pedagogia do Discurso para a Pedagogia do Percurso também são observados no seguinte trecho:

A gente acaba refletindo sobre a prática porquê? Porque ahh... *o resultado tá correto...* então quer dizer o quê? Que esse conteúdo que eu ensinei, eu ensinei da forma correta porque ele acertou o resultado. Mas se eu parar para pensar a estrutura apresenta alguns erros, aí eu volto lá no meu planejamento, na minha prática: será que não ficou tão explícita essa questão da estrutura (representação); será que só o resultado é importante? Será que eu estou só desenvolvendo o cálculo mental e acabo de perceber que a gente precisa registrar o agrupamento e o desagrupamento na própria conta. Então a importância dele é essa: eu acabo percebendo o que passa despercebido tanto na minha fala, quanto na aprendizagem deles. Eu posso estar concentrando meu olhar só em uma coisa. (NEWTON, 2020).

Sobre os saberes existenciais, ou seja, as crenças, percepções, sentimentos e valores do professor desenvolvidos durante os encontros destaca-se que o medo de errar é algo pertinente. A cobrança pessoal para que as respostas estivessem corretas foi apresentada no trecho a seguir.

Eu me senti, não sei... acho que é um misto de: “não sei se eu tô certo, não sei se eu tô errado...” porque a gente começa a refletir: *poxa! O que foi que talvez eu tenha errado? Será que tá certo?* Porque essas questões refletem justamente na nossa prática, você começa a refletir: *será que o modo que eu tô trabalhando, o modo como eu tô conduzindo tá correto? Onde que eu errei?* Eu penso mais nesse sentido. É um mix mesmo, no caso. (NEWTON, 2020).

O professor também relata que o acolhimento dado durante o processo foi importante para que o medo desse lugar às reflexões sobre a sua prática e, assim, pudesse enxergar que saberes precisava ampliar. O professor também destaca a importância da Ciência para o progresso da prática docente.

Eu penso que um professor que se acomoda, que não reflete sobre o próprio trabalho dele não evolui. O acolhimento, com certeza, foi 100%, mas acho que a pesquisa veio justamente para isso: para gente repensar, ver o que tá bom, ver o que pode melhorar. É justamente isso que faz a nossa prática. (NEWTON, 2020).

A partir das análises dos saberes docentes do professor Newton, infere-se que sua prática foi impactada pelos diagnósticos estudados. Destaco o acolhimento apontado pelo professor como um fator necessário para que ele pudesse progredir na sua relação com a Matemática e no desenvolvimento dos seus saberes.

Com isso, percebe-se que os saberes docentes, como defende Barguil (2017a), devem ser incorporados ao cotidiano escolar. Não somente para a reversão dos baixos índices de aprendizagem matemática, mas para o acolhimento dos professores, de seus anseios e suas dúvidas. Afinal, como destaca o autor: “Aprender não é somente pensar, mas envolve ação, emoção e percepção, enfim, todo o ser.” (BARGUIL, 2006, p. 340).

7.6 Entrevista Final

Foi realizada uma entrevista objetivando analisar as contribuições dos encontros formativos na ampliação dos saberes docentes – conteudístico, pedagógico e existencial – dos participantes da pesquisa (APÊNDICE D). O instrumento tinha 9 (nove) questões: 2 (duas) referentes ao saber conteudístico, 4 (quatro) ao saber pedagógico e 3 (três) ao saber existencial.

Participaram deste momento final da pesquisa a professora Florence e o professor Newton, sendo que as transcrições das entrevistas constam, respectivamente, no APÊNDICE N e no APÊNDICE O. A professora Hipátia informou que não estava mais com condições de participar da pesquisa, por isso a sua entrevista não foi realizada. Apresento, a seguir, a análise da entrevista final realizada com Florence e Newton.

7.6.1 Florence

A entrevista aconteceu em 08 de fevereiro de 2021.

Sobre os saberes conteudísticos, observa-se que a professora tem a ideia de que o conhecimento matemático é estanque. Para a ela, o conhecimento não apresenta muita evolução.

[...] por mais que a gente queira trabalhar de forma mais contextualizada, mas a matemática, ontem, hoje e amanhã, ela permanece com algumas variações. Poucas, né? Mas, no geral, ela é sempre igual, né?! Tanto que ela é exata, né?! (FLORENCE, 2021).

Esse tipo de perspectiva vai de encontro com o pensamento de D'Ambrósio (1999, p. 97) ao afirmar que “[...] acredito que um dos maiores erros que se pratica em educação, em particular Educação Matemática, é desvincular a Matemática das outras atividades humanas”. Ou seja, é preciso enxergar a Matemática como um conhecimento em evolução que tem a sua base nas relações humanas, portanto social.

É possível perceber que a professora aprendeu que o SC está organizado em grupos e que passou a utilizar termos mais adequados para explicá-lo.

Eu não falo mais pedir emprestado, não. Eu falo agrupar e desagrupar. Isso já deu uma mudada, né? Já é uma coisa que mudou, na minha prática. E daí, vai. (...) A gente tem que levar o caminho correto, de ele entender. “Ah, não é só o tirar, não é só o pedir emprestado.” Porque são as linguagens, que às vezes, a gente utilizava em sala. (FLORENCE, 2021).

A professora sugere também que a organização curricular pode contribuir para que a Educação Matemática seja mais produtiva e alcance melhores resultados nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

É a base, Renato. É algo que a gente tá trabalhando no quinto ano. Mas é algo que a gente precisa mudar o conceito dos educadores, desde o infantil, até o primeiro ano do fundamental, pra levar um pouquinho mais a sério, essa questão da matemática. Porque a maioria dos nossos alunos chegam pra nós sem o conhecimento mínimo, necessário, pra a gente trabalhar os conteúdos de quinto ano. (FLORENCE, 2021).

Sobre os saberes pedagógicos a professora afirma que o quadro criado por Barguil (2020) foi fundamental para as mudanças da sua prática. A partir dos encontros para as análises da turma que realizou o diagnóstico, a professora pôde perceber e aprender que não é somente o resultado que importa, que analisar com cautela os estudantes é importante e que tal atividade tem impacto na sua prática pedagógica.

“Ah, mas o que importa num é o resultado?” Aí, eu falei assim: “Sim, importa o resultado. Mas, o caminho que leva a esse resultado, se não for um caminho que ela se aproprie, que ela saiba, que ela entenda o porquê que ela está fazendo daquela forma, ela vai se atrapalhar. E aí, o resultado não vai chegar.” (FLORENCE, 2021).

O certo, o errado, dá a nota. Mas se parar pra pensar, como essa pesquisa, como esse seu trabalho, conosco, me fez pensar: “Por que é que ele não tá entendendo? O que é que ele não tá entendendo? Qual é o olhar dele? Por que que ele fez dessa forma?” (FLORENCE, 2021).

Mudou sim porque a partir do momento que eu olho diferente para a questão, de como o meu aluno tá aprendendo, eu reavalio a minha prática, eu reavalio a minha fala. (FLORENCE, 2021).

Sobre a importância de observar o processo em detrimento do resultado final, Ramos (2009, p. 114) declara que “[...] uma grande dificuldade no início de uma adição breve com agrupamentos é que a criança tem de simultaneamente calcular $6 + 8 = 14$ e registrar isso como ‘1’ na coluna das dezenas e ‘4’ na coluna das unidades.”.

Esse tipo de ação resulta, em alguns casos, no registro do numeral 14 na ordem das unidades. Ao observar esse resultado, de acordo com a professora, em

consonância com Ramos, é fundamental entender por que o estudante fez esse registro olhando para além da perspectiva de certo e errado ao corrigir as atividades.

A professora relata que o fato de possuir muitas turmas e o ativismo escolar são fatores que dificultam para esse tipo de análise ser realizada.

A gente, quando tem muitas turmas, Renato, às vezes, a gente não para muito pra isso. A gente tem a... a gente precisa preencher nota, a gente precisa preencher diário, a gente precisa ser rápido. Mas se a gente quer fazer a diferença, a gente tem realmente que tirar um tempinho pra fazer essa análise. Até mesmo pra facilitar o trabalho em sala, né?! (FLORENCE, 2021).

A professora aprendeu também que recursos como o QVL podem auxiliar na explicação dos conteúdos e na compreensão dos estudantes sobre adição e subtração.

[...] o recurso para sala de aula, para Matemática... porque, às vezes, a gente fala assim: “Ah, é mais fácil trabalhar o recuso na Ciências, no Português e tal. Mas não, a gente consegue utilizar os recursos, dentro da matemática de forma eficaz. Então, assim: trouxe mudança. Trouxe sim! Me fez ter o olhar diferenciado, dando, realmente, um valor maior. E, às vezes, a gente falava assim: “Ah, vamos colocar só problemas, vamos colocar coisas que sejam da vivência deles...” Mas, na hora do efetuar, do fazer, ele continuava com o papel e o lápis, entendeu? (FLORENCE, 2021).

Mas eu, particularmente, achava que, talvez, fosse perder mais tempo, que não fosse ser interessante pra eles, entendeu? Que eles fosse achar que aquilo ali era bobagem. (FLORENCE, 2021).

Eu tenho que entender, que forma que aquele recurso pode me ajudar, pra quê que eu tô utilizando, na hora que eu vou fazer o meu planejamento, quando eu coloco aquele recurso, eu tenho que saber com propriedade, que aquilo pode trazer algum conhecimento a mais. (FLORENCE, 2021).

Não só o falar, o colocar no quadro, mas trazer para o aluno, aquela vivência, aquela experiência, de ele entender que os algarismos formam os números, que os números têm as suas ordens, suas classes e que a gente pode tá fazendo as operações matemáticas, ali, no QVL. (FLORENCE, 2021).

Eles têm que entenderem, na prática, como você trouxe o QVL. Aí eu vejo as ordens, eu vejo as classes, eu vejo que eu começo pela unidade, eu vejo que eu tenho que desagrupar ou agrupar alguma coisa na ordem seguinte. Então, aquilo ali, ele vai fazer ali no QVL, e depois, quando ele traz para o papel, ele já vai fazer com propriedade, como foi que ele fez. (FLORENCE, 2021).

Sobre a importância do concreto para a aprendizagem, Lorenzato (2006, p. 22) explica que

É muito difícil, ou provavelmente impossível, para qualquer ser humano caracterizar espelho, telefone, bicicleta ou escada rolante sem ter visto, tocado ou utilizado esses objetos. Para as pessoas que já conceituaram esses objetos, quando ouvem o nome do objeto, sem precisarem dos apoios

iniciais que tiveram dos atributos tamanho, cor, movimento, forma e peso. Os conceitos evoluem com o processo de abstração; a abstração ocorre pela separação.

A professora destaca o Quadro criado por Barguil (2020) como indispensável para a sua prática.

Com certeza, Renato. Antes, eu olhava para uma avaliação, pra uma atividade, e eu simplesmente corrigia: certo ou errado. Agora, eu olho e avalio a mim mesma, quando tô corrigindo a avaliação do aluno. “Por que, que meu aluno fez assim?” “Por que é que ele entendeu dessa forma?” Aí, naquela tabelinha que você mostrou pra a gente, naquele quadro, onde você trouxe os erros subdivididos, os tipos mais comuns de erros e em quê, que eles erraram. Aquilo ali, tá ali, tá impresso e tá colado ali, no meu escritório. Por quê? Porque aquilo ali foi um norte muito grande, pra mim. (FLORENCE, 2021).

A avaliação externa também foi abordada como um conhecimento pedagógico que interfere na prática e nas escolhas que a professora faz.

Porque, na prefeitura, você sabe que eles têm o SPAECE, que eles têm avaliações que são importantes e que a gente tem que trabalhar. Mas como é que eu vou trabalhar com o meu aluno, se ele não aprendeu, lá atrás, o que ele deveria ter entendido? (FLORENCE, 2021).

Sobre o saber existencial, a professora destaca que no início teve medo, mas que durante os encontros foi ganhando confiança, modificando a sua forma de estar na pesquisa e entendendo as contribuições para o seu processo de desenvolvimento pessoal e profissional.

Essa pesquisa, com você, na realidade, no começo, eu fiquei receosa. Porque, querendo ou não, tanto a gente avalia, como é avaliado. Mesmo que a função não seja essa. E a gente tava ali e eu começando na escola, nas turmas de quinto ano, tudo novo, diferente. (FLORENCE, 2021).

A professora também revelou seu desgosto e sentimentos de incapacidade diante da possibilidade de ensinar Matemática.

Mudou por quê? Eu nunca gostei de Matemática. Nunca! Eu sempre tive muita dificuldade, com a Matemática. Desde pequena. E, às vezes, as posições que os professores tomavam conosco, na época, nos fazia sentir mais, assim. Menos inteligentes, menos capazes é como se a matemática fosse algo que não fosse pra todos os mortais. (FLORENCE 2021)

Porém esses sentimentos puderam ser revisitados, ampliados e reelaborados a partir dos encontros formativos e do acompanhamento realizado durante o desenvolvimento da pesquisa.

Então, ao preparar as aulas, ao estar com você, durante esse período ao ouvir você, o que você trouxe pra a gente, aquilo que você falava: “Ah, vamos aqui, vamos fazer dessa forma, o que é que vocês acham disso, o que é que vocês pensam sobre isso?” Realmente mudou. (FLORENCE, 2021).

A professora também revelou que desenvolveu sentimento de capacidade e desejo de mudança, além da desmistificação da matemática como algo destinado para poucos.

Tirar aquela coisa do medo e tudo. E eu posso te dizer que eu me surpreendi comigo mesma. Eu me descobri uma professora de matemática, assim... não mais mediana. Eu tenho tentado me superar pelos meus alunos e isso foi bom pra mim. E os nossos encontros, trouxe essa leveza, sabe? Da matemática. Tirou aquele peso que a matemática tinha na minha vida, pela minha vivência, lá na infância. Não da (nome dela) professora. Mas da (nome dela) menina, da (nome dela) aluna, da (nome dela) que errava, que tinha vergonha de errar. Então, esses encontros, eles me abriram os olhos pra ver a matemática de uma outra forma. Era um trabalho que eu já vinha fazendo, internamente, comigo. E serviu, só pra dar aquele salto, aquele alívio, de dizer assim: “Opa, que bom que eu tô no caminho certo, que bom que eu tô aprendendo, que bom que eu posso trazer pros meus alunos, que eu posso fazer com os meus alunos, diferente do que fizeram comigo.”. Então, isso foi muito bom. (FLORENCE, 2021).

São coisas que eu percebi, que eu posso fazer diferente com os meus alunos, pra que eles não cresçam e não se sintam como eu me senti. (...) Como a gente é professor, a gente acha que não pode errar, né? Então, foi bem, assim... foi constrangedor e foi engraçado ao mesmo tempo. (FLORENCE, 2021).

E como que a gente pode lidar, com eles, num momento como esse, pra que aquilo não seja um momento de trava, né? E sim, o momento que eles possam trabalhar, também, com essas frustrações e com essa situação relacionada às emoções, porque elas influenciam muito. (FLORENCE, 2021).

Segundo Chacón (2003, p. 75), “[...] o autoconceito em relação à matemática é formado por conhecimentos subjetivos (crenças, cognições), as emoções e as intenções de ação sobre si mesmo referentes a matemática.”. Para ela,

[...] as crenças que os jovens manifestam sobre o sucesso e o fracasso em matemática envolvem valores do grupo social, de sua dimensão afetiva e do posicionamento que elas assumem diante da matemática. O gosto pela matemática aparece como um motivo interno incontrolável (CHACÓN, 2003, p. 77).

Assim, Boaler (2018) destaca que apreciar a importância das mentalidades matemáticas e desenvolver a perspectiva e as estratégias para mudar as mentalidades sobre esse componente curricular envolve reflexão cuidadosa sobre aprendizagem e relação com a matemática.

Ao afirmar que os saberes docentes da professora Florence foram impactados pelos encontros formativos e pela pesquisa, observam-se os efeitos dos pensamentos limitantes em como conhecimento matemático é abordado no espaço escolar.

Portanto, a prática docente e a formação profissional constituem-se vertentes que precisam trazer para as instituições escolares o debate sobre como a Matemática está sendo ensinada e como os professores estão se sentindo nesse processo.

7.6.2 Newton

A entrevista aconteceu em 04 de fevereiro de 2021.

Sobre os saberes conteudísticos é possível apontar que o professor aprendeu mais sobre sistema de numeração, porém ainda tem dificuldades em associar os conceitos relacionados à definição do *Sistema Cifranávico*. O docente traz para si a responsabilidade de aprender sobre o conceito. Conforme explanado por ele no trecho abaixo:

É, eu aprendi mais, né?! De como trabalhar o Sistema de Numeração Decimal, mas o Sistema Cifranávico, pra mim, ele ainda ficou... eu ainda não consegui compreendê-lo bem, né? Mas, é uma percepção minha. Não, com relação ao que foi dado, ao que foi explicado por você. Foi mais uma questão minha, que eu ainda não consegui compreender direito. Essa questão do Sistema Cifranávico. (NEWTON, 2021)

Para o professor, um dos maiores aprendizados foi a oportunidade de aprender a categorizar os erros a partir do quadro de Barguil (2020). O docente destaca a supremacia do zero como um erro que ele não tinha conhecimento e foi aprendido durante os encontros formativos.

O que eu achei interessante foi aquela questão da supremacia do zero. Que, quando a gente analisando as respostas, aí, a gente vê, que quando ele não sabia a resposta ou ele deduzia, o zero acabava sobrepondo o resultado. (NEWTON, 2021)

Sobre a função do zero e a aparente dificuldade em operar com ele Ifrah (1994) destaca que durante mais de 1500 anos os matemáticos e astrônomos desprezaram o zero. Para o autor, ao aplicar o princípio posicional, em algum momento, é necessária uma representação para o vazio, as unidades que estão

faltando. Sem a representação do zero era usada a mesma notação para 24, 204, 2004 etc. Assim, segundo Ibrah (1994), de maneira muito sutil, percebe-se que o “nada” inserido entre os algarismos serve para quantificar a ausência de unidades.

O professor reconhece ainda que o seu saber sobre o SC ainda é confuso, representando esse um dos maiores desafios para a sua prática. Em suas palavras:

Os maiores desafios que eu encontrei, eu sempre repito na minha fala, é o próprio Sistema de Numeração Decimal. Eu acho que a maior dificuldade deles, é a mudança das classes e ordens. Eles não têm, isso muito definido. Nem eu, no caso. Eu acabo me confundindo, às vezes. (NEWTON, 2021)

Em outro momento, ele declara:

Então, os maiores desafios é mesmo, como trabalhar esse Sistema de Numeração Decimal, pra deixar mais claro possível pra eles. Pra, aí, posteriormente trabalhar as próprias operações. (NEWTON, 2021)

Sobre a ampliação do saber conteudístico concernente ao SC, Lerner e Sadovsky (1996, p. 124) afirmam que

[...] é preciso considerar que “trata-se de ensinar – e de aprender – um sistema de representação”, portanto, as situações de ensino devem permitir mostrar, não só “a própria organização do sistema”, como descobrir “as propriedades da estrutura numérica que ele representa”: “significados numéricos – os números, a relação de ordem e as operações aritméticas envolvidas em sua organização.”.

Sobre os saberes pedagógicos o professor destaca que os encontros formativos o ajudaram a entender que a aprendizagem dos estudantes possuem ritmos diferentes e que é preciso que ele observe com calma cada um, conforme Newton (2021) destaca em:

Porque eu trabalhava num ritmo, que esse meu ritmo, ele meio que ignorava a minha percepção de como o aluno, ele tava percebendo, essas operações. Então, a pesquisa, veio para mostrar, principalmente, para parar, para avaliar as respostas dos alunos. [...] Principalmente, no ritmo que esses saberes são ensinados, porque aí, eu acabei refletindo que eu acabava me atendo mais ao meu conhecimento, à minha compreensão do conteúdo, e aí, ignorava o ritmo do aluno.

O professor também modificou a sua forma de planejar as aulas ao perceber que os momentos para a explicação acerca dos conteúdos de subtração merecem um tempo mais adequando já que os estudantes apresentaram uma quantidade de acertos bastante baixa.

Que o ensino da adição, eu teria um ritmo melhor, de trabalho. Eu poderia trabalhar em menos aulas, digamos assim, mas a subtração, a gente teria que ter um tempo maior. (NEWTON, 2021).

Sobre os recursos didáticos, o professor aponta a aprendizagem com o QVL como algo significativo ao revistar a sua trajetória de formação, indicando avanços na utilização desse recurso após os encontros formativos.

[...] tanto a pesquisa, como a própria formação, que é disponibilizada para a gente, ela já batia na tecla do QVL. Que é um recurso, que ele não foi bem trabalhado, durante a minha formação inicial, então eu revi esse recurso, mais detalhadamente, agora, na pesquisa, na formação. (NEWTON, 2021).

O professor informa que aprendeu a realizar intervenções a partir da análise dos registros produzidos pelos estudantes nas contas de adição e subtração.

[...] pra a gente ver além dos resultados, né?! Porque não é só o que tá aparente, né?! Teve muito caminho que o aluno percorreu, até chegar nesse resultado. E algumas dessas marcas, ficam registradas na própria operação. (NEWTON, 2021).

Porque a gente acaba, que no online, a gente recebe só a atividade respondida toda bonitinha. E a pesquisa, veio justamente para eu bater nessa tecla, do aluno para ele registrar tudo até chegar no resultado final, né?! Não só deixar o resultado bonitinho pra bater a foto e me entregar. Mas pra ele deixar, realmente, os registros desse caminho. (NEWTON, 2021).

Levando em consideração que toda comunicação em Matemática é realizada através dos registros de símbolos que permitem o seu acesso, cabe enfatizar o seu papel na aprendizagem do professor Newton que está de acordo com Barguil (2017b) ao ressaltar a importância das notações no ensino de matemática e no processo de cifranavização. O autor afirma que

[...] uma pessoa aprende Matemática porque interage com essa Ciência mediante a oralidade – escuta e fala – e a notação, o registro – leitura e escrita – em contextos diversos; e iii) o calcular está relacionado a várias habilidades, as quais, caso não sejam constituídas pelo sujeito, impactarão negativamente sobre aquela atividade. (BARGUIL, 2017b, p. 235-236).

Os encontros formativos ampliaram a possibilidade de o professor Newton revisitar a sua trajetória e apresentar indícios de modificação na perspectiva sobre a Matemática.

[...] trouxe a mudança nesse sentido, porque eu enxergava o trabalho de uma forma e aí, refletindo sobre o que a gente analisou, fez eu perceber que essa forma precisava de alguns ajustes, né?! (NEWTON, 2021).

O professor deseja que o ensino de matemática seja algo mais leve e redefiniu, conforme suas palavras, a forma de trabalhar as operações matemáticas.

De redefinir o trabalho das operações, principalmente, e a própria Matemática, em si. Tornar algo menos maçante, talvez. Tentar trazer esse conteúdo de uma forma mais leve, pro aluno. (NEWTON, 2021).

A percepção e a redefinição do professor são importantes para o estudo, pois aponta a percepção de que todos podem aprender Matemática. Este também é o entendimento de Boaler (2016, p. 05): “[...] não existe essa ideia de ‘cérebro matemático’ ou ‘dom matemático’, como muitos acreditam. Ninguém nasce sabendo matemática e ninguém nasce sem a capacidade de aprender matemática.”.

O professor revelou que o seu medo de ensinar matemática estava relacionado às avaliações externas e não corresponder aos índices que são importantes para a escola e possuem reflexo na avaliação do seu trabalho.

Medo de não corresponder às avaliações externas. [...] Mas era o medo de não atingir aqueles objetivos, porque a matemática é uma das matérias exigidas em avaliações externas, né? (NEWTON, 2021).

O professor indica que a falta de experiência em ensinar matemática faz com que ele não tenha vontade de ensinar esse componente.

Porque não é uma disciplina que eu tenha muita experiência e eu sinta a vontade de ensinar, né?! Não é a minha praia, mas o desafio, a gente como professor, como polivalente, a gente tem que encarar esses desafios e tentar, sempre, mudar. (NEWTON, 2021).

A análise feita sobre os saberes docentes e os encontros formativos permitem inferir que tais momentos impactaram no entendimento sobre os conteúdos matemáticos, nas rotinas pedagógicas e nos sentimentos do professor Newton.

É possível perceber que a segurança para ensinar matemática e a modificação dos sentimentos negativos, estão relacionados, de acordo com o professor, com a experiência em sala de aula e com uma formação continuada que dê oportunidades ao professor entender a sua trajetória de estudante, Pedagogo e professor de Matemática.

Por fim, diante desses contextos informados pelo professor, encontra-se em Barguil (2006, p. 64) o seguinte destaque:

[...] as dimensões temporais – passado, presente e futuro – são merecedoras de uma teoria e uma prática pedagógica que as contemplem de modo

saudável, percebendo e valorizando as ligações entre elas, o que só acontece quando os agentes pedagógicos problematizam a sua vida.

A entrevista final objetivava escutar dos professores participantes da pesquisa as suas alegrias, aprendizagens e expectativas, além de propiciar a análise dos saberes conteudístico, pedagógico e existencial, considerando o percurso de estudo e reflexão sobre a prática docente.

Durante os encontros formativos e nas entrevistas, o saber que teve mais falas foi o pedagógico, referente a como e porque utilizar materiais concretos como o QVL, o diagnóstico e o Quadro de classificação dos erros.

Em relação ao saber conteudístico, embora os professores relatem que aprenderam algo, seus depoimentos ainda apresentam algum tipo de confusão conceitual, indicando que ainda precisam ser trabalhados durante encontros formativos.

Sobre o saber existencial, foram percebidas mudanças significativas, possibilitando-nos inferir que os encontros formativos, com planejamento, acolhimento, escuta e direcionamento pedagógico impactam positivamente na forma como os professores vivenciam a Matemática na sala de aula e nas interações que estabelecem com os estudantes, impactando nos processos de ensino e de aprendizagem.

O próximo capítulo será as Considerações Finais.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com o objetivo de analisar a contribuição de encontros formativos para a ampliação dos saberes de docentes 5º ano do Ensino Fundamental no ensino das operações de adição e subtração, essa pesquisa buscou responder aos seguintes questionamentos: Como o professor apresenta e explica os algoritmos de adição e subtração? Como o professor interpreta os saberes discentes a partir de resoluções da representação numérica dos algoritmos de adição e subtração? De que maneira a reflexão sobre a prática contribui para a ampliação dos saberes docentes sobre as representações das operações de adição e subtração?

O Objetivo Geral desta pesquisa foi Analisar a contribuição de encontros formativos para a ampliação dos saberes de docentes 5º ano do Ensino Fundamental no ensino das operações de adição e subtração. Os objetivos Específicos foram: i) Analisar as estratégias didáticas de docentes do 5º ano do Ensino Fundamental no ensino das operações de adição e subtração; ii) Interpretar as resoluções das representações numéricas de contas de adição e subtração de discentes do 5º ano do Ensino Fundamental; iii) Analisar como os professores interpretam as resoluções das representações numéricas de contas de adição e subtração de discentes do 5º ano do Ensino Fundamental; e iv) Avaliar as contribuições pedagógicas do diagnóstico de conhecimentos discentes na prática profissional de docentes 5º ano do Ensino Fundamental no ensino das operações de adição e subtração.

Diante dos resultados obtidos através das observações das aulas, dos encontros formativos e das entrevistas, é possível perceber que os professores apresentam e explicam os algoritmos da adição e da subtração rememorando as suas experiências enquanto estudantes da Educação Básica, os quais visam à memorização para aprender a resolução.

Os erros mais frequentes nas representações numéricas de contas de adição de discentes do 5º ano do Ensino Fundamental ocorreram no grupo D, *Erro na operação dos algarismos*. Dos 45 erros, 25 foram do tipo 2, *Erro na contagem da adição sem agrupamento*, e 16 do tipo 4, *Erro de contagem na adição com agrupamento*.

Atividades que envolvam a contagem, a tabuada e o uso de materiais que possibilitem o registro dessas atividades com o QVL favorecem a consolidação dessa habilidade dos estudantes.

A segunda maior concentração de erros na adição aconteceu do grupo B, *Erro na representação*. Dos 44 erros do grupo B, 15 foram do tipo 4, *Numerais invertidos*, e 12 do tipo 7, *Numerais sem operação indicada*.

Pode-se analisar esse tipo de erro como fruto da falta de atenção dos estudantes no momento da representação da conta, pois há troca de algarismos ou algarismos errados. Nesse caso, a professora pode retomar as contas com os estudantes solicitando mais atenção no momento da representação.

A terceira maior quantidade de erros na adição foi no grupo H, *Agrupamento/Desagrupamento tem registro correto, mas é ignorado*, com 33 ocorrências, sendo todas do tipo 1, *Ignora o registro correto de agrupamento*.

Para ajudar o estudante a superar esse tipo de erro, o professor pode propor atividades com o reconhecimento das unidades, das dezenas e das centenas dos numerais, agrupando-os, com o uso do tapetinho, e resolvendo questões que oportunize-os a perceberem que os agrupamentos ocorrem em todas as ordens quando a soma dos algarismos é maior que 9. Além disso, o professor precisa adotar resoluções que abordem o algoritmo completo da adição.

Nas representações numéricas de contas de adição, os erros mais frequentes ocorreram no grupo D, *Erro na operação dos algarismos*, do tipo 8, *Subtrai o (menor) algarismo do subtraendo do (maior) algarismo do minuendo*.

O excesso de erros D8 indica a necessidade de uma intervenção pedagógica para superar a ideia discente equivocada sobre a resolução da subtração, segundo a qual é necessário retirar do maior algarismo a quantidade indicada no menor algarismo sem considerar as respectivas parcelas desses.

O 2º grupo com mais erro nas respostas das contas de subtração foi o grupo G, *Agrupamento/Desagrupamento tem registro(s), mas com erro(s)*, com 21 ocorrências. O tipo 5, *Desagrupamento tem dois registros, mas com erros*, aconteceu 12 vezes, e o tipo 4, *Desagrupamento tem somente um registro*, aconteceu 8 vezes.

Para sanar os erros G4 e G5, o docente precisa explicar aos estudantes a necessidade de realizador desagrupamento e registrar quando o algarismo do minuendo é menor do que o algarismo do subtraendo.

O 3º grupo com mais erro nas respostas das contas de subtração foi o grupo C, *Resultado ausente, sem lógica identificada ou da outra operação*, com 20 ocorrências. O tipo 2, *Resultado sem lógica identificada em todas as ordens*, aconteceu 12 vezes; o tipo 3, *Resultado sem lógica identificada em algumas ordens*,

aconteceu 3 vezes; o tipo 5, *Resultado da outra operação*, aconteceu 3 vezes, e o tipo 1, Ausência de resultado, 2 vezes.

Nesse caso, o docente precisa propor situações para que os estudantes possam desenvolver essas habilidades, como realizar atividades com a tabuada, a calculadora, tampas, palitos, QVL, acompanhadas de seus registros, pode ser uma estratégia didática.

Diante do que foi analisado, Florence, Hipátia e Newton acreditam que um recurso válido para que estudantes superem os erros cometidos durante as operações é o QVL. A importância do diagnóstico foi ressaltada ao afirmarem que esse instrumento possibilita que eles identifiquem os erros cometidos pelos estudantes. Segundo Florence, Hipátia e Newton, as dificuldades nas resoluções dos estudantes decorrem da não compreensão das características do SC, organizado em ordens e classes.

A participação na pesquisa possibilitou que os professores refletissem sobre os seus conhecimentos e as suas práticas, favorecendo a ampliação dos seus saberes docentes: conteudístico, pedagógico e existencial.

Sobre o saber conteudístico, destaca-se o entendimento pelos professores das relações entre as características do SC e as resoluções das operações de adição e subtração. As falas dos professores indicam que a Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental precisa ser revista nos currículos das escolas municipais de Fortaleza.

Os docentes apontam a carga-horária reduzida como um fator que possui impactos negativos em suas práticas, pois o ensino tardio traz resultados desanimadores, considerando a baixa aprendizagem das habilidades esperadas no 5º ano.

Percebeu-se ainda que os professores tiveram limitações para identificar as aprendizagens desenvolvidas no saber conteudístico, sendo necessário que novos estudos e encontros formativos abordem esse assunto e suscitem nos docentes o reconhecimento e a nomeação das suas aprendizagens.

O saber pedagógico apresentou a maior quantidade de falas e relações com a sua prática. Talvez por ser um saber referente à sua rotina, às suas vivências, os professores sentiram-se mais à vontade para descrever as transformações.

O Quadro de erros nas operações de adição e subtração – grupos e tipos, criado por Barguil (2020), mostrou-se ser um importante instrumento para a

interpretação dos saberes dos estudantes sobre a resolução da representação aritmética dos algoritmos de adição e subtração.

Esse Quadro foi apontado pelos professores como fundamental para as práticas de ensino, sendo responsável pelas mudanças de paradigmas sobre como corrigir as atividades dos estudantes, superando a dicotomia acerto e erro, bem como lançando sobre elas um olhar investigativo.

A interpretação dos saberes discentes, a partir de resoluções da representação numérica dos algoritmos de adição e subtração, apresentou-se como um caminho que poderá ser percorrido pelos docentes para encontrar estratégias mais adequadas para o ensino das operações de adição e subtração, mediante um diagnóstico que mapeia a maneira como o estudante pensa para resolvê-las.

As análises dos erros discentes revelaram aos professores que parte dos erros cometidos está relacionada à incompreensão das características do SC, sendo imprescindível que esse conteúdo seja abordado em rotinas pedagógicas que favoreçam a sua aprendizagem. A partir dessa constatação, é um equívoco reduzir o ensino da adição e subtração ao cálculo numérico.

Diante das ações pedagógicas dos docentes, o olhar diagnóstico na análise dos erros mostrou-se um processo essencial. As rotinas pedagógicas se estruturam baseadas naquilo que o estudante precisa aprender. Assim, o diagnóstico, pensado a partir do planejamento e articulado ao ensino e à aprendizagem, indica caminhos para o acolhimento do estudante, seus anseios e aprendizagens.

O QVL, que não era utilizado pelos professores, apresentou-se como a principal referência de futuro recurso para o ensino dos algoritmos de adição e de subtração com números naturais, sendo citado por todos os participantes da pesquisa como algo fundamental para o avanço das aprendizagens dos estudantes, considerando que muitos erros indicam a não compreensão de características do SC, de modo especial o valor posicional.

Sobre o saber existencial, os encontros formativos oportunizaram os professores se perceberem como pessoas capazes de aprender, ensinar, intervir e pesquisar Matemática em sala de aula. As mudanças de sentimentos relatados pelos professores participantes do estudo revelam a possibilidade de mudança de crenças limitantes sobre o ensino e a aprendizagem de Matemática.

Ainda sobre o saber existencial, destacam-se o acolhimento e a escuta mútua durante os encontros. A Educação escolar é um processo intencional, guiada

por objetivos, sejam eles burocráticos ou pessoais. Diante disso, é possível perceber que não há processo de aprendizagem ou ampliação de saberes, no caso da formação de professores, sem o acolhimento do outro, de seus medos, anseios e angústias. Ou seja, não há docência sem escuta.

A análise feita a partir dos diagnósticos das turmas revelou que a grande maioria dos estudantes do 5º ano apresenta lacunas referentes à resolução do algoritmo da subtração, o qual requer deles a compreensão de agrupamento e desagrupamento no Sistema Cifranáutico. Os professores, ao ensinarem a subtração somente com frases com “pede emprestado”, não auxiliam o desenvolvimento da compreensão sobre as características do SC.

A formulação de Barguil (2017a) sobre os saberes docentes e o Quadro de erros nas operações de adição e subtração – grupos e tipos, criado por Barguil (2020) mostraram-se importantes veículos catalizadores de mudanças para a formação de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Em virtude da pandemia, não foi possível realizar a pesquisa conforme tinha sido desenhada antes da Covid-19, a qual previa o acompanhamento da ação docente após a elaboração do quadro de cada turma e a implementação de novas práticas, de modo especial focando a compreensão do valor posicional e a utilização do QVL. Era prevista, também, a realização de novo diagnóstico para verificar o impacto dessas ações na aprendizagem discente.

Acredito ser importante que outros estudos verifiquem se as possibilidades apontadas nesse estudo se materializam e identifiquem novos desafios para a formação docente. Outras investigações podem indicar a necessidade de alterar o Quadro criado por Barguil (2020), conforme o próprio autor admite. Também é interessante o desenvolvimento de pesquisas similares a essa sobre as operações de multiplicação e divisão.

Pesquisar sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática é um ato de coragem. Enfrentamos muitas resistências, no outro e em si. Encarar o conhecimento matemático é, portanto, uma aventura.

Espero que os resultados dessa pesquisa, na qual tanto me dediquei, alcancem as salas de aula, o “chão da escola” como alguns professores denominam as suas práticas, propiciem novas perspectivas sobre o que é o conhecimento matemático, a formação de professores e a vida, favorecendo que estudantes e professores se relacionem de maneira tranquila e produtiva.

Formar educadores matemáticos requer aprofundamento do conhecimento matemático, observando como este se encontra nos currículos. Ressalto também a aprendizagem referente aos planejamentos de atividades com professores em exercício. Realizar ações a partir da prática dos professores mostrou-se imprescindível no entendimento delas.

Por último, e talvez o mais importante, aprendi que escutar, acolher, manifestar interesse, priorizar e valorizar o trabalho do professor são pontos fundamentais para a formação docente, seja ela inicial ou continuada.

Concluo, afirmando que todos os saberes docentes estão conectados, não há hierarquia, eles não estão isolados. Conteúdo, didática e sentimento compõem a tríade da formação docente comprometida com uma Educação Matemática de qualidade.

REFERÊNCIAS

- ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática**. Tradução Orlando de A. Figueiredo. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.
- ALTET, M. A observação das práticas de ensino efetivas em sala de aula: pesquisa e formação. **Cadernos de Pesquisa**, São Paulo, v. 47, n. 166, p. 1.196-1.223, out./dez. 2017.
- ALVARADO-PRADA, L. E. **Formação participativa de docentes em serviço**. Taubaté: Cabral Editora Universitária, 1997.
- ALVARADO-PRADA, L. E.; FREITAS, T. C.; FREITAS, C. A. Formação continuada de professores: alguns conceitos, interesses, necessidades e propostas. **Revista Diálogo Educacional**, Curitiba, v. 10, n. 30, p. 367-387, 2010.
- ALVES, A. M. M. **Adição e subtração nos anos iniciais**: vai um [pra onde?] e pede emprestado [para quem?] 2014. Disponível em: <https://wp.ufpel.edu.br/antoniomaucio/files/2015/02/Texto-Aritmetica-nos-anos-iniciais.pdf>. Acesso em: 20 maio 2020.
- AMBROSETTI, N. B.; RIBEIRO, M. T. de M. A escola como espaço de trabalho e formação de professores. *In*: **Congresso Estadual Paulista sobre Formação de Educadores**. São Paulo: Unesp, 2005.
- BARGUIL, P. M. **O Homem e a conquista dos espaços** – o que os alunos e os professores fazem, sentem e aprendem na escola. Fortaleza: Gráfica e Editora LCR, 2006.
- BARGUIL, P. M. A Prova didática na formação do pedagogo que ensina Matemática. *In*: **3º SIPEMAT - Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**. Fortaleza: UFC/UECE, 2012.
- BARGUIL, P. M. O diagnóstico de competência numérica na formação do pedagogo que ensina Matemática. *In*: XI Enem – Encontro Nacional de Educação Matemática. **Anais**. Curitiba: PUCPR, 2013.
- BARGUIL, P. M. Eu, pedagogo de mim! *In*: BRANDÃO, Maria de Lourdes Peixoto; MACIEL, Teresinha de Jesus Pinheiro; BEZERRA, José Arimatea Barros (org.). **Pedagogia UFC 50 anos**: narrativas de uma história (1963-2013). Fortaleza: Edições UFC, 2014. p. 255-277.
- BARGUIL, P. M. Cifranava: batizando o Conjunto dos Algarismos Indo arábicos. *In*: ANDRADE, F. A. et al (org.). **Caminhos da Educação** – questões, debates e experiências. Curitiba: CRV, 2016a. p. 285-411.

BARGUIL, P. M. Educação Matemática: Fractais em movimento. *In*: CASTRO FILHO, José Aires; BARRETO, Marcília Chagas. BARGUIL, Paulo Meireles; MAIA, Dennys Leite; PINHEIRO, Joserlene Lima. (org.). **Matemática, Cultura e Tecnologia: perspectivas internacionais**. Curitiba: CVR, 2016b. p. 181-214.

BARGUIL, P. M. Aprendizizes em múltiplos espaços-tempos. *In*: BARGUIL, P. M. (org.). **Aprendiz, Docência e Escola: novas perspectivas**. Fortaleza: Imprece, 2017a. p. 199-231.

BARGUIL, P. M. Cifranavização: Leitura e escrita de registros numéricos. *In*: BARGUIL, P. M. (org.). **Aprendiz, docência e escola: novas perspectivas**. Fortaleza: Imprece, 2017b. p. 232-358.

BARGUIL, P. M. **Cifranavização: leitura e escrita de representações aritméticas de operações fundamentais**. 2020. Notas de aula. Texto digitado.

BARICCATTI, K. H. G. **As relações entre as estratégias de resolução de cálculos mentais e escritos e os níveis de construção das operações aritméticas**. 2010. 183 p. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2010.

BARRETO, M. C. As representações semióticas em resolução de problemas matemáticos: como pensam futuros professores. *In*: SALES, J. A. M. de, BARRETO, M. C., FARIAS, I. M. S. (org.). **Docência e Formação de Professores: novos olhares sobre temáticas contemporâneas**. Fortaleza: EdUECE, 2009. p. 129-142.

BARROS, R. S.; GALVÃO, O. F.; BRINO, A. L. F.; GOULART, P. R. K; MCILVANE, W. J. Variáveis de procedimento na pesquisa sobre classes de equivalência: Contribuições para o estudo do comportamento simbólico. **Revista Brasileira de Análise do Comportamento**, Belém, v. 1, n. 1, p. 15-27, 2005.

BERTI, N. M.; CARVALHO, M. A. B. Erro e estratégias do aluno na Matemática: contribuições para o processo avaliativo. *In*: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. **O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense**, 2007. Curitiba: SEED/PR, 2007.

BERTINI, L. F; PASSOS, C. L. B. Dificuldades de aprendizagem em aritmética nas séries iniciais. *In*: **Congresso de leitura do Brasil-Cole**. 2007, Campinas. Anais do 16º COLE, Campinas: Associação de Leitura do Brasil (ALB), 2007. p. 01-10.

BIANCHINI, E.; PACCOLA, H. **Sistemas de numeração ao longo da História**. 2. ed. São Paulo: Moderna, 1997.

BITTAR, M.; FREITAS, J. L. M.; PAIS, L. C. Técnicas e tecnologias no trabalho com as operações aritméticas nos anos iniciais do ensino fundamental. *In*: SMOLE, K. S.; MUNIZ, C. A. (org.). **Matemática em sala de aula: reflexões e propostas para os anos iniciais do ensino fundamental**. Porto Alegre: Penso, 2013. p. 16-47.

BOALER, J. **Mentalidades Matemáticas na sala de aula**: estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa das mensagens inspiradoras e do ensino inovador. Tradução Daniel Bueno. Porto Alegre: Penso, 2018.

BORBA, R. E. S. R; SANTOS, R. B. S. Investigando a resolução de problemas de estruturas aditivas por crianças de 3ª série. **Tóp. Educ.**, Recife, v. 15, n.º 3, p. 125-140, 1997.

BOYER, C. B.; MERZBACH, U. C. **História da Matemática**. Tradução Helena Castro. São Paulo: Blucher, 2012.

BRIZUELA, B. M. **Desenvolvimento matemático na criança**: explorando notações. Tradução Maria Adriana Verissimo Veronese. Porto Alegre: Artmed, 2006.

BRIZUELA, B. M. Invenções e convenções: uma história sobre números maiúsculos. *In*: SCHLIEMANN, Analúcia; CARRAHER, David W. (org.). **A compreensão de conceitos aritméticos**: ensino e pesquisa. Campinas: Papirus, 1998. p. 39-52.

CAMPOS, C. M. **Saberes docentes e autonomia dos professores**. Petrópolis: Vozes, 2013.

CANDAU, V. M. F. A formação continuada de professores: tendências atuais. *In*: REALI, Aline de M. R.; MIZUKAMI, M. da G. N. (org.). **Formação de professores**: tendências atuais: São Carlos: EDUFSCar, 1996. p. 139-152.

CARAÇA, B. J. **Conceitos fundamentais de matemática**. 7. ed. Lisboa: Gradiva, 2010.

CARMO, J. S. **Comportamento conceitual numérico**: um modelo de rede de relações equivalentes. 2002. 187f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2002.

CARNEIRO, M. A. **LDB Fácil**: Leitura crítico-compreensiva, artigo a artigo. 21. ed. Petrópolis: Vozes, 2013.

CARRAHER, T. N. O Desenvolvimento mental e o Sistema Numérico Decimal. *In*: CARRAHER, T. N. (org.). **Aprender pensando**: contribuições da Psicologia Cognitiva para a Educação. 18. ed. Petrópolis: Vozes, 2005. p. 51-68.

CARRAHER, T. N.; CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A. **Na Vida dez, na escola zero**. 4. ed. São Paulo: Cortez, 2003.

CARRASCO, L. H. M. Leitura e escrita na Matemática. *In*: NEVES, I. C. B.; SOUZA, J.; GUEDES, P.; SCHAFFER, N.; KLUSENER, R. (org.). **Ler e escrever**: um compromisso de todas as áreas. 4. ed. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2001. p. 175-189.

CARVALHO, D. L. **Metodologia do ensino da Matemática**. São Paulo: Editora Cortez, 2011.

CASTRO, J. B. **Cadernos de práticas pedagógicas de Matemática - 5º ano**. Ceará: SEDUC, 2018.

CEARÁ. **Decreto nº 3.510, de 16 de março de 2020**. Decreta situação de emergência em saúde e dispõe sobre medidas para enfrentamento e contenção da infecção humana pelo novo coronavírus. Ceará, série 3, ano xii, nº 053, 2020.

CEARÁ. Secretaria de Educação. **Proposta curricular de Matemática para o 1º, 2º, 3º, 4º e 5º anos do Ensino Fundamental do Estado do Ceará**. Fortaleza: SEDUC, 2013a.

CEARÁ. Secretaria de Educação. **O Trabalho pedagógico na área de Matemática com foco no desenvolvimento de habilidades**: considerações sobre a prática em sala de aula. Fortaleza: SEDUC, 2013b.

CENTURIÓN, M. **Conteúdo e metodologia da Matemática**: números e operações. 2. ed. 4. imp. São Paulo: Scipione, 2002.

CERETA, A. S.; ROMIO, L. C.; MARIANI, R. C. P. Formação matemática de professores polivalentes: uma reflexão acerca de produções brasileiras. XII Encontro Nacional de Matemática – ENEM. **Anais**. São Paulo, 2016.

CHACÓN, I. M. G. **Matemática emocional**: os afetos na aprendizagem matemática. Tradução Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre: Artmed, 2003.

CHARLOT, B. **Relação com o saber, formação de professores e globalização**: questões para a Educação hoje. Porto Alegre: ARTMED, 2005.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. **Estudar Matemáticas**: O Elo Perdido entre o ensino e a aprendizagem. Tradução Dayse Vaz de Moraes. Porto Alegre: Artes Médicas, 2001.

CURI, E. **A Matemática e os professores polivalentes**. São Paulo, Musa. 2005.

D'AMBROSIO, B. Conteúdo e metodologia na formação de professores. *In*: FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M. (org.). **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática**: investigando e teorizando a partir de prática. São Paulo: Musa Editora, 2005. p. 20-32.

D'AMBROSIO, B. Leitura, Escrita e Educação Matemática. Congresso de Leitura do Brasil, 17, 2009. **Anais...** Campinas: ALB, 2009. Disponível em: <http://www.alb.com.br/portal.html>. Acesso em: 25 mai. 2020.

D'AMBROSIO, B.; KASTBERG, S.; LAMBIDIN, D. Designed to differentiate: what is NAEP measuring? *In*: KLOOSTERMAN, P.; Lester, F. (ed.). **Results and interpretations of the 2003 mathematics assessments of the National Assessment of Education Progress**. Reston: NCTM, 2007. p. 289-309.

D'AMBROSIO, U. Prefácio. *In*: BORBA, M. de C.; ARAÚJO, J. de L. (org.). **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. p. 11-22.

DAMM, R. F. Registros de representação. *In*: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.). **Educação Matemática: uma (nova) introdução**. 3. ed. São Paulo: Educ, 2010. p. 167-188.

DANYLUK, O. S. **Alfabetização matemática: as primeiras manifestações da escrita infantil**. 5. ed. Passo Fundo: Ed. Universidade de Passo Fundo, 2015.

DANYLUK, O. S. **Alfabetização e matemática: o cotidiano da vida escolar**. 2. ed. Caxias do Sul: Educ, 1991.

DEMO, P. **Pesquisa e construção do conhecimento: metodologia científica no caminho de Habermas**. Rio de Janeiro: Tempo Brasileiro, 1997.

DIAS, S. M. S. **Registros numéricos de crianças do 2º ano do Ensino Fundamental: diversidade e relações**. 2015. 151f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2015.

DUARTE, R. Entrevistas em pesquisas qualitativas. **Educar em Revista**, Curitiba, v. 20, n. 24, p. 213-225, 2004.

DUFOUR-JANVIER, B.; BEDNARZ, N.; BELANGER, M. Pedagogical Considerations Concerning the Problem of Representation. *In*: DUFOUR-JANVIER, B. (org.). **Problems of representation in the teaching and learning of mathematics**. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates Publishers, 1987. p. 109-122.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. **Revemat: R. Eletr. de Edu. Matem.**, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012.

DUVAL, R. **Semiósis e Pensamento Humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais**. Tradução Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

DUVAL, R. **Ver e ensinar a Matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas**. Tradução Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. **Revemat: R. Eletr. de Edu. Matem.**, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012.

ESPINOSA, A. J.; FIORENTINI, D. (Re)significação e reciprocidade de saberes e práticas no encontro de professores de matemática da escola e da universidade. *In*: FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M. (org.). **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática**: investigando e teorizando a partir de prática. São Paulo: Musa Editora, 2005. p. 152-174.

ETCHEVERRIA, T. C. **O ensino das estruturas aditivas junto a professoras dos anos iniciais do ensino fundamental**. 2014. 253f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2014.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Tradução Hygino H. Domingues. 5. ed. Campinas: Editora da Unicamp, 2011.

FALKENBACH, E. M. F. Diário de Campo: um instrumento de reflexão. **Revista Contexto e Educação**, Ijuí, v. 2, n. 7, p. 19-24, jul./set. 1987.

FAYOL, M. **A criança e o número**: da contagem à resolução de problemas. Porto Alegre: Artmed, 1996.

FERREIRA, A. C. O trabalho colaborativo como ferramenta e contexto para o desenvolvimento profissional: compartilhando experiências. *In*: NACARATO, Adair Mendes; PAIVA, Maria Auxiliadora Vilela (org.). **A Formação do Professor que Ensina Matemática**: perspectivas e pesquisas. Belo Horizonte: Autêntica, 2008. p. 149-166.

FIORENTINI, D. Aprendizagem profissional e participação em comunidades investigativas. *In*: Seminário Práticas Profissionais dos professores de Matemática. **Anais**, Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa. 2013. p. 01-26.

FIORENTINI, D. Pesquisando com professores: Reflexões sobre o processo de produção e ressignificação dos saberes da profissão docente. *In*: MATOS, J. F.; FERNANDES, E. (Eds.). **Investigação em Educação Matemática**: perspectivas e problemas. Lisboa: APM, 2000. p. 187-195.

FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M. (org.) **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática**: investigando e teorizando a partir de prática. São Paulo: Musa Editora, 2005.

FIORENTINI, D.; SOUZA JÚNIOR, A. J.; MELO, G. F. A. Saberes docentes: um desafio para acadêmicos e práticos. *In*: GERALDI, C. M. G.; FIORENTINI, D.; PEREIRA, E. M. A. (org.). **Cartografias do trabalho docente**. Campinas: Mercado das Letras, ALB, 1998. p. 307-335.

FLICK, U. **Introdução à pesquisa qualitativa**. Tradução de Joice Elias Costa. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

FONSECA, M. da C. F. R. Conceito(s) de numeramento e relações com o letramento. *In*: LOPES, Celi Espasandin; NACARATO, Adair (org.). **Educação Matemática, leitura e escrita**: armadilhas, utopias e realidade. Campinas: Mercado das Letras, 2009. p. 47-60.

FONSECA, M. da C. F. R.; CARDOSO, C. de A. Educação Matemática e letramento: textos para ensinar Matemática, Matemática para ler o texto. *In*: NACARATO, Adair Mendes; LOPES, Celi Espasandin (org.). **Escritas e leitura na Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009. p. 63-76.

FONTANA, R. A. C.; GUEDES-PINTO, A. L. Trabalho escolar e produção do conhecimento. *In*: SHIGUNOV NETO, A.; MACIEL, L. S. B. (org.). **Desatando os nós da formação docente**. Porto Alegre: Mediação, 2002. p. 06-22.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. 25. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GARCIA, M. C. **Formação de professores**: para uma mudança educativa. Porto: Porto Editora, 1999.

GATTI, B. A. **Formação de professores e carreira**: problemas e movimento de renovação. Campinas: Autores Associados, 2000.

GATTI, B. A. Os professores e suas identidades: o desvelamento da heterogeneidade. **Cadernos de Pesquisa**, São Paulo, n. 98, p. 85-90. 1996.

GINZBURG, C. **O Queijo e Os Vermes**. São Paulo: Companhia das Letras, 1987.

GOLDIN, G. Representation in Mathematical Learning and Problem Solving. *In*: LYN D. **Handbook of International Research in Mathematics Education**. New Jersey: National Council of Teachers of Mathematics, 2002. p. 197-217.

GOODSON, I. F. Dar voz ao professor: as histórias de vida dos professores e o seu desenvolvimento profissional. *In*: NÓVOA, António (org.). **Vidas de professores**. 2. ed. Porto: Porto Editora, 2000. p. 63-78.

GRAVEMEIJER, K. Instructional design for reform in mathematical education. *In*: BEISHUIZEN, M.; GRAVEMEIJER, K. P. E., LIESHOUT, E. C. D. M. **The Role of Contexts and Models in the Development of Mathematical Strategies and Procedures**. Utrecht:Freudenthal Institute, 1997. p. 13-34.

GROSSI, E. P. **Um novo jeito de ensinar matemática**: sistema de numeração. Porto Alegre: GEEMPA, 2010.

GUELLI, O. **A invenção dos números**. 9. ed. 8. imp. São Paulo: Ática, 2005.

GUÉRIOS, E. Espaços intersticiais na formação docente: indicativos para a formação continuada de professores que ensinam matemática *In*: FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M. (org.) **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática**: investigando e teorizando a partir de prática. São Paulo: Musa Editora, 2005. p. 128-152.

HENKLAIN, M. H. O. **Efeitos da formação de classes de equivalência sobre a solução de problemas de adição e subtração**. 2012. 137f. Dissertação (Mestrado em Psicologia) – Centro de Educação e Ciências Humanas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2012.

HOFFMANN, J. M. L. **Avaliar**: respeitar primeiro, educar depois. Porto Alegre: Mediação, 2008.

HORMAZA, M. O. Os erros sintáticos das crianças ao aprender a escrita dos numerais. Tradução Maria Lucia Faria Moro. *In*: MORO, Maria Lucia Faria; SOARES, Maria Tereza Carneiro (org.). **Desenhos, palavras e números**: as marca das Matemática na escola. Curitiba: UFPR, 2005. p. 77-105.

IBIAPIANA, I. M. L. de M. (org.). **Pesquisa colaborativa**: investigação, formação e produção de conhecimentos. Brasília: Líder Livro Editora, 2008.

IFRAH, G. **História universal dos algorismos**: a inteligência dos Homens contada pelos números e pelo cálculo. Tradução Alberto Munõz e Ana Beatriz Katinsky. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997a. v. 1.

IFRAH, G. **História universal dos algorismos**: a inteligência dos Homens contada pelos números e pelo cálculo. Tradução Alberto Munõz e Ana Beatriz Katinsky. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997b. v. 2.

IFRAH, G. **Os Números**: a História de uma grande invenção. Tradução Stella M. de Freitas Senra. 11. ed. 6. reimp. São Paulo: Globo, 2005.

IMBERNÓN, F. **Formação continuada de professores**. Tradução Juliana dos Santos Padilha. Porto Alegre: Artmed, 2010.

IMENES, L. M. **A Numeração indo-arábica**. 7. ed. 6. imp. São Paulo: Scipione, 2002.

KALATHIL, R. R.; SHERIN, M. G. Role of Student's Representations in the Mathematics Classroom. *In*: FISHMAN B.; O'CONNOR-DIVELBISS, S. **Fourth International Conference of the Learning Sciences**. Mahwah Erlbaum, 2000. p. 27-28.

KAMII, C. **Desenvolvendo a aritmética**: implicações da teoria de Piaget. Campinas: Papyrus, 1995.

KAMII, C.; LIVINGSTON, S. J. **Desvendando a Aritmética**: implicações da teoria de Piaget. Tradução Marta Rabioglio e Camilo F. Ghorayeb. 3. ed. Campinas: Papyrus, 1997.

KLEIMAN, Â. B. Letramento e suas implicações para o ensino de Língua Materna. **Signo**, Santa Cruz do Sul, v. 32, n. 53, p. 1-25, dez. 2007.

KLÜSENER, R. **Aritmética nas séries iniciais**: o que é? Para que estudar? Como ensinar? Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2000.

LANKSHEAR, C.; KNOBEL, M. **Pesquisa Pedagógica**: do projeto à implementação. Tradução de Magda França Lopes. Porto Alegre: Artmed, 2008.

LEITE, A.; TABOADA, R. **Aprender juntos**. 5º ano: ensino fundamental. 6. ed. São Paulo: Edições SM, 2017.

LERNER, D.; SADOVSKY, P. O sistema de numeração: um problema didático. *In*: PARRA, C.; SAIZ, I. [et al] (org.). **Didática da Matemática**: reflexões psicopedagógicas. Tradução Juan Acuña Llorens. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 73-155

LIBÂNEO, J. C. Pedagogia e pedagogos: inquietações e buscas. **Educar em Revista**, Curitiba, v. 17, n. 37, 2001, p. 153-176.

LIBÂNEO, J. C.; PIMENTA, S. G. Formação dos profissionais da Educação: visão crítica e perspectivas de mudança. **Educação & Sociedade**, São Paulo, v. 20, n. 68, 1999, p. 239-277.

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. *In*: LORENZATO, S. (org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

LORENZATO, S. **Para aprender Matemática**. 3. ed. Campinas: Autores Associados, 2010.

LUVISON, C. C. **Mobilizações e (re) significações de conceitos matemáticos em processos de leitura e escrita de gêneros textuais a partir de jogos**. 2011. 209f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação, Universidade São Francisco, Itatiba, 2011.

MACIEL, L. de L. **Algoritmos de adição e de subtração de números naturais**. 2016. 95f. Dissertação (Mestrado Profissional de Matemática) – Centro de Ciências Físicas e Matemáticas, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2011.

MAIA, L. D. **Aprendizagem docente sobre estruturas multiplicativas a partir de uma formação colaborativa apoiada em tecnologias digitais**. 2017. 195f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2017.

MATTOS, M. A. Controle de estímulo condicional, formação de classes conceituais e comportamentos cognitivos. **Revista Brasileira de Terapia Comportamental e cognitiva**. São Paulo, v. 1, n. 2, p. 159-178, 1999.

MEGID, M. A. B. A. **Formação inicial de professoras mediada pela escrita e pela análise de narrativas sobre operações numéricas**. 2009. 208f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2009.

MELLO, E. M. **Análise de dificuldades de alunos com o algoritmo da subtração**. 2008. 139 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

MENDES, I. A. **Números: o simbólico e o racional na História**. São Paulo: Livraria da Física, 2006.

MENDES, J. R. Matemática e práticas sociais: uma discussão na perspectiva do numeramento. *In*: MENDES, J. R.; GRANDO, R. C. (org.). **Múltiplos olhares: Matemática e produção de conhecimento**. São Paulo: Musa, 2007. p. 11-29.

MENEZES, L. Matemática, linguagem e comunicação. **Actas do ProfMat**. APM: Portimão, 1999. p. 123-145.

MEYER, M. R. Representations in Realistic Mathematics Education. *In*: **Roles of Representation in School Mathematics**. Virginia: National Council of Teachers of Mathematics, 2001. p. 238-250.

MINTO, M. **O Ensino da Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental no curso de formação de docentes**. 2013. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2013/2013_uem_mat_pdp_marines_minto.pdf. Acesso em: 07 maio 2020.

MORAES, E. C. L. **Revisitando os Algoritmos para Operações Aritméticas Fundamentais**. 2015. 94f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Instituto de Ciências Exatas, Universidade de Brasília, Brasília, 2015.

MORAIS, J. K. **O Ensino da Tabuada: do tradicional ao lúdico**. 2011. Disponível em: <https://tcconline.utp.br/wp-content/uploads/2012/05/O-ENSINO-DA-TABUADA-DO-TRADICIONAL-AO-LUDICO.pdf>. Acesso em: 07 maio 2020.

MORIN, E. Contrabandista dos saberes. *In*: PESSIS-PASTERNAK, G. (org.). **Do caos à inteligência artificial**. Tradução Luiz Paulo Rouanet. 4. ed. São Paulo: Editora UNESP, 1993. p. 83-94.

MORIN, E. **Os Sete Saberes necessário à Educação do Futuro**. São Paulo: Cortez; Brasília: UNESCO, 2000.

MOSÉ, V. **A escola e os desafios contemporâneos**. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 2013.

MOYSÉS, L. **Aplicações de Vygotsky à Educação Matemática**. Campinas: Papirus, 2012.

- NACARATO, A. M. A escola como lócus de formação e de aprendizagem: possibilidades e riscos da colaboração. *In*: FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M. (org.) **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática**: investigando e teorizando a partir de prática. São Paulo: Musa Editora, 2005. p. 175-195.
- NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L. S. PASSOS, C. L. B. **A Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**: tecendo fios do ensinar e do aprender. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.
- NCTM. **Principles and Standards for School Mathematics**. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 2000.
- NOGUEIRA C.M. I; BELLINI, M. L; PAVANELLO, R. **O ensino de matemática e das ciências naturais nos anos iniciais na perspectiva da epistemologia genética**. Curitiba: CRV, 2013.
- NOGUEIRA, D.; ANDRADE, D. (org.). **Conceitos básicos em Educação Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. Maringá: EDUEM, 2012.
- NÓVOA, A. Formação de professores e profissão docente. *In*: NÓVOA, A. (org.). **Os professores e sua formação**. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1992. p. 139-158.
- NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. Tradução de Sandra Costa. Porto Alegre: Artmed, 1996.
- OLIVEIRA, B. P. **Reflexões à luz da teoria dos registros de representação semiótica acerca das práticas dos professores que ensinam matemática**. 2014. 142f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Centro de Educação, Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2014.
- OROZCO, H. M. Os erros sintáticos das crianças ao aprender a escrita dos numerais. *In*: MORO, L. F.; SOARES, M. T. C. (org.). **Desenhos, palavras e números**: as marcas da Matemática na escola. Curitiba: UFPR, 2005. p. 77-106.
- PANIZZA, M. **Ensinar matemática na educação infantil e nas séries iniciais**: análise e propostas. Tradução Antonio Feltrin. Porto Alegre: Artmed, 2006.
- PASSOS, C. L. B. Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática. *In*: LORENZATO, S. (org.). **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 77-92.
- PIAGET, J. **Abstração reflexionante**: relações lógico aritméticas e ordem das relações espaciais. Tradução Fernando Becker e Petronilha Beatriz Gonçalves da Silva Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

PIMENTA, S. G. Formação de professores: identidade e saberes da docência. *In*: PIMENTA, S. G. (org.). **Saberes pedagógicos e atividade docente**. 8. ed. São Paulo: Cortez, 2012. p. 15-34.

PIRES, F. S.; BERTINI, L. F.; PRATES, U. Aprendizagem em Matemática: uma perspectiva através da linguagem. *In*: MARTINS, Maria Silvia Cintra (org.). **Letramentos em Língua Materna e Matemática**. São Carlos: LEETRA, 2014.

QUEIROZ, S. M. **A aprendizagem de Matemática por alunos adolescentes na modalidade educação de jovens e adultos**: analisando as dificuldades na resolução de problemas de estrutura aditiva. 2010. 165 f. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências e Matemática) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2010.

QUEIROZ, S. M.; LINS, M. A aprendizagem de Matemática por alunos adolescentes na modalidade educação de jovens e adultos: analisando as dificuldades na resolução de problemas de estrutura aditiva. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 24, nº 38, p. 75 a 96, abril 2011.

RAMOS, L. F. **Conversas sobre números, ações e operações**: uma proposta criativa para o ensino da Matemática nos primeiros anos. São Paulo: Ática, 2009.

ROCHA, D. C. **Jogos educativos**: brincando, ensinando e aprendendo matemática no ensino fundamental. 2018. 38 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Centro de Ciências, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2018.

RODRIGUES, R. F. **Análise de resolução de problemas numa abordagem contextualizada e não-contextualizada para alunos do nono ano do ensino fundamental da EJA**. 2008. 143 f. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências e Matemática) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2008.

SANTANA, E. R. dos S. **Adição e subtração**: o suporte didático influencia a aprendizagem do estudante? Ilhéus: Editus, 2012.

SANTANA, G. S. **Algoritmos utilizados para as quatro operações elementares**. 2016. 54 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2016.

SANTOS, D. M., **Estratégias de cálculo mental de alunos da 5ª série/6º ano do Ensino Fundamental**. 2014. 172f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Centro de Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2014.

SANTOS, J. N. **A construção do conceito de número natural e o uso das operações fundamentais nas séries iniciais do ensino fundamental**: uma análise conceitual. 2013. 180 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Centro de Ciências, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2013.

SANTOS, M. J. A formação do pedagogo para o ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: Reflexões dedutivas e epistemológicas. *In: XIV Conferência Interamericana de Educação Matemática – CIAEM. Anais*. Tuxtia Gutierrez, 2015.

SELBACH, S. **Matemática e Didática**. Petrópolis: Vozes, 2012.

SELVA, A. C. V.; BORBA, R. E. S. R. **O uso da calculadora nos anos iniciais do ensino fundamental**. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

SILVA, A. C. S. **O Ensino das quatro operações fundamentais numa matemática contextualizada**. 2011. Disponível em: <https://www.webartigos.com/artigos/o-ensino-das-quatro-operacoes-fundamentais-numa-matematica-contextualizada/70179/>. Acesso em: 19 mar. 2016.

SILVA, R. C. Avaliação da formação continuada de professores: Sentimentos e crenças sobre matemática e sua docência. IV Congresso Nacional de Educação – CONEDU. **Anais...** João Pessoa: UFPB, 2017.

SILVA, R. C. **Sistema de Numeração Decimal**: saberes docentes e conhecimentos discentes do 3º ano do ensino fundamental. 2013. 138 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2013.

SILVA, R.C; BARGUIL, P. M. O quadro valor de lugar, a teoria de representações semióticas e as estruturas aditivas no 3º ano do ensino fundamental. *In: 3º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Anais*. Fortaleza, 2012.

SKOVSMOSE, O. **Desafios da Educação Matemática crítica**. São Paulo: Papirus, 2008.

SMOLE, K. S.; DINNIZ, M.I. Ler e aprender matemática. *In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (org.) Ler escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática*. Porto Alegre: Artmed, 2001.

SOARES, G. A. A linguagem inadequada no curso de pedagogia pode tornar-se um obstáculo para construção dos conceitos matemáticos. *In: XIV Conferência Interamericana de Educação Matemática*. Chiapas, México, 2015.

SOARES, M. A reinvenção da alfabetização. **Presença Pedagógica**, Minas Gerais, v. 9, n. 52, p. 15-21, jul./ago. 2003.

SOARES, M. **Alfabetização**: a questão dos métodos. São Paulo: Contexto, 2019.

SOUZA, M. J. A. **Informática Educativa na Educação Matemática**: estudo de Geometria no ambiente do Software Cabri-Géomètre. 2001. 154 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2001.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. Tradução Francisco Pereira. Petrópolis: Vozes, 2002.

TOLEDO, M.; TOLEDO, M. **Didática da Matemática**: como dois e dois. São Paulo: FTD, 1997.

TRIPP, D. Pesquisa-ação: uma introdução metodológica. Tradução Lólio Lourenço de Oliveira. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 31, n. 3, p. 443-466, set./dez. 2005.

VEIGA-NETO, A.; NOGUERA, C. E. Conhecimento e saber: apontamentos para os estudos de currículo. *In*: SANTOS, Lucíola, L. C. P. et al. (org.). **Convergências e tensões no campo da formação e do trabalho docente**. Belo Horizonte: Autêntica, 2010, cap. 4, p. 67-87.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade**: problemas do ensino da matemática na escola elementar. Tradução Maria Lúcia Faria Moro. Curitiba: Ed. da UFPR, 2009.

VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos conceituais. *In*: BRUN, J. **Didáctica das matemáticas**. Tradução de Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 155–191.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble, v. 10, n. 23, p. 133-170, 1990.

VERGNAUD, G. Teoria dos Campos Conceituais. 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro. **Anais**. Rio de Janeiro, 1993, p. 01-16.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente**. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

VYGOTSKY, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 2000.

VYGOTSKY, L. S.; LURIA, A. R. **Estudos sobre a história do comportamento**: símios, homem primitivo e criança. Porta Alegre: Artes Médicas, 1996.

WOLECK, K. R. Listen to Their Pictures an Investigation of Children's Mathematical Drawings. *In*: **Roles of Representation in School Mathematics**. Virginia: National Council of Teachers of Mathematics, 2001. p. 215-227.

ZATTI, F.; AGRANIONIH, N. T.; ENRIGONE, J. R. B. Aprendizagem matemática: desvendando dificuldades de cálculos dos alunos. **Revista Perspectiva**, Florianópolis, v. 34, n. 128, p. 115-132, dez. 2010.

APÊNDICE A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO



Universidade Federal do Ceará
Faculdade de Educação
Laboratório de Educação Matemática – LEDUM
Programa de Pós-Graduação em Educação

Tese de Doutorado
Orientando: Renato Carneiro da Silva
Orientador: Paulo Meireles Barguil

Prezado (a) professor (a),

O (a) Sr (a). está sendo convidado a participar da pesquisa: **SABERES DOCENTES ACERCA DE OPERAÇÕES DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO À LUZ DA CIFRANAVIZAÇÃO** que tem por objetivos Geral – Descrever a contribuição de sessões reflexivas sobre o ensino e a aprendizagem das operações de adição e de subtração de docentes do 5º ano do Ensino Fundamental; e Específicos: i) Identificar as representações utilizadas por professores no ensino e na aprendizagem das operações de adição e subtração; ii) Descrever os saberes docentes (existencial, pedagógico e conteudístico) de professores que lecionam Matemática no 5º ano do Ensino Fundamental; e iii) Caracterizar as estratégias didáticas utilizadas por professores que ensinam as operações de adição e subtração. A pesquisa será realizada com docentes do 5º ano do Ensino Fundamental, que serão selecionados a partir do seguinte critério: seja professor(a) do quadro funcional do município de Fortaleza. A escolha pelo 5º ano decorre do fato de que é esperado, conforme documentos que regem a escolarização municipal e estadual, que estudantes desse nível escolar já tenham consolidado os conceitos referentes à adição e à subtração.

Sua participação na pesquisa consistirá em: i) autorizar observações, na sala de aula, da prática docente durante o período de disponibilidade do(a) professor(a); ii) responder a entrevistas realizadas durante o período de planejamento e conforme a disponibilidade docente. A entrevista será pautada na identificação dos saberes conteudísticos, pedagógicos e existenciais, bem como nas relações entre eles; iii) realizar diagnósticos com os estudantes sobre as operações de adição e de subtração; iv) participar de sessões reflexivas para refletir sobre as práticas

pedagógicas, objetivando perceber aspectos que podem ser transformadas para melhorar o ensino das operações de adição e de subtração.

O(A) Sr.(a) tem a liberdade de não participar da pesquisa ou retirar seu consentimento a qualquer momento, mesmo após o início da entrevista/coleta de dados, sem qualquer prejuízo. Está assegurada a garantia do sigilo das suas informações. O(A) Sr.(a) não terá nenhuma despesa e não há compensação financeira relacionada à sua participação na pesquisa.

Caso tenha alguma dúvida sobre a pesquisa, o(a) Sr.(a) poderá entrar em contato com o orientador responsável pela pesquisa: Paulo Meireles Barguil, que pode ser localizado no endereço Rua: Waldery Uchôa, 1 - Benfica, Fortaleza-CE, 60.020-110 ou pelo email: pbarguil@hotmail.com.

Serão observadas 05 (cinco) turnos de aula com duração de 4h cada. As entrevistas terão tempo de 1h e 30 minutos, em média. Serão feitas 15 perguntas, assim divididas: 5 perguntas sobre o saber pedagógico, 5 perguntas sobre os saberes conteudísticos e 5 perguntas sobre o saber existencial; A entrevista será no formato semiestruturada. O professor precisará aplicar, ainda, um diagnóstico de adição e subtração com os estudantes da turma durante um horário de sua aula com duração de 50 (cinquenta) minutos. As sessões reflexivas acontecerão às sextas-feiras durante os períodos de carga-horária de planejamento do professor com o intuito de refletir e planejar as ações observadas durante as aulas.

A participação é voluntária e os participantes não receberão nenhum pagamento por participar do estudo.

De acordo com Resolução 466/12, inciso V, toda pesquisa com seres humanos envolve riscos em tipos e gradação variados. No caso da pesquisa em questão, os envolvidos correm o risco de terem a quebra de confidencialidade.

Sua participação é importante e vai gerar informações que serão úteis para os avanços da Educação Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, bem como indicação de formulação de Políticas Públicas de formação de professores e organização curricular sobre o conhecimento matemático.

ATENÇÃO: Se você tiver alguma consideração ou dúvida, sobre a sua participação na pesquisa, entre em contato com o Comitê de Ética em Pesquisa da UFC/PROPESQ – Rua Coronel Nunes de Melo, 1000 - Rodolfo Teófilo, fone: 3366-8344/46. (Horário: 08:00-12:00 horas de segunda a sexta-feira).

O CEP/UFC/PROPEAQ é a instância da Universidade Federal do Ceará responsável pela avaliação e acompanhamento dos aspectos éticos de todas as pesquisas envolvendo seres humanos.

Este termo será assinado em duas vias, pelo senhor e pelo responsável pela pesquisa, ficando uma via em seu poder.

Acredito ter sido suficientemente informado a respeito do que li ou foi lido para mim, sobre a pesquisa: **SABERES DOCENTES ACERCA DE OPERAÇÕES DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO À LUZ DA CIFRANAVIZAÇÃO**. Discuti com o pesquisador Renato Carneiro da Silva, responsável pela pesquisa, sobre minha decisão em participar da pesquisa. Ficaram claros para mim os propósitos da pesquisa, os procedimentos, as garantias de sigilo, de esclarecimentos permanentes e isenção de despesas. Concordo voluntariamente em participar desta pesquisa.

____ / ____ / 2020

Assinatura do entrevistado

Declaro que obtive, de forma apropriada e voluntária, o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido deste entrevistado para a sua participação nesta pesquisa.

____ / ____ / 2020

Assinatura do responsável pela pesquisa

APÊNDICE B – ROTEIRO DE OBSERVAÇÃO DA AULA DE MATEMÁTICA



Universidade Federal do Ceará
 Faculdade de Educação
 Laboratório de Educação Matemática – LEDUM
 Programa de Pós-Graduação em Educação

Tese de Doutorado

Orientando: Renato Carneiro da Silva

Orientador: Paulo Meireles Barguil

ESTRUTURA FÍSICA E ORGANIZAÇÃO DA SALA DE AULA

Como era a estrutura física da sala: área, carteiras, cadeira e mesa do professor, lousa, iluminação, ventilação, piso, teto...?

Como estavam organizadas as carteiras?

DESCRIÇÃO DA AULA

Qual foi o assunto e a duração da aula?

Como o(a) professor(a) se relacionou com os estudantes durante a aula?

Os conhecimentos discentes foram considerados?

O(A) professor(a) indagou o que os estudantes sabiam sobre o assunto da aula?

O(A) professor(a) relacionou o assunto da aula com a realidade dos estudantes?

Que atividades foram desenvolvidas?

Apresente as ações do(a) professor(a) (ex: escreva os problemas, as contas...).

Que recursos didáticos foram utilizados?

O livro didático foi utilizado? Caso sim, todos os estudantes tinham o livro didático?

Como os estudantes participaram da aula?

APÊNDICE C – CONHECIMENTO DISCENTE SOBRE OS ALGORITMOS DA ADIÇÃO E DA SUBTRAÇÃO



Universidade Federal do Ceará
Faculdade de Educação
Laboratório de Educação Matemática – LEDUM
Programa de Pós-Graduação em Educação

Tese de Doutorado
Orientando: Renato Carneiro da Silva
Orientador: Paulo Meireles Barguil

RESOLVA AS SEGUINTE OPERAÇÕES:

A) $38 + 46$

B) $52 - 17$

C) $453 + 268$

D) $816 - 279$

$$\text{E) } 1.924 + 3.785$$

$$\text{F) } 6.037 - 2.548$$

$$\text{G) } 24.395 + 18.607$$

$$\text{H) } 57.104 - 39.629$$

APÊNDICE D – ENTREVISTA ESTRUTURADA COM DOCENTE



Universidade Federal do Ceará
Faculdade de Educação
Laboratório de Educação Matemática – LEDUM
Programa de Pós-Graduação em Educação

Saberes conteudísticos

- 1) Durante a pesquisa, você aprendeu algo sobre o chamado Sistema de Numeração Decimal (Sistema Cifranávico, conforme Barguil)? Caso sim, explique as aprendizagens.
- 2) Durante a pesquisa, você aprendeu algo sobre os algoritmos da adição e da subtração? Caso sim, explique as aprendizagens.

Saberes pedagógicos

- 1) A sua compreensão sobre o ensino da adição e da subtração mudou após participar dos encontros formativos? Caso sim, explique as mudanças.
- 2) A sua percepção sobre a importância da utilização de recursos didáticos no ensino da adição e da subtração mudou após participar dos encontros formativos? Caso sim, explique as mudanças.
- 3) O seu entendimento sobre as contribuições da avaliação discente no ensino da adição e da subtração para a sua prática profissional mudou após participar dos encontros formativos? Caso sim, explique as mudanças.
- 4) Durante os encontros formativos, o que você aprendeu sobre os maiores desafios na aprendizagem dos estudantes sobre a adição e a subtração?

Saberes existenciais

- 1) A sua relação com a Matemática mudou após participar nos encontros formativos? Caso sim, explique as mudanças.
- 2) Os seus sentimentos como professor de Matemática mudaram após participar dos encontros formativos? Caso sim, explique as mudanças.
- 3) Quais foram as suas emoções, os seus sentimentos durante a sua participação na pesquisa? Caso seja possível, apresente algumas situações em que ocorreram.

APÊNDICE E – ANÁLISE DA TURMA DA PROFESSORA FLORENCE



Universidade Federal do Ceará
Faculdade de Educação
Laboratório de Educação Matemática – LEDUM
Programa de Pós-Graduação em Educação

Tese de Doutorado

Orientando: Renato Carneiro da Silva

Orientador: Paulo Meireles Barguil

Participaram do diagnóstico 26 estudantes.

O Quadro E01 apresenta a classificação das resoluções das contas dos estudantes da turma da professora Florence.

Quadro E01 – Classificação das resoluções das contas dos estudantes da turma da professora Florence

CONTA	ESTUDANTE																										TOTAL DE ACERTOS	MÉDIA DE ACERTOS	
	E01	E02	E03	E04	E05	E06	E07	E08	E09	E10	E11	E12	E13	E14	E15	E16	E17	E18	E19	E20	E21	E22	E23	E24	E25	E26			
a	38 + 46		B6						B4*				B3*						D2	B4*		B7 D2 G3		F1*			19	0,73	
b	52 - 17	D8	D8	D8	C2		D8	C5*	D8	D8	D8	D8	D8		D8	G4	C2		F2*		D8	C2		C2	G5	D8	5	0,19	
c	453 + 268				H1 G3	C5 D8	B2				B7*		H1				H1 G3				D4	B7 H1	B3*	C2	C5*		15	0,58	
d	816 - 279	D8	D8	D8	C2		D8 B5	D8	D8	D8	B6 D8 D7	D8	D8	D8		D8	G4	C1		C3		D8	C5 D2 G3	G5 H2	C2		D8	5	0,19
e	1.924 + 3.785			B3*	B5 C3		H1				D4					C5 G4	C1		D4 G1 E2			B7 G3 H1		C2			17	0,65	
f	6.037 - 2.548	D8	G4 G5	D8	C3 D9	D8	D8	D8 D7	D8	D8	D8	C5*	D8	D8	D5 G5	D8	G4 D11 D9	C3	G5	D6 D5	G5 D9	D8	B7 C2	G5 D9	C2	G5	D8	0	0,00
g	24.395 + 18.067				B5 C2	D4 D2	B5 H1	H1	F1		D4	G1 E2				H1	G1 E2	D4 G3		G1 E2 F1	D4		B7 D2 G3 C3		C2			12	0,46
h	57.104 – 39.629	D8	G4 G5	D8	B5 C2	G4 D8	D8	D8	D8 D7	D8	D8 D5	D8 D5	D8	B3 D8	B3 G5 D9	D8	G4 D9	C1	G5	D8 D7	G4 D5	D8	C2	C2	C2	G5	D8	0	0,00
TOTAL ACERTOS		4	3	3	1	4	1	3	3	3	1	3	4	2	6	3	2	1	6	1	4	3	0	4	0	4	4	73	2,81
+		4	3	3	1	2	1	3	3	3	1	3	4	2	4	3	2	1	4	1	2	3	0	3	0	3	4	63	2,42
-		0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	2	0	2	0	0	1	0	1	0	10	0,38

Fonte: Pesquisa do autor.

A partir dos dados do Quadro E01, indico, a seguir, para cada conta, a quantidade de contas resolvidas corretamente e com erro, bem como de cada erro (grupo e tipo).

Conta a: 38 + 46

Das 26 resoluções, 19 estavam certas e 07 estavam erradas. Foram cometidos 9 erros: 2 B4*, 2 D2, 1 B3*, 1 B6, 1 B7, 1 F1* e 1 G3.

Conta b: 52 – 17

Das 26 resoluções, 05 estavam certas e 21 estavam erradas. Foram cometidos 21: 13 D8, 4 C2, 1 C5*, 1 F2*, 1 G4 e 1 G5.

Conta c: 453 + 268

Das 26 resoluções, 15 estavam certas e 11 estavam erradas. Foram cometidos 15 erros: 4 H1, 2 B7*, 2 C5, 2 G3, 1 B2, 1 B3*, 1 C2, 1 D4 e 1 D8.

Conta d: 816 – 279

Das 26 resoluções, 05 estavam certas e 21 estavam erradas. Foram cometidos 27 erros: 14 D8, 2 C2, 1 B5, 1 B6, 1 C1, 1 C3, 1 C5, 1 D2, 1 D7, 1 G3, 1 G4, 1 G5 e 1 H2.

Conta e: 1.924 + 3.785

Das 26 resoluções, 17 estavam certas e 09 estavam erradas. Foram cometidos 15 erros: 2 D4, 2 H1, 1 B3*, 1 B5, 1 B7, 1 C1, 1 C2, 1 C3, 1 C5, 1 E2, 1 G1, 1 G3 e 1 G4.

Conta f: 6.037 - 2.548

Das 26 resoluções, 26 estavam erradas. Foram cometidos 36 erros: 13 D8, 6 G5, 4 D9, 2 C2, 2 C3, 2 D5, 2 G4, 1 B7, 1 C5*, 1 D6, 1 D7 e 1 D11.

Conta g: 24.395 + 18.067

Das 26 resoluções, 12 estavam certas e 14 estavam erradas. Foram cometidos 25 erros: 4 D4, 3 E2, 3 G1, 3 H1, 2 B5, 2 C2, 2 D2, 2 F1, 2 G3, 1 B7 e 1 C3.

Conta h: 57.104 – 39.629

Das 26 resoluções, 26 estavam erradas. Foram cometidos 38 erros: 15 D8, 4 C2, 4 G4, 4 G5, 3 D5, 2 B3, 2 D7, 2 D9, 1 B5 e 1 C1.

Conforme os dados do Quadro E01, os estudantes acertaram 73 resoluções do total de 208 contas (26 estudantes x 8 contas), resultando numa média de 2,81 contas certa por estudante.

A média de acertos em contas de adição por estudante é de 2,42 e em contas de subtração é 0,38. Tal dado evidencia a hipótese de que os estudantes efetuam com mais exatidão os algoritmos da adição em detrimento aos algoritmos da subtração.

Sobre esse aspecto Toledo e Toledo (1997), destacam a adição como a operação mais natural de ser ensinada e aprendida pela criança, pois desde cedo essa operação está presente em suas experiências cotidianas. Além disso, ela envolve situações como juntar, acrescentar, unir ou aumentar, que acabam tendo o mesmo significado.

A conta de adição $38 + 46$ apresentou a maior quantidade de acertos, 19, e média 0,73. Essa era a conta mais simples, com apenas dois dígitos.

A conta de adição $24.395 + 18.067$ teve a menor quantidade de acertos, 12, e média 0,46. Essa era a conta mais trabalhosa, pois tinha cinco dígitos.

As contas de subtração $52 - 17$ e $816 - 279$ apresentaram a maior quantidade de acertos, 05, e média 0,19. Essas eram as contas mais simples, com dois e três dígitos, respectivamente.

As contas de subtração $6.037 - 2.548$ e $57.104 - 39.629$ não tiveram resoluções corretas. Essas eram as contas mais trabalhosa, com quatro e cinco dígitos, respectivamente.

Os dados sobre os estudantes e os tipos de erros serão apresentados em tabelas específicas.

A Tabela E01 indica a quantidade e o percentual de acertos e de contas com erros por operação dos estudantes da turma da professora Florence.

Tabela E01 – Contas certas e erradas dos estudantes – turma da professora Florence (quantidade e %)

OPERAÇÃO	Acertos (Quant.)	Contas com erros (Quant.)	TOTAL (Quant.)	Acertos (%.)	Contas com erros (%.)	TOTAL (%)
+	63	41	104	60,6	39,4	100,0
-	10	94	104	9,6	90,4	100,0
TOTAL	73	135	208	35,1	64,9	100,0

Fonte: Pesquisa do autor.

Conforme os dados do Quadro E01 e da Tabela E01, 63 itens de adição foram respondidos corretamente (60,6%), resultando numa média de 2,42 conta de adição certa por estudante, enquanto que na operação de subtração foram apenas 10 (9,6%), resultando numa média de 0,39 conta de subtração certa por estudante. Foram identificadas 41 contas de adição com algum tipo de erro (39,4%), numa média de 1,58 conta de adição errada por estudante. Na subtração, foram identificadas 94 contas de subtração com algum tipo de erro (90,4%), numa média de 3,61 conta de subtração errada por estudante.

Dessa forma, os estudantes da turma da professora Florence apresentaram um desempenho muito melhor nas operações de adição em relação às operações de subtração.

A Tabela E02 indica a distribuição dos estudantes por quantidade de acertos nas contas de adição.

Tabela E02 – Distribuição dos estudantes por quantidade de acertos nas contas de adição – turma da professora Florence

CONTAS CERTAS	ESTUDANTES	TOTAL
4	5	20
3	10	30
2	4	8
1	5	5
0	2	0
TOTAL	26	63

Fonte: Pesquisa do autor.

Os dados da Tabela E02 e do Quadro E01 indicam que apenas 5 estudantes⁹ (FE01, FE12, FE14, FE18 e FE26) acertaram todas as contas de adição, 10 estudantes acertaram 3 contas, 4 estudantes acertaram 2 contas, 5 estudantes (FE04, FE06, FE10, FE17 e FE19) acertaram 1 conta, sendo que 4 deles foi a conta a (38 + 46), e 2 estudantes (FE22 e FE24) não acertaram qualquer conta de adição.

O acerto nas contas de adição – a, c, e, g – é maior quando esta envolve 2 dígitos. As contas de adição, com 2, 3, 4 e 5 dígitos, que tiveram respostas corretas foram: 19, 15, 17 e 12. Com o acréscimo na quantidade de dígitos, a tendência esperada era a diminuição progressiva na quantidade de acertos, mas não foi isso que aconteceu nas contas com numerais com 3 e 4 dígitos, quando a conta e) teve mais acerto do que a conta c).

A Tabela E03 indica a distribuição dos estudantes por quantidade de contas certas de subtração.

Tabela E03 – Distribuição dos estudantes por quantidade de acertos nas contas de subtração – turma da professora Florence

CONTAS CERTAS	ESTUDANTES	TOTAL
4	0	0
3	0	0
2	4	8
1	2	2
0	20	0
TOTAL	26	10

Fonte: Pesquisa do autor.

Os dados da Tabela E03 e do Quadro E01 indicam que nenhum estudante acertou 4 ou 3 contas de subtração, 4 estudantes (FE05, FE14, FE18 e FE20) acertaram 2 contas, 2 estudantes (FE23 e FE25) acertaram 1 conta e 20 não acertaram qualquer conta de subtração.

O acerto nas contas de subtração – b, d, f, h – é maior quando esta envolve 2 dígitos, embora a quantidade tenha sido igual na conta de 3 dígitos. As contas de subtração, com 2, 3, 4 e 5 dígitos, que tiveram respostas corretas foram: 5, 5, 0 e 0. Com o acréscimo na quantidade de dígitos, a tendência esperada era a diminuição progressiva na quantidade de acertos, mas não foi isso que aconteceu em cada acréscimo, pois a quantidade de acertos nas contas de subtração com numerais com

⁹ A notação de identificação do estudante inicia-se com a letra inicial do professor.

2 e 3 dígitos foi igual, o mesmo tempo acontecido nas contas de subtração com numerais com 4 e 5 dígitos.

Sobre a quantidade de erros cometidos, é possível perceber que a subtração é uma operação mais complexa em comparação com a adição. Essa diferença é assim explicada em Toledo e Toledo (1997, p. 109):

[...] o raciocínio da criança se concentra em aspectos positivos da ação, percepções e cognição. Só mais tarde os aspectos relacionados a negativos, inverso, e recíproco serão construídos e por último as ideias diferentes que a envolvem que são as de 'tirar, comparar e completar.

A Tabela E04 consolida a quantidade dos erros discentes nas resoluções de cada conta, conforme o grupo, da turma da professora Florence.

Tabela E04 – Grupo dos erros discentes nas resoluções de cada conta – turma da professora Florence

CONTA	GRUPO DO ERRO								TOTAL ERROS	CONTAS COM ERROS	MÉDIA DE ERROS
	A	B	C	D	E	F	G	H			
a 38 + 46	0	5	0	2	0	1	1	0	9	7	1,29
b 52 - 17	0	0	5	13	0	1	2	0	21	21	1,00
c 453 + 268	0	4	3	2	0	0	2	4	15	11	1,36
d 816 - 279	0	2	5	16	0	0	3	1	27	21	1,29
e 1.924 + 3.785	0	3	4	2	1	0	3	2	15	9	1,67
f 6.037 - 2.548	0	1	5	22	0	0	8	0	36	26	1,38
g 24.395 + 18.067	0	3	3	6	3	2	5	3	25	14	1,79
h 57.104 - 39.629	0	3	5	22	0	0	8	0	38	26	1,46
TOTAL ERROS	0	21	30	85	4	4	32	10	186	135	1,38
+	0	15	10	12	4	3	11	9	64	41	1,56
-	0	6	20	73	0	1	21	1	122	94	1,30

Fonte: Pesquisa do autor.

Apresentarei, a seguir, análises separadas dos erros nas contas de adição e de subtração.

Adição

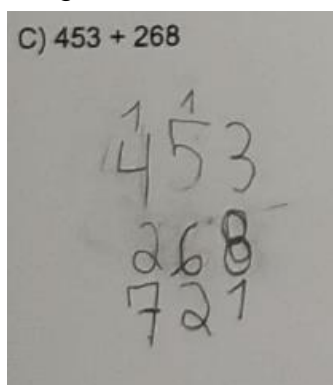
Conforme o Quadro E01 e as Tabelas E01 e E04, 41 contas de adição foram resolvidas erroneamente, as quais apresentaram 64 erros, resultando numa média de 1,56 erro por conta de adição.

As médias de erros nas contas de adição, com 2, 3, 4 e 5 dígitos, foram: 1,29; 1,36; 1,67 e 1,79. A média de erros nas contas de adição – a, c, e, g – é menor quando esta envolve 2 dígitos. Observa-se, também, que o acréscimo na quantidade de dígitos é acompanhado pelo aumento progressivo da quantidade de erros.

Conforme a Tabela E04, a maior quantidade de erros nas operações de adição foi no grupo B (15 erros), seguida pelo grupo D (12 erros), grupo G (11 erros), grupo C (10 erros), grupo H (9 erros), grupo E (4 erros) e grupo F (3 erros). Não houve erro do grupo A.

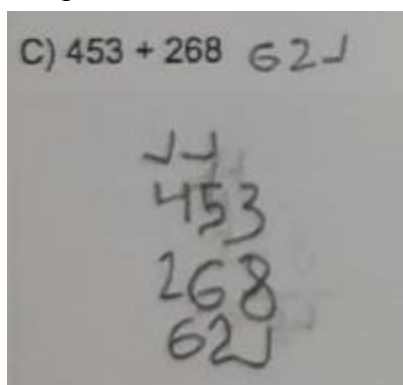
Nas contas das operações de adição, os erros do grupo B, *Erro na representação*, foram os mais frequentes (15 ocorrências), mas aconteceram de maneira pulverizada, ou seja, só não teve erro no tipo 1. O tipo 7, *Numerais sem operação indicada*, ocorreu 5 vezes, sendo que 4 deles foram do FE22 (Imagem E02) e 1 do FE10 (Imagem E01), que acertou a resposta, apesar de não indicado a operação. Os tipo 3, *Numeral(is) com algarismo(s) errado(s) ou trocado(s)*, e 5, *Numerais não alinhados*, ocorreram 3 vezes.

Imagem E01 – Erro B7 (FE10)



Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem E 02 – Erros B7 e H1 na 3ª ordem (FE22)



Fonte: Pesquisa do autor.

Sendo assim, pode-se analisar esse tipo de erro como fruto da falta de atenção dos estudantes no momento da representação da conta, pois há troca de algarismos ou algarismos errados. Nesse caso, a professora pode retomar as contas com os estudantes solicitando mais atenção no momento da representação.

O 2º grupo com mais erro nas respostas das contas de adição foi o grupo D, *Erro na operação*, com 12 ocorrências. O tipo 4, *Erro de contagem na adição com agrupamento* (Imagens E03 e E04), aconteceu 7 vezes, e o tipo 2, *Erro de contagem na adição sem agrupamento* (Imagens E05 e E06), aconteceu 4 vezes, indicando o desconhecimento dos estudantes de realizarem corretamente a adição de algarismos.

O erro D4 foi o 2º erro mais cometido pelos estudantes em todas as contas de adição.

Imagem E03 – Erro D4 na 2ª ordem (FE21) Imagem E 04 – Erro D4 na 2ª ordem (FE10)

C) 453 + 268

$$\begin{array}{r} 11 \\ 453 \\ + 268 \\ \hline 741 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

G) 24.395 + 18.607

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \\ 24.395 \\ + 18.607 \\ \hline 42.912 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Merece destaque a quantidade de erros do tipo 2, uma vez que essa habilidade é bastante trivial para estudantes do 5º ano.

Imagem E05 – Erro D2 na 1ª ordem (FE19) Imagem E06 – Erros D2 na 4ª ordem e D4 na 3ª ordem (FE05)

A) 38 + 46

$$\begin{array}{r} 1 \\ 38 \\ + 46 \\ \hline 85 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

G) 24.395 + 18.607

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \\ 24.395 \\ + 18.607 \\ \hline 42.202 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Atividades que envolvam a contagem, a tabuada e o uso de materiais que possibilitem o registro dessas atividades com o QVL favorecem a consolidação dessa habilidade dos estudantes.

O 3º grupo com mais erro nas respostas das contas de adição foi o grupo G, *Agrupamento/Desagrupamento tem registro, mas com erro*, com 11 ocorrências. O

tipo 3, *Agrupamento no local certo, mas com valor errado*, aconteceu 6 vezes, e o tipo 1, *Agrupamento no resultado*, aconteceu 4 vezes. Esses 2 tipos de erros merecem ações didáticas específicas.

O erro do tipo 3 (Imagens E07 e E08), por vezes, indica que os estudantes entendem que há a necessidade de agrupar uma quantidade na ordem seguinte, mas, por ainda não estarem com a habilidade consolidada, acabam não sabendo qual algarismo escrever na ordem seguinte. Dessas 6 ocorrências, 4 foram do E22. O erro G3 foi o 3º erro mais cometido pelos estudantes em todas as contas de adição

Imagem E07 – Erro G3 na 3ª ordem e H1 na 2ª ordem (FE04)

$$\begin{array}{r} 21 \\ 453 \\ +268 \\ \hline 811 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem E08 – Erros G3 na 4ª ordem e D4 na 3ª ordem (FE17)

$$\begin{array}{r} 1311 \\ 24.395 \\ +18607 \\ \hline 45702 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

O erro do tipo 1 (Imagens E09 e E10) indica que o estudante desconhece o fato de que quando a soma em uma ordem ultrapassa 9, o 1 da ordem seguinte é transportada para a parte de cima da próxima ordem da 1ª parcela. Merece destaque o fato de que nessas 4 ocorrências também aconteceu o erro do grupo E, *Erro no registro da separação de classe*, do tipo 2, *Classe das unidades simples com mais de 3 ordens*.

Imagem E09 – Erros G1 na 1ª ordem e E2 (FE11)

G) 24.395 + 18.607

$$\begin{array}{r} \text{J} \\ 24.395 \\ + 18.607 \\ \hline 42.992 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem E10 – Erro G1 na 4ª ordem e E2 (FE16)

G) 24.395 + 18.607

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 1 \\ 24.395 \\ + 18.607 \\ \hline 3.7002 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Um dos caminhos para a superação desses erros é realizar a representação das contas na maneira completa, registrando os resultados de cada ordem embaixo para depois somar todas as parcelas das ordens e chegar no resultado final.

O 4º grupo com mais erro nas respostas das contas de adição foi o grupo C, *Resultado ausente, sem lógica identificada ou da outra operação*, com 18 ocorrências.

O tipo 2, *Resultado sem lógica identificada em todas as ordens* (Imagem f11), aconteceu 4 vezes, o tipo 5, *Resultado da outra operação* (Imagem f12), aconteceu 3 vezes, o tipo 3, *Resultado sem lógica identificada em todas algumas ordens*, aconteceu 2 vezes, e o tipo 1, *Ausência de resultado*, aconteceu 1 vez. Das 4 ocorrências de C2, 3 delas foram do FE24, enquanto FE04 cometeu 1 vez na conta g. FE04 cometeu erro C3 na conta e. FE22 cometeu erro C3 na conta g.

Imagem E11 – Erro C2 (FE24)

C) 453 + 268

$$\begin{array}{r} 453 \\ + 268 \\ \hline 260 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem E12 – Erros C5 e D8 na 2ª ordem (FE04)

C) 453 + 268

$$\begin{array}{r} 4\ 1 \\ 453 \\ + 268 \\ \hline 225 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Diante desse cenário, é necessário um trabalho específico com os estudantes (FE04, FE22 e FE24) que cometeram erros C2 e C3, de modo que eles avancem na compreensão da operação de adição. Dessa forma, a prática pedagógica adota uma intervenção que o estudante realmente precisa. O docente pode propor situações em que os estudantes possam desenvolver suas habilidades, como realizar atividades com a tabuada, a calculadora, tampas, palitos, QVL, acompanhadas de seus registros, pode ser uma estratégia didática.

Tais atividades podem ser tanto individuais quanto em grupo. Nas atividades em grupo, o docente pode trabalhar colocando estudantes que já conseguem realizar a conta corretamente com estudantes que ainda não a resolvem. Dessa forma, eles podem explicar o conteúdo uns aos outros.

Embora o grupo H, *Agrupamento/Desagrupamento tem registro correto, mas é ignorado*, tenha sido o 5º grupo com mais erros nas respostas das contas de adição, com 9 ocorrências, sendo todas do tipo 1, *Ignora o registro correto de agrupamento* (Imagens E13e E14), esse foi o erro mais cometido pelos estudantes em todas as contas de adição.

Imagem F13 – Erro H1 nas 3ª e 4ª ordens (FE06)

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem F14 – Erros H1 na 4ª ordem, G3 na 3ª ordem e B7 (FE22)

Fonte: Pesquisa do autor.

Para ajudar o estudante a superar esse tipo de erro, o professor pode propor atividades com o reconhecimento das unidades, das dezenas e das centenas dos numerais, agrupando-os, com o uso do tapetinho, e resolvendo questões que oportunize-os a perceberem que os agrupamentos ocorrem em todas as ordens quando a soma dos algarismos é maior que 9. Além disso, o professor precisa adotar resoluções que abordem, como já citado, o algoritmo completo da adição.

Subtração

Conforme o Quadro E01 e as Tabelas E01 e E04, 94 contas de subtração foram resolvidas erroneamente, as quais apresentaram 122 erros, resultando numa média de 1,3 erro por conta de subtração.

As médias de erros nas contas de subtração, com 2, 3, 4 e 5 dígitos, foram: 1,00; 1,29; 1,38 e 1,46. A média de erros nas contas de subtração – b, d, f, h – é menor quando esta envolve 2 dígitos. Observa-se, também, que o acréscimo na quantidade de dígitos nas contas é acompanhado pelo aumento progressivo da quantidade de erros.

Conforme a Tabela E04, a maior quantidade de erros nas contas das operações de subtração foi no grupo D (73 erros), seguida pelo grupo G (21 erros), grupo C (20 erros), grupo B (6 erros), grupo F (1 erro) e grupo H (1 erro). Não aconteceram erros nos grupos A e E.

Nas contas das operações de subtração, os erros do grupo D, *Erro na operação*, chama a atenção pela quantidade, acontece em quase 60% do total, e frequência, pois ele ocorre em todas as contas, desde as com apenas 2 ordens até as com 5 ordens.

O erro tipo 8, *Subtrai o (menor) algarismo do subtraendo do (maior) algarismo do minuendo*, teve 55 ocorrências (42,97% dos erros de subtração). O erro D8 (Imagens f15, f16, f17 e f18) foi o 1º erro mais cometido pelos estudantes em todas as contas de subtração. Tal erro indica que os estudantes encontram-se em uma fase de desenvolvimento do pensamento sobre a subtração muito elementar. Para eles, a resolução da conta acontece ao subtrair o maior algarismo do menor.

Dos 26 estudantes, 19 deles cometeram pelo menos uma vez o erro D8, 11 (FE01, FE03, FE06, FE08, FE09, FE10, FE12, FE13, FE15, FE21 e FE26) deles nas 4 contas de subtração! Desses 11 estudantes, 3 estudantes (FE01, FE12 e FE26) acertaram as 4 contas de adição.

Imagem E15 – Erro D8 (FE03)

$$\begin{array}{r} 52 \\ - 17 \\ \hline 45 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem E16 – Erro D8 (FE02)

$$\begin{array}{r} 816 \\ - 279 \\ \hline 663 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem E17 – Erro D8 (FE01)

$$\begin{array}{r} 6.037 \\ - 2.548 \\ \hline 4.511 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem E18 – Erro D8 (FE07)

$$\begin{array}{r} 57.104 \\ - 39.629 \\ \hline 22.525 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Esse tipo de erro indica a necessidade de trabalho focado na explicação da subtração em sala de aula, de um planejamento que direcione os estudantes a saírem da ideia equivocada da resolução da subtração retirando o maior do menor sem considerar as parcelas.

De acordo com Vergnaud (1991), os estudantes precisam apropriar-se do cálculo numérico, pois seus conhecimentos referentes ao algoritmo da subtração apresentam questões que precisam ser superadas, pois “[...] é neste momento em que ele se depara com os seus conhecimentos operacionais matemáticos.” (QUEIROZ; LINS, 2011, p.81).

Como prática docente, a Pedagogia do Percurso (BARGUIL, 2016a) auxilia na compreensão dos ritmos de aprendizagem dos estudantes, seus ritmos e nos questionamentos inerentes a esses conteúdos fundamentais para o desenvolvimento do estudante e para o professor promover situações favoráveis para a construção do conhecimento matemático em sala de aula.

O 2º grupo com mais erro nas respostas das contas de subtração foi o grupo G, *Agrupamento/Desagrupamento tem registro(s), mas com erro(s)*, com 21 ocorrências. O tipo 5, *Desagrupamento tem dois registros, mas com erros*, aconteceu

12 vezes, e o tipo 4, *Desagrupamento tem somente um registro*, aconteceu 8 vezes. O erro G5 foi o 2º erro mais cometido pelos estudantes em todas as contas de subtração, tendo empatado com o erro C2.

Os erros G4 e G5 indicam avanço na aprendizagem dos estudantes em comparação com os erros dos grupos anteriores, pois os discentes já construíram a ideia de que é necessário, em algumas contas, realizar desagrupamento para que o cálculo seja correto.

O erro do tipo 4 (Imagens E19 e E20) acontece quando o estudante realiza o desagrupamento, mas faz somente um registro, quase sempre para indicar o acréscimo de 10 elementos na ordem em que está realizando a subtração, mas não registra o desagrupamento respectivo que possibilita aquele acréscimo. Em virtude disso, ele realiza a operação com o registro inicial da ordem desagrupada, apesar de ter realizado o desagrupamento para a ordem anterior.

Imagem E19 – Erro G4 na 2ª ordem (FE16) Imagem E20 – Erros G4 na 2ª ordem e D5 na 2ª ordem (FE02)

$$\begin{array}{r} \text{B) } 52 - 17 \\ \hline 45 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

$$\begin{array}{r} \text{H) } 57.104 - 39.629 \\ \hline 17.405 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

O erro do tipo 5 (Imagens E21 e E22) acontece que o estudante realiza o desagrupamento e faz os 2 registros, mas com algum(ns) erro(s). Em relação ao erro do tipo 4, o erro do tipo 5 indica um avanço epistemológico do discente sobre na compreensão do algoritmo da subtração. Na imagem E21, E25 acresceu 1 dezena ao invés de diminuí-la na 2ª ordem. Na imagem E22, FE02 diminuiu 2 dezenas em vez de 1 dezena na 4ª ordem.

Imagem E21 – Erro G5 na 2ª ordem
(FE25)

B) 52 - 17

$$\begin{array}{r} 68 \\ - 17 \\ \hline 55 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem E22 – Erros G5 na 4ª ordem e
G4 na 2ª ordem (FE02)

H) 57.104 - 39.629

$$\begin{array}{r} 45 \\ - 39.629 \\ \hline 16.483 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Os erros G4 e G5 indicam um avanço discente importante no processo de aprendizagem da subtração se comparado ao erro F2, quando o estudante realiza o desagrupamento, mas não o registra. Na turma da Florence, o erro F2 aconteceu apenas uma vez.

Para sanar os erros G4 e G5, a docente precisa explicar aos estudantes a necessidade de realizador desagrupamento e registrar quando o algarismo do minuendo é menor do que o algarismo do subtraendo.

O 3º grupo com mais erro nas respostas das contas de subtração foi o grupo C, *Resultado ausente, sem lógica identificada ou da outra operação*, com 20 ocorrências. O tipo 2, *Resultado sem lógica identificada em todas as ordens*, aconteceu 12 vezes; o tipo 3, *Resultado sem lógica identificada em algumas ordens*, aconteceu 3 vezes; o tipo 5, *Resultado da outra operação*, aconteceu 3 vezes, e o tipo 1, *Ausência de resultado*, 2 vezes.

O erro C2 (Imagens E23, E24 e E25) foi o 2º erro mais cometido pelos estudantes em todas as contas de subtração, tendo empatado com o erro G5. Tal ocorrência é alarmante, tendo em vista que os estudantes estão no 5º ano do Ensino Fundamental e, em 12 situações, não construíram nenhuma ideia sobre como resolver uma conta de subtração. Esse erro foi cometido principalmente por 3 estudantes: FE04 (3 vezes), FE22 (3 vezes) e FE24 (4 vezes).

Imagem E23 – Erro C2 Imagem E24 – Erro C2 (FE22) (FE04)

B) 52 – 17 =

$$\begin{array}{r} 52 \\ - 17 \\ \hline 70 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

H) 57.104 – 39.629

$$\begin{array}{r} 9 \quad \checkmark \quad 36 \\ 57 \quad 104 \\ - 39 \quad 629 \\ \hline 38 \quad 213 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem E25 – Erro C2 (FE24)

F) 6.037 – 2.548

$$\begin{array}{r} 6 \quad 037 \\ - 2 \quad 548 \\ \hline 3 \quad 320 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Diante desse cenário, é necessário um trabalho específico com esses estudantes, de modo que eles avancem na compreensão da operação de subtração. Dessa forma, a prática pedagógica adota uma intervenção que o estudante realmente precisa.

A aleatoriedade nas respostas não possibilita indicar os conhecimentos discentes sobre a resolução de uma conta de subtração, ao mesmo tempo aponta para a necessidade de o professor favorecer que os estudantes desenvolvam habilidades referentes à subtração: o denominador indicar quanto deve ser retirado do denominador, o desagrupamento de ordens e as características do SC.

O docente precisa propor situações para que os estudantes possam desenvolver essas habilidades, como realizar atividades com a tabuada, a calculadora, tampas, palitos, QVL, acompanhadas de seus registros, pode ser uma estratégia didática.

Tais atividades podem ser tanto individuais quanto em grupo. Nas atividades em grupo, o docente pode trabalhar colocando estudantes que já conseguem realizam a conta corretamente com estudantes que ainda não a resolvem. Dessa forma, eles podem explicar o conteúdo uns aos outros.

Os erros do grupo B, *Erro na representação*, ocorreram 06 vezes. O tipo 3, *Numeral(is) com Algarismos errados ou trocados* (Imagem E26), e o tipo 5, *Numerais não alinhados* (Imagem E27), ocorreram 2 vezes cada. O tipo 6, *Numerais com outra operação*, e o tipo 7, *Numerais sem operação indicada*, ocorreu 1 vez cada.

Imagem E26 – Erros B3 na 3ª ordem da 1ª parcela e D8 (FE06)

$$\begin{array}{r} \text{H) } 57.104 - 39.629 \\ \hline 22.525 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem E27 – Erros B5 e D8 (FE06)

$$\begin{array}{r} \text{D) } 816 - 279 \\ \hline 663 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Assim como nas contas de adição, pode-se analisar esse tipo de erro sendo fruto da falta de atenção dos estudantes no momento da representação da conta, pois há troca de algarismos ou algarismos errados. Nesse caso, a professora pode retomar as contas com os estudantes solicitando mais atenção no momento da representação.

Diante dos resultados e da análise dos dados da turma da professora Florence, observa-se que seus estudantes estão em um nível de aprendizagem diferente em relação à adição e à subtração.

Na adição, os dados indicam um razoável entendimento discente, pois há mais contas certas (63 ou 60,6%) do que contas erradas (41 ou 39,4%). Porém é necessário um acompanhamento mais próximo de 7 estudantes: FE04, FE06, FE10, FE17 e FE19, que acertaram 1 conta de adição, e FE22 e FE24, que não acertaram qualquer conta de adição.

Na subtração, os dados apresentam um rendimento alarmante requerendo da professora momentos específicos de planejamento de atividade e intervenções pedagógicas que garantam o desenvolvimento das habilidades respectivas, já que 90,4% das contas apresentaram algum tipo de erro.

Conforme exposto, 20 estudantes não acertaram qualquer conta de subtração e apenas 4 estudantes (E05, E14, E18 e E20) estão numa situação razoável, pois acertam 2 contas de subtração, enquanto 2 estudantes (E23 e E25) acertaram 1 conta de subtração.

Diante dos resultados obtidos na turma da professora Florence, pode-se indicar a necessidade de desenvolvimento dos saberes docentes. Conforme Barguil (2016b), esses aspectos precisam estar presentes no cotidiano da escola e mostram

a necessidade do professor aprofundar seus saberes conteudísticos, ampliar seus saberes pedagógicos e modificar seus saberes existenciais.

Sobre os saberes conteudísticos, é conveniente que a professora amplie seus conhecimentos sobre o SC, os agrupamentos e desagrupamentos numéricos.

Em relação aos saberes pedagógicos, é importante que ela saiba fazer a análise do diagnóstico e utilizar os resultados dele na sua ação, de modo especial, para favorecer a aprendizagem do valor posicional, utilizando recursos didáticos, como o QVL, e acompanhar a aprendizagem discente.

No que se refere aos saberes existenciais, é salutar que a docente promova uma Educação Matemática que favoreça o desenvolvimento da criticidade dos estudantes, mediante escolhas didáticas que possibilitem os estudantes construir o conhecimento.

É necessário, portanto, que a professora Florence, quando for abordar os algoritmos da adição e da subtração, utilize diagnósticos para identificar as habilidades dos estudantes e oportunize intervenções e práticas que favoreçam o aprendizado deles. É importante, também, que ela dedique mais tempo para o ensino e a aprendizagem da subtração em relação à adição.

APÊNDICE F – ANÁLISE DA TURMA DA PROFESSORA HIPÁTIA



Universidade Federal do Ceará
Faculdade de Educação
Laboratório de Educação Matemática – LEDUM
Programa de Pós-Graduação em Educação

Tese de Doutorado

Orientando: Renato Carneiro da Silva

Orientador: Paulo Meireles Barguil

Participaram do diagnóstico 29 estudantes.

O Quadro F01 apresenta a classificação das resoluções das contas dos estudantes da turma da professora Hipátia.

Quadro F01 – Classificação das resoluções das contas dos estudantes da turma da professora Hipátia

CONTA		ESTUDANTE																												TOTAL DE ACERTOS	MÉDIA DE ACERTOS					
		E01	E02	E03	E04	E05	E06	E07	E08	E09	E10	E11	E12	E13	E14	E15	E16	E17	E18	E19	E20	E21	E22	E23	E24	E25	E26	E27	E28			E29				
a	38 + 46			B4 B7*	H1		B4*				H1		B4*	D2	H1		H1				H1						F1								19	0,66
b	52 - 17	D11	D8	B7 D8	D8	F2*	G4*	D8		D8			D8	G1	D8	C2	B4 D8	C2			C2	G5 D11					C5*			G1	D8			10	0,34	
c	453 + 268			B7*	D4			G1						F1 H1			B4	G1			H1						B5 F1				D4			20	0,69	
d	816 - 279	D9	D8 D7	B7 D8 D7	D8	F2*	G4*	D8	D8	C5*	G4	G4*	B5*	D8	C5 F1 C3	D9	C3	B4 D8	D8			C2	D11	F2 D7	G4	D5	C5 C3		D8 C3	G1	D8			2	0,07	
e	1.924 + 3.785			B7				G1						C5 D8	D2 F1		A2	C3 B4	F1 G2		H1						D2 F1							20	0,69	
f	6.037 - 2.548	D11 G5 D9	D8	B7 D8	D8	F2	G4	D8 D7	D8	D8	D8	G4*	G4 D5	D8 C3 D5	G1	D8	C3 D5	D8	D8 D7	D11	C2	G5	F2	D5 D11			C5 D4	C5 B7*	D8	G1 D5	D8			1	0,03	
g	24.395 + 18.067		F1 G3	B7 D4				G1 E2	D4		D4			D4	F1 D2	H1	A2	H1 B4	C1			G2	D2		H1		F1 C3	B7			D2 G3			12	0,41	
h	57.104 - 39.629	G5 D9	C5 F1	B7 D8	D8	F2	G4	C3 D8	D8	D8	D8	G4*	G4 G5	D8 D5	G1	D8	C3 D8 A2	B4 D8	D8 C3			C2	C5"	F2 D5	G5		C5 C3 F1		D8	G1	D8			3	0,10	
TOTAL ACERTOS		4	3	0	2	4	3	1	4	4	3	5	4	1	0	3	1	1	1	7	0	3	5	4	7	0	6	5	4	2			87	3,00		
+		4	3	0	2	4	3	1	3	4	2	4	3	1	0	3	1	1	1	4	0	3	4	3	4	0	3	4	4	2			71	2,45		
-		0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	3	0	0	1	1	3	0	3	1	0	0			16	0,55		

Fonte: Pesquisa do autor.

A partir dos dados do Quadro F01, indico, a seguir, para cada conta, a quantidade de contas resolvidas corretamente e com erro, bem como de cada erro (grupo e tipo).

Conta a: 38 + 46

Das 29 resoluções, 19 estavam certas e 10 estavam erradas. Foram cometidos 11 erros: 5 15, 3 B4*, 1 B7, 1 D2 e 1 F1.

Conta b: 52 – 17

Das 29 resoluções, 10 estavam certas e 19 estavam erradas. Foram cometidos 22 erros: 9 D8, 3 C2, 2 D11, 2 G1, 1 B4, 1 B7, 1 C5*, 1 F2*, 1 G4* e 1 G5.

Conta c: 453 + 268

Das 29 resoluções, 20 estavam certas e 09 estavam erradas. Foram cometidos 11 erros: 2 D4, 2 F1, 2 G1, 2 15, 1 B4, 1 B5 e 1 B7.

Conta d: 816 – 279

Das 29 resoluções, 02 estavam certas e 27 estavam erradas. Foram cometidos 36 erros: 10 D8, 4 C3, 4 G4, 3 D7, 2 C5, 2 D9, 2 F2, 1 B4, 1 B6*, 1 B7, 1 C2, 1 C5*, 1 D5, 1 D11, 1 F1 e 1 G1.

Conta e: 1.924 + 3.785

Das 29 resoluções, 20 estavam certas e 09 estavam erradas. Foram cometidos 14 erros: 3 F1, 2 D2, 1 A2, 1 B4, 1 B7, 1 C3, 1 C5, 1 D8, 1 G1, 1 G2 e 1 H1.

Conta f: 6.037 - 2.548

Das 29 resoluções, 01 estava certa e 28 estavam erradas. Foram cometidos 41 erros: 13 D8, 5 D5, 3 B7, 3 D11, 3 G4, 2 C3, 2 C5, 2 D7, 2 F2, 2 G1, 2 G5, 1 C2 e 1 D9.

Conta g: $24.395 + 18.067$

Das 29 resoluções, 12 estavam certas e 17 estavam erradas. Foram cometidos 24 erros: 4 D4, 3 D2, 3 F1, 3 15, 2 B7, 2 G3, 1 A2, 1 B4, 1 C1, 1 C3, 1 E2, 1 G1 e 1 G2.

Conta h: $57.104 - 39.629$

Das 29 resoluções, 03 estavam certas e 26 estavam erradas. Foram cometidos 39 erros: 13 D8, 4 C3, 3 C5, 3 G4, 3 G5, 2 D5, 2 F1, 2 F2, 2 G1, 1 A2, 1 B4, 1 B7, 1 C2 e 1 D9.

Conforme os dados do Quadro F01, os estudantes acertaram 87 resoluções do total de 232 contas (29 estudantes x 8 contas), resultando numa média de 3,00 contas certas por estudante.

A média de acertos em contas adição é de 2,45 e em contas de subtração é 0,55. Tal dado evidencia a hipótese de que os estudantes efetuam com mais exatidão os algoritmos da adição em detrimento aos algoritmos da subtração.

As contas de adição $453 + 468$ e $1.924 + 3.785$ apresentaram a maior quantidade de acertos, 20, e média 0,69. Essas eram as contas com 2º e 3º graus de trabalho, respectivamente, de acordo com a quantidade de dígitos.

A conta de adição $24.395 + 18.067$ teve a menor quantidade de acertos, 12, e média 0,41. Essa era a conta mais trabalhosa, pois tinha cinco dígitos.

A conta de subtração $52 - 17$ apresentou a maior quantidade de acertos, 10, e média 0,66. Essa era a conta mais simples, com dois dígitos.

As contas de subtração $6.037 - 2.548$ apresentou a menor quantidade de acerto, 01, e média 0,03. Essa era a 3ª conta mais trabalhosa, com quatro dígitos.

Dados sobre os estudantes e os tipos de erros serão apresentados em tabelas específicas.

A Tabela F01 indica a quantidade e o percentual de acertos e de contas com erros por operação dos estudantes da turma da professora Hipátia.

Tabela F01 – Contas certas e erradas dos estudantes – turma da professora Hipátia (quantidade e %)

OPERAÇÃO	Acertos (Quant.)	Contas com erros (Quant.)	TOTAL (Quant.)	Acertos (%)	Contas com erros (%)	TOTAL (%)
+	71	45	116	61,2	38,8	100,0
-	16	100	116	13,8	86,2	100,0
TOTAL	87	145	232	37,5	62,5	100,0

Fonte: Pesquisa do autor.

Conforme os dados do Quadro F01 e da Tabela F01, 71 itens de adição foram respondidos corretamente (61,2%), resultando numa média de 2,45 conta de adição certa por estudante, enquanto na operação de subtração foram apenas 16 (13,8%), resultando numa média de 0,55 conta de subtração certa por estudante. Foram identificadas 45 contas de adição com algum tipo de erro (38,8%), numa média de 1,55 conta de adição errada por estudante. Na subtração, foram identificadas 100 contas de subtração com algum tipo de erro (86,2%), numa média de 3,45 conta de subtração errada por estudante.

Dessa forma, os estudantes da turma da professora Hipátia apresentaram um desempenho muito melhor nas operações de adição em relação às operações de subtração.

A Tabela F02 indica a distribuição dos estudantes por quantidade de acertos nas contas de adição.

Tabela F02 – Distribuição dos estudantes por quantidade de acertos nas contas de adição – turma da professora Hipátia

CONTAS CERTAS	ESTUDANTES	TOTAL
4	9	36
3	8	24
2	3	6
1	5	5
0	4	0
TOTAL	29	71

Fonte: Pesquisa do autor.

Os dados da Tabela F02 e do Quadro F01 indicam que 9 estudantes (HE01, HE05, HE09, HE11, HE19, HE22, HE24, HE27 e HE26) acertaram todas as contas de adição, 8 estudantes acertaram 3 contas, 3 estudantes acertaram 2 contas, 5

estudantes (HE07, HE13, HE16, HE17 e HE18) acertaram 1 conta, sendo que 3 deles foi a conta a (38 + 46), e 4 estudantes (HE03, HE14, HE20 e HE25) não acertaram qualquer conta de adição.

O acerto nas contas de adição – a, c, e, g – teve praticamente a mesma quantidade nas contas de 2, 3 e 4 dígitos, acontecendo uma redução significativa apenas nas contas de 5 dígitos. As contas de adição, com 2, 3, 4 e 5 dígitos, que tiveram respostas corretas foram: 19, 20, 20 e 12.

A Tabela F03 indica a distribuição dos estudantes por quantidade de contas certas de subtração.

Tabela F03 – Distribuição dos estudantes por quantidade de acertos nas contas de subtração – turma da professora Hipátia

CONTAS CERTAS	ESTUDANTES	TOTAL
4	0	0
3	3	9
2	0	0
1	7	7
0	19	0
TOTAL	29	16

Fonte: Pesquisa do autor.

Os dados da Tabela F03 e do Quadro F01 indicam que nenhum estudante acertou 4 ou 2 contas de subtração, 3 estudantes (HE19, HE24 e HE26) acertaram 3 contas, 7 estudantes (HE08, HE10, HE11, HE12, HE22, HE23 e HE27) acertaram 1 conta e 19 não acertaram qualquer conta de subtração.

O acerto nas contas de subtração – b, d, f, h – é maior quando esta envolve 2 dígitos. As contas de subtração, com 2, 3, 4 e 5 dígitos, que tiveram respostas corretas foram: 10, 2, 1 e 3. Com o acréscimo na quantidade de dígitos, a tendência esperada era a diminuição progressiva na quantidade de acertos, mas não foi isso que aconteceu, pois as contas com 5 dígitos tiveram mais acerto que as contas com 3 ou 4 dígitos.

A Tabela F04 consolida a quantidade dos erros discentes nas resoluções de cada conta, conforme o grupo, da turma da professora Hipátia.

Tabela F04 – Grupo dos erros discentes nas resoluções de cada conta – turma da professora Hipátia

CONTA	GRUPO DO ERRO								TOTAL ERROS	CONTAS COM ERROS	MÉDIA DE ERROS	
	A	B	C	D	E	F	G	H				
a	38 + 46	0	4	0	1	0	1	0	5	11	10	1,10
b	52 - 17	0	2	4	11	0	1	4	0	22	19	1,16
c	453 + 268	0	3	0	2	0	2	2	2	11	9	1,22
d	816 - 279	0	3	7	17	1	3	5	0	36	27	1,33
e	1.924 + 3.785	1	2	2	3	0	3	2	1	14	9	1,56
f	6.037 - 2.548	0	2	4	25	1	2	7	0	41	28	1,46
g	24.395 + 18.067	1	3	2	7	1	3	4	3	24	17	1,41
h	57.104 - 39.629	1	2	8	16	0	4	8	0	39	26	1,50
	TOTAL ERROS	3	21	27	82	3	19	32	11	198	145	1,37
	+	2	12	4	13	1	9	8	11	60	45	1,33
	-	1	9	23	69	2	10	24	0	138	100	1,38

Fonte: Pesquisa do autor.

Apresentarei, a seguir, análises separadas dos erros nas contas das operações de adição e de subtração.

Adição

Conforme o Quadro F01 e as Tabelas F01 e F04, 45 contas de adição foram resolvidas erroneamente, as quais apresentaram 60 erros, resultando numa média de 1,33 erro por conta de adição.

As médias de erros nas contas de adição, com 2, 3, 4 e 5 dígitos, foram: 1,10; 1,22; 1,56 e 1,41. A média de erros nas contas de adição – a, c, e, g – é menor quando esta envolve 2 dígitos. Observa-se, também, que o acréscimo na quantidade de dígitos é acompanhado pelo aumento progressivo da quantidade de erros, exceto nas contas com 5 dígitos, que tem uma quantidade de erros menor do que nas contas com 4 dígitos.

Conforme a Tabela F04, a maior quantidade de erros nas operações de adição foi no grupo D (13 erros), seguida pelo grupo B (12 erros), grupo H (11 erros),

grupo, F (09 erros), grupo G (8 erros), grupo C (4 erros), grupo A (2 erros) e grupo E (1 erro).

Nas contas das operações de adição, os erros do grupo D, *Erro na operação*, sendo os do tipo 2, *Erro na contagem da adição sem agrupamento*, e tipo 4, *Erro na contagem de adição com agrupamento*, as maiores incidências: 6 vezes cada um. Os erros D2 e D4 foram o 3º erro mais cometido pelos estudantes em todas as contas de adição, empatados com B4.

Imagem F01 – Erro D2 (HE13)

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \\ 38 \\ +46 \\ \hline 86 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem F02 – Erro D4 (HE04)

$$\begin{array}{r} 11 \\ 453 \\ +268 \\ \hline 731 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Pode-se analisar esses tipos de erro como falta de atenção ou erro elementar de sobrecontagem. Nesse caso, a professora pode retomar as contas com os estudantes solicitando mais atenção no momento da resolução e com atividades que incentivem o cálculo mental, o uso da tabuada e dos registros com traços ou palitos, além do QVL.

O 2º grupo com quantidade de erros nas contas de adição foi o grupo B, *Erro na representação*, com 12 vezes: o erro do tipo 4, *Numerais invertidos*, ocorreu 6 vezes, 3 delas com HE17; o erro do tipo 7, *Numerais sem a operação indicada*, ocorreu 5 vezes, todas com HE03; e o erro do tipo 5, *Numerais não alinhados*, ocorreu 1 vez.

Imagem F03 – Erro B4 (HE17)

$$\begin{array}{r} 1 \ 1 \\ 268 \\ 453 \\ \hline 721 \end{array} +$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem F04 – Erro B7 (HE03)

$$\begin{array}{r} 1 \ 1 \\ 3.785 \\ 1.924 \\ \hline 5.709 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Os erros do grupo B decorrem da falta de atenção dos estudantes no momento da representação da conta.

Os erros B4 e B7 são simples de serem corrigidos pela professora: no caso de B4, o estudante precisa escrever as parcelas na ordem adequada, e, no caso de B7, indicar a operação entre elas.

O 3º grupo com mais erro nas respostas das contas de adição foi o grupo H, *Agrupamento/desagrupamento tem registro correto, mas é ignorado*, com 11 ocorrências, indicando que os estudantes não reconhecem o agrupamento como parte da operação ou o que se esqueceram dele na adição. O erro 15 foi o erro mais cometido pelos estudantes em todas as contas de adição.

Imagem F05 – Erro 15 (HE20)

$$\begin{array}{r} 1 \ 1 \\ 1.924 \\ 3.785 \\ \hline 5.609 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Para ajudar o estudante a superar esse tipo de erro, o professor pode propor atividades com o reconhecimento das unidades, das dezenas e das centenas dos numerais, agrupando-os, com o uso do tapetinho, e resolvendo questões que

oportunize-os a perceberem que os agrupamentos ocorrem em todas as ordens quando a soma dos algarismos é maior que 9. Além disso, o professor precisa adotar resoluções que abordem, como já citado, o algoritmo completo da adição. Atividades que envolvam o uso do QVL favorecem a consolidação dessa habilidade dos estudantes.

O 4º grupo com mais erros na resposta foi o grupo F, *Agrupamento/desagrupamento não tem registro*, com 9 ocorrências, todas do tipo 1, *Agrupamento não tem registro*. O erro F1 foi o 2º erro mais cometido pelos estudantes em todas as contas de adição. Esse erro indica que os estudantes precisam aprender a representar na ordem seguinte, mediante o algarismo 1, o agrupamento de 10 elementos resultante da soma.

Imagem F06 – Erro F1 (HE25)

A) $38 + 46 = 74$

$$\begin{array}{r} 38 \\ + 46 \\ \hline 74 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Para auxiliar no desenvolvimento dessa habilidade, a professora pode utilizar o QVL, como recurso para visualização das ordens e agrupamentos, com a realização de atividades que transitem entre a representação e resolução da conta no concreto e com os algarismos.

O grupo G, *agrupamento/desagrupamento tem registro(s)*, mas com erro(s), teve 8 ocorrências. O erro do tipo 1, *Agrupamento no resultado*, ocorreu 4 vezes, 3 delas com HE07, e os erros dos tipos 2 e 3, *Agrupamento na mesma ordem* e *Agrupamento no local certo, mas com valor errado*, respectivamente, tiveram 2 erros cada.

Esses erros indicam que os estudantes entendem que há a necessidade de agrupar uma quantidade na ordem seguinte, mas, por ainda não estarem com a habilidade consolidada, acabam não sabendo qual e/ou onde o escrever o algarismo.

O erro G1 indica que o estudante desconhece o fato de que, quando a soma em uma ordem ultrapassa 9, o 1, referente ao agrupamento de 10 elementos, é escrito na parte de cima da próxima ordem na 1ª parcela.

Imagem F07 – Erro G1 (HE18)

$$\begin{array}{r} \overset{1}{1} \quad \overset{1}{1} \\ 453 \\ + 268 \\ \hline 861 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

No erro G2, o estudante escreve o 1, referente ao agrupamento de 10 elementos, na parte de cima da mesma ordem na 1ª parcela.

Imagem F08 – Erro G2 (HE20)

$$\begin{array}{r} \overset{1}{\hat{2}}4.39\overset{1}{5} \\ + 18.607 \\ \hline 42.992 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

No erro G3, o estudante não escreve o 1, mas outro valor, embora seja no local certo.

Imagem F09 – Erro G3 na 2ª e 5ª ordens e D2 na 1ª ordem (HE29)

G) 24.395 + 18.607

$$\begin{array}{r} 224.395 \\ + 18.607 \\ \hline 51.901 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Embora esses 3 erros sejam distintos, uma estratégia didática eficaz para todos eles é a professora realizar a representação das contas na maneira completa, registrando os resultados de cada ordem embaixo para depois somar os resultados das parcelas e chegar no resultado final.

É necessário também que a professora trabalhe com as características do sistema cifranáxico, auxiliando o estudante, principalmente, no entendimento da característica de que o SC utiliza 10 algarismos (0 a 9) e que tem base decimal (agrupamentos de 10 em 10: unidade, dezena, centena, unidade de milhar...), com a utilização de palitos, tapetinho e do QVL.

Subtração

Conforme o Quadro F01 e as Tabelas F01 e F04, 100 contas de subtração foram resolvidas erroneamente, as quais apresentaram 137 erros, resultando numa média de 1,37 erro por conta de subtração.

As médias de erros nas contas de subtração, com 2, 3, 4 e 5 dígitos, foram: 1,16; 1,33; 1,43 e 1,50. A média de erros nas contas de subtração – b, d, f, h – é menor quando esta envolve 2 dígitos. Observa-se, também, que o acréscimo na quantidade de dígitos nas contas é acompanhado pelo aumento progressivo da quantidade de erros.

Conforme a Tabela F04, a maior quantidade de erros nas contas das operações de subtração foi no grupo D (68 erros), seguida pelo grupo G (24 erros), grupo C (18 erros), grupo F (10 erros), grupo B (9 erros), grupo E (7 erros) e grupo A (1 erro). Não aconteceram erros no grupo H.

Nas contas das operações de subtração, os erros do grupo D, *Erro na operação*, chama a atenção pela quantidade, acontece em quase 49% do total, e frequência, pois ele ocorre em todas as contas, desde as com apenas 2 ordens até as com 5 ordens.

O erro tipo 8, *Subtrai o (menor) algarismo do subtraendo do (maior) algarismo do minuendo*, teve 45 ocorrências (32,8% dos erros de subtração). O erro D8 foi o 1º erro mais cometido pelos estudantes em todas as contas de subtração. Tal erro indica que os estudantes encontram-se em uma fase de desenvolvimento do pensamento sobre a subtração muito elementar. Para eles, a resolução da conta acontece ao subtrair o maior algarismo do menor.

Imagem F10 – Erro D8 (HE15)

F) 6.037 - 2.548

$$\begin{array}{r} 6.037 \\ - 2.548 \\ \hline 4.511 \end{array} \quad \text{Resp.: } 4.511$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Dos 29 estudantes, 14 deles, praticamente a metade da turma, cometeram pelo menos uma vez o erro D8, sendo que 5 estudantes (HE04, HE07, HE13, HE17 e HE29) nas 4 contas de subtração!

Esse tipo de erro indica a necessidade de trabalho focado na explicação da subtração em sala de aula, de um planejamento que direcione os estudantes a saírem da ideia equivocada da resolução da subtração retirando o maior do menor sem considerar as parcelas.

O 2º grupo com mais erro nas respostas das contas de subtração foi o grupo G, *Agrupamento/Desagrupamento tem registro(s), mas com erro(s)*, com 24 ocorrências. O tipo 4, *Desagrupamento tem somente um registro* aconteceu 11 vezes, e o tipo 5, *Desagrupamento tem dois registros, mas com erro(s)* aconteceu 6 vezes. O erro G4 foi o 2º erro mais cometido pelos estudantes em todas as contas de subtração.

Imagem F11 – Erro G4 (HE06)

$$\begin{array}{r} \cancel{6.037} \\ 2.548 \\ \hline 2.589 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem F12 – Erro G5 (HE21)

$$\begin{array}{r} 5 \\ \cancel{6.037} \\ 5.7037 \\ - 2.548 \\ \hline 3.086 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

O erro do tipo 4 acontece quando o estudante realiza o desagrupamento, mas faz somente um registro, quase sempre para indicar o acréscimo de 10 elementos na ordem em que está realizando a subtração, mas não registra o desagrupamento respectivo que possibilita aquele acréscimo. Em virtude disso, ele realiza a operação com o registro inicial da ordem desagrupada, apesar de ter realizado o desagrupamento para a ordem anterior.

O erro do tipo 5 acontece que o estudante realiza o desagrupamento e faz os 2 registros, mas com algum(ns) erro(s). Em relação ao erro do tipo 4, o erro do tipo 5 indica um avanço epistemológico do discente sobre na compreensão do algoritmo da subtração.

Os erros G4 e G5 indicam um avanço discente importante no processo de aprendizagem da subtração se comparado ao erro F2, quando o estudante realiza o desagrupamento, mas não o registra. Na turma da Hipátia, o erro F2 aconteceu 07 vezes. Para sanar os erros G4 e G5, a docente precisa explicar aos estudantes a necessidade de realizador desagrupamento e registrar quando o algarismo do minuendo é menor do que o algarismo do subtraendo.

O 3º grupo com mais erro nas respostas das contas de subtração foi o grupo C, *Resultado ausente, sem lógica identificada ou da outra operação*, com 18 ocorrências. O tipo 3, *Resultado sem lógica identificada em todas algumas ordens*, aconteceu 10 vezes; o tipo 2, *Resultado sem lógica identificada em todas as ordens*, aconteceu 6 vezes; o tipo 5, *Resultado da outra operação*, aconteceu 2 vezes. O erro C3 foi o 3º erro mais cometido pelos estudantes em todas as contas de subtração. Das 6 ocorrências de C2, 4 delas foram do HE20, enquanto HE16 e HE18 cometeram 1 vez, na conta a. HE16, nas demais contas, cometeu o erro C3.

Imagem F13 – Erro C3 (HE16)

D) 816 – 279

$$\begin{array}{r} 816 \\ - 279 \\ \hline 626 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem F14 – Erro C2 (HE20)

B) 52 – 17

$$\begin{array}{r} 52 \\ - 17 \\ \hline 57 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Diante desse cenário, é necessário um trabalho específico com os estudantes que cometeram erros C2 e C3, de modo que eles avancem na compreensão da operação de subtração. Dessa forma, a prática pedagógica adota uma intervenção que o estudante realmente precisa. O docente pode propor situações em que os estudantes possam desenvolver suas habilidades, como realizar atividades com a tabuada, a calculadora, tampas, palitos, QVL, acompanhadas de seus registros, pode ser uma estratégia didática.

Tais atividades podem ser tanto individuais quanto em grupo. Nas atividades em grupo, o docente pode trabalhar colocando estudantes que já conseguem realizar a conta corretamente com estudantes que ainda não a resolvem. Dessa forma, eles podem explicar o conteúdo uns aos outros.

Os erros do grupo F, *Agrupamento/Desagrupamento não tem registro*, ocorreram 10 vezes. O tipo 2, *Desagrupamento não tem registro*, teve 7 ocorrências.

Imagem F15 – Erro F2 (HE05)

F) 6.037 – 2.548

$$\begin{array}{r} 6037 \\ + 2548 \\ \hline 4599 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Pode-se analisar esse tipo de erro como desconhecimento das características do sistema cifranáutico – base decimal (agrupamentos de 10 em 10: unidade, dezena, centena, unidade de milhar...) e é posicional (cada algarismo tem um valor absoluto e relativo, a depender da posição) – e um possível equívoco da estratégia de resolução mediante cálculo mental.

Nesse caso, a professora pode retomar as contas com os estudantes solicitando mais atenção no momento da representação, ter momentos para a resolução do cálculo mental e explicar que o registro os ajuda na hora da resolução, facilitando a visualização do que estão representando no imaginário.

Os erros do grupo B, *Erro na representação*, ocorreram 9 vezes. O tipo 7, *Numerais sem operação indicada*, ocorreu 5 vezes. O tipo 4, *Numerais invertidos*, ocorreu 3 vezes, e o tipo 6, *Numerais com outra operação*, 1 vez.

Imagem F16 – Erro B7 (HE26)

$$\begin{array}{r} \text{F) } 6.037 \\ - 2.548 \\ \hline 8.585 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem F17 – Erro B4 (HE17)

$$\begin{array}{r} \text{D) } 816 \\ - 279 \\ \hline 663 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Os erros do grupo B decorrem da falta de atenção dos estudantes no momento da representação da conta, pois há troca de algarismos ou algarismos errados. Nesse caso, a professora pode retomar as contas com os estudantes solicitando mais atenção no momento da representação.

Diante dos resultados e da análise dos dados da turma da professora Hipátia, observa-se que seus estudantes estão em um nível de aprendizagem diferente em relação à adição e à subtração, assim como na professora Florence.

Na adição, os dados indicam um razoável entendimento discente, pois há mais contas certas (71 ou 61,2%) do que contas erradas (45 ou 38,8%). Porém é necessário um acompanhamento mais próximo de 9 estudantes: HE07, HE13, HE16,

HE17 e HE18, que acertaram 1 conta de adição, e HE03, HE14, HE20 e HE25, que não acertaram qualquer conta de adição.

Na subtração, os dados apresentam um rendimento alarmante requerendo da professora momentos específicos de planejamento de atividade e intervenções pedagógicas que garantam o desenvolvimento das habilidades respectivas, já que 86,2% das contas apresentaram algum tipo de erro. Conforme exposto, 19 estudantes não acertaram qualquer conta de subtração e apenas 3 estudantes (HE19, HE24 e HE26) estão numa situação de avanço, pois acertaram 3 contas de subtração, enquanto 7 estudantes (HE08, HE10, HE11, HE12, HE22, HE23 e HE27) acertaram 1 conta de subtração.

É necessário, portanto, que a professora Hipátia, assim como a professora Florence, quando for abordar os algoritmos da adição e da subtração, dedique a maior parte do tempo para a operação da subtração, pois o cenário é preocupante.

O fato de alguns estudantes não terem acertado a resolução de qualquer conta de adição e o alto percentual de contas de subtração com erros na resolução, 86%, indica a necessidade de a professora Hipátia ampliar seus saberes docentes.

Sobre o saber conteudístico, é importante que a professora aprofunde os os conceitos que envolvem o SC, de modo especial o valor posicional e as noções de agrupamento e desagrupamento, bem como as diferentes representações das contas de adição e de subtração e a resolução via algoritmo.

Sobre o saber pedagógico é imprescindível que a análise realizada pelo diagnóstico indique caminhos para o planejamento e as intervenções em sua prática de sala de aula, para que ela possa acompanhar a aprendizagem discente.

Sobre a ampliação dos seus saberes existenciais, a professora ao conquistar mais segurança para ensinar Matemática em sala de, superando medos e anseios.

APÊNDICE G – ANÁLISE DA TURMA DO PROFESSOR NEWTON



Universidade Federal do Ceará
Faculdade de Educação
Laboratório de Educação Matemática – LEDUM
Programa de Pós-Graduação em Educação

Tese de Doutorado

Orientando: Renato Carneiro da Silva

Orientador: Paulo Meireles Barguil

Participaram do diagnóstico 28 estudantes.

O Quadro G01 apresenta a classificação das resoluções das contas dos estudantes da turma do professor Newton.

Quadro G01 – Classificação das resoluções das contas dos estudantes da turma do professor Newton

CONTA	ESTUDANTE																										TOTAL DE ACERTOS	MÉDIA DE ACERTOS			
	E01	E02	E03	E04	E05	E06	E07	E08	E09	E10	E11	E12	E13	E14	E15	E16	E17	E18	E19	E20	E21	E22	E23	E24	E25	E26			E27	E28	
a	38 + 46	B3 D2 H1	D2 G3		D2	F1*		D2			D2 F1	F1*	B4*		B7 F1*					B3 B4*					B3*	B4*			16	0,57	
b	52 - 17	D8 D7	B3*	C5*	G4	C5 D2		D8	B6 C5*	D8 D2	D8	D8	D7 F2		B3*	B7 C2	G4*		D8		F2 D11	D8	D8	D8	D8	G4*		G5 D11	6	0,21	
c	453 + 268	H1		E1	D11 G3	F1		F1 D4			F1 D2	F1*			A2	H1							B3 C3					18	0,64		
d	816 - 279	D8 D7	D5	B3 C5 E2	D5	F2*		D8		D8	D8	D8	C3		D11	B7 D8	F2 D11		D8		D8	D8	C5*	D8	D8	D7 G4		G5 D11	7	0,25	
e	1.924 + 3.785	D2 G1 E2		B4*	F1 D2 G3	F1	H1	F1 D2 D4	D4		D2 F1	C4 G1	B4*	B4*	B7 G1	H1				B4*	H1								13	0,46	
f	6.037 - 2.548	B5 C3	D11 D9	D11 G4	D8 D5	F2*	G4 D7 D11	C5 F1 D2	F2 D11	D8	D8	D8 D5	C3	D11 G4	D11	D8 C3	G4 D7	D11 G4	D8	G4	D8	D8 D5	C5*	C5*	D8	G4 D7		G5 C4 D5 D7	2	0,07	
g	24.395 + 18.067	B5 E2		D2 E2	H1 D2	F1		B5 C1			H1	D8 F1	F1*		H1 D3	B2 B3	D2		H1	H1				G2	D2 H1		D2 H1	12	0,43		
h	57.104 - 39.629	C2	D11 D9	D6 E2	C3 D8	F2*	C5*	D8 C4	B6 C5 C2	D8	D8	D8 D5 C3 F1	B1 C2		D11	B7 D8	G4 D5	G4	D8		D8	B3 D5 D8	B7 C5*	B7 C5*	D8	G4 D7		C5*	B7 D11	3	0,11
TOTAL ACERTOS		0	3	1	0	0	5	0	4	4	3	0	0	5	2	0	1	6	3	6	2	3	4	3	3	2	7	3	7	77	2,75
+		0	3	1	0	0	3	0	3	4	3	0	0	2	2	0	1	4	3	3	2	3	4	3	3	2	3	3	4	59	2,11
-		0	0	0	0	0	2	0	1	0	0	0	0	3	0	0	0	2	0	3	0	0	0	0	0	0	4	0	3	18	0,64

Fonte: Pesquisa do autor.

A partir dos dados do Quadro G01, indico, a seguir, para cada conta, a quantidade de contas resolvidas corretamente e com erro, bem como de cada erro (grupo e tipo).

Conta a: 38 + 46

Das 28 resoluções, 16 estavam certas e 12 estavam erradas. Foram cometidos 18 erros: 5 D2, 4 F1, 3 B3, 3 B4, 1 B7, 1 G3 e 1 H1.

Conta b: 52 – 17

Das 28 resoluções, 06 estavam certas e 22 estavam erradas. Foram cometidos 30 erros: 10 D8, 3 C5, 3 G4, 2 B3, 2 D2, 2 D7, 2 D11, 2 F2, 1 B6, 1 B7, 1 C2 e 1 G5.

Conta c: 453 + 268

Das 28 resoluções, 18 estavam certas e 10 estavam erradas. Foram cometidos 14 erros: 4 F1, 2 H1, 1 A2, 1 B3, 1 C3, 1 D2, 1 D4, 1 D11, 1 E1 e 1 G3.

Conta d: 816 – 279

Das 28 resoluções, 07 estavam certas e 21 estavam erradas. Foram cometidos 28 erros: 11 D8, 3 D11, 2 D5, 2 D7, 2 E2, 2 F2, 1 B3, 1 B7, 1 C3, 1 C5, 1 G4 e 1 G5.

Conta e: 1.924 + 3.785

Das 28 resoluções, 13 estavam certas e 15 estavam erradas. Foram cometidos 24 erros: 4 B4, 4 D2, 4 F1, 3 G1, 3 H1, 2 D4, 1 B7, 1 C4, 1 E2 e 1 G3.

Conta f: 6.037 - 2.548

Das 28 resoluções, 2 estavam certas e 26 estavam erradas. Foram cometidos 45 erros: 9 D8, 7 D11, 7 G4, 4 D5, 4 D7, 3 C3, 3 C5, 2 F2, 1 B1, 1 B5, 1 C4, 1 D2, 1 D9 e 1 F1

Conta g: 24.395 + 18.067

Das 28 resoluções, 12 estavam certas e 16 estavam erradas. Foram cometidos 24 erros: 7 H1, 5 D2, 3 F1, 2 B5, 2 E2, 1 B2, 1 B3, 1 C1, 1 D8 e 1 G2.

Conta h: 57.104 – 39.629

Das 28 resoluções, 3 estavam certas e 25 estavam erradas. Foram cometidos 43 erros: 10 D8, 6 C5, 4 B7, 3 C2, 3 D5, 3 D11, 3 G4, 1 B1, 1 B3, 1 B6, 1 C3, 1 C4, 1 D6, 1 D7, 1 D9, 1 E2, 1 F1 e 1 F2.

Conforme os dados do Quadro G01, os estudantes acertaram 77 resoluções do total de 224 contas (28 estudantes x 8 contas), resultando numa média de 2,75 conta certa por estudante

A média de acertos em contas adição é de 2,11 e em contas de subtração é 0,64. Tal dado aponta para hipótese de que os estudantes efetuam com mais exatidão os algoritmos da adição em comparação aos algoritmos da subtração.

A conta de adição $453 + 468$ apresentou a maior quantidade de acertos, 18, e média 0,64. Essa era a 2ª conta mais simples, pois tinha três dígitos.

A conta de adição $24.395 + 18.067$ teve a menor quantidade de acertos, 12, e média 0,43. Essa era a conta mais trabalhosa, pois tinha cinco dígitos.

A conta de subtração $816 - 279$ apresentou a maior quantidade de acertos, 07, e média 0,25. Essa era 2ª conta mais simples, pois tinha três dígitos.

As contas de subtração $6.037 - 2.548$ apresentou a menor quantidade de acerto, 02, e média 0,07. Essa era a 3ª conta mais trabalhosa, com quatro dígitos.

Dados sobre os estudantes e os tipos de erros serão apresentados em tabelas específicas.

A Tabela G01 indica a quantidade e o percentual de acertos e de contas com erros por operação dos estudantes da turma do professor Newton.

Tabela G01 – Contas certas e erradas dos estudantes – turma do professor Newton (quantidade e %)

OPERAÇÃO	Acertos (Quant.)	Contas com erros (Quant.)	TOTAL (Quant.)	Acertos (%)	Contas com erros (%)	TOTAL (%)
+	59	53	112	52,7	47,3	100,0
-	18	94	112	16,1	83,9	100,0
TOTAL	77	147	224	34,4	65,6	100,0

Fonte: Pesquisa do autor.

Conforme os dados do Quadro 16 e da Tabela G01, foram 59 itens de adição respondidos corretamente (52,7%), resultando numa média de 2,11 conta de adição certa por estudante, enquanto que na operação de subtração foram 18 (16,1%), resultando numa média de 0,64 conta de subtração certa por estudante. Foram identificadas 53 contas de adição com algum tipo de erro (47,3%), numa média de 1,89 conta de adição errada por estudante. Na subtração, foram identificadas 94 contas de subtração com algum tipo de erro (83,9%), numa média de 3,36 conta de subtração errada por estudante.

Dessa forma, os estudantes da turma da professor do professor Newton apresentaram um desempenho melhor nas operações de adição em relação às operações de subtração.

A Tabela G02 indica a distribuição dos estudantes por quantidade de acertos nas contas de adição.

Tabela G02 – Distribuição dos estudantes por quantidade de acertos nas contas de adição – turma do professor Newton

CONTAS CERTAS	ESTUDANTES	TOTAL
4	4	16
3	11	33
2	4	8
1	2	2
0	7	0
TOTAL	28	59

Fonte: Pesquisa do autor.

Os dados da Tabela n2 indicam que apenas 4 estudantes (NE09, NE17, NE22 e NE28) acertaram todas as contas de adição, 11 estudantes acertaram 3 contas, 4 estudantes acertaram 2 contas, 2 estudantes (E03 e E16) acertaram 1 conta,

que foi a conta a (38 + 46), e 7 estudantes (NE01, NE04, NE05, NE07, NE11, NE12 e NE15) não acertaram qualquer conta de adição.

A hipótese para os acertos nas contas de adição – a, c, e, g – é que eles sejam maiores quando estas envolvem numerais com 2 dígitos. Porém isso não aconteceu com a turma do professor Newton. A conta a, numeral com dois dígitos, apresentou um total de 16 acertos, enquanto a conta c, numeral com três dígitos, teve 18 acertos. A partir da conta e a hipótese foi confirmada. A conta e, numeral com 4 dígitos, teve 13 acertos, e a conta g, numeral com cinco dígitos, 12 acertos.

A Tabela G03 indica a distribuição dos estudantes por quantidade de contas certas de subtração.

Tabela G03 – Distribuição dos estudantes por quantidade de acertos nas contas de subtração – turma do professor Newton

CONTAS CERTAS	ESTUDANTES	TOTAL
4	1	4
3	3	9
2	2	4
1	1	1
0	21	0
TOTAL	26	10

Fonte: Pesquisa do autor.

Os dados da Tabela 11 indicam que 1 estudante (NE26) acertou 4 contas de subtração, 3 estudantes (NE13, NE19 e NE28) acertaram 3 contas de subtração, 2 estudantes acertaram 2 contas, 1 estudante (NE08) acertou apenas uma conta e 21 não acertaram qualquer conta de subtração.

O acerto nas contas de subtração – b, d, f, h – é maior quando esta envolve 2 dígitos, embora a quantidade tenha sido igual na conta de 3 dígitos. As contas de subtração, com 2, 3, 4 e 5 dígitos, que tiveram respostas corretas foram: 6, 7, 2 e 3. Com o acréscimo na quantidade de dígitos, a tendência esperada era a diminuição progressiva na quantidade de acertos, mas não foi isso que aconteceu em cada acréscimo, pois as contas com numerais de 3 dígitos teve uma quantidade maior de acertos do que as contas com 2 dígitos, o mesmo aconteceu com numerais de 4 e 5 dígitos, as contas com numerais com 5 dígitos teve uma quantidade maior de acertos do que as contas com 4 dígitos.

A Tabela G04 consolida a quantidade dos erros das resoluções das contas dos estudantes em cada conta conforme o grupo da turma do professor Newton.

Tabela G04 – Grupo dos erros das resoluções das contas dos estudantes em cada conta – turma do professor Newton

CONTA	GRUPO DO ERRO								TOTAL ERROS	CONTAS COM ERROS	MÉDIA DE ERROS	
	A	B	C	D	E	F	G	H				
a	38 + 46	0	7	0	5	0	4	1	1	18	12	1,50
b	52 - 17	0	4	4	16	0	2	4	0	30	22	1,36
c	453 + 268	1	1	1	3	1	4	1	2	14	10	1,40
d	816 - 279	0	2	3	18	1	2	2	0	28	21	1,33
e	1.924 + 3.785	0	5	1	6	1	4	4	3	24	15	1,60
f	6.037 - 2.548	0	2	7	26	0	3	7	0	45	26	1,73
g	24.395 + 18.067	0	4	1	6	2	3	1	7	24	16	1,50
h	57.104 - 39.629	0	7	11	19	1	2	3	0	43	25	1,72
	TOTAL ERROS	1	32	28	99	6	24	23	13	226	147	1,54
	+	1	17	3	20	4	15	7	13	80	53	1,51
	-	0	15	25	79	2	9	16	0	146	94	1,55

Fonte: Pesquisa do autor.

Apresentarei, a seguir, análises separadas dos erros nas contas das operações de adição e de subtração.

Adição

Conforme o Quadro G01 e as Tabelas G01 e G04, 53 contas de adição foram resolvidas erroneamente, as quais apresentaram 80 erros, resultando numa média de 1,51 erro por conta de adição.

As médias de erros nas contas de adição, com 2, 3, 4 e 5 dígitos, foram: 1,50; 1,40; 1,60 e 1,50. A média de erros nas contas de adição – a, c, e, g – é menor na conta c.

Conforme a Tabela n4, a maior quantidade de erros nas operações de adição foi no grupo D (20 erros), seguida pelo grupo B (17 erros), grupo F (15 erros),

grupo H (13 erros), grupo G (7 erros), grupo E (4 erros), grupo C (3 erros), grupo A (1 erro).

Os erros do grupo D, *Erro na operação*, foi o erro mais cometido pelos estudantes. O erro do grupo D2, *Erro na contagem na adição sem agrupamento*, aconteceu 15 vezes. O erro D4, *Erro de contagem na adição com agrupamento*, ocorreu 3 vezes, e os erros D8, *subtrai o (menor) algarismo do subtraendo do (maior) algarismo do minuendo*, e D11, *Erro de contagem na subtração com desagrupamento*, ocorreram 1 vez cada. O erro D2 foi o erro mais cometido pelos estudantes em todas as contas de adição, empatado com F1.

Imagem G01 – Erro D2 (NE04)

A) $38 + 46$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 38 \\ + 46 \\ \hline 80 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem G02 – Erro D4 na 3ª ordem (NE08)

E) $1.924 + 3.785$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \\ 1.924 \\ + 3.785 \\ \hline 5.809 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Pode-se analisar os erros D2 e D4 fruto da falta de atenção dos estudantes no momento da contagem ou erro no momento de somar as quantidades por desconhecimento da característica da base decimal ou o princípio aditivo. Atividades que envolvam a contagem, a tabuada e o uso de materiais que possibilitem o registro dessas atividades com o QVL favorecem a consolidação dessa habilidade dos estudantes.

O 2º grupo com mais erro nas respostas das contas de adição foi o grupo B, *Erro na representação*, com 17 ocorrências. O tipo 4, *Numerais invertidos*, aconteceu 7 vezes, o tipo 3, *Numeral(is) com algarismo(s) errado(s) ou trocado(s)*, aconteceu 5 vezes, o tipo 5, *Numerais não alinhados*, e o tipo 7, *Numerais sem a operação indicada*, aconteceram 2 vezes cada e o tipo 1, *Apenas um numeral*, ocorreu 1 vez. O erro B4 foi o 3º erro mais cometido pelos estudantes em todas as contas de adição.

Os erros do grupo B decorrem da falta de atenção dos estudantes no momento da representação da conta.

Os erros B4, B3 e B7 são simples de serem corrigidos pelo professor: no caso de B4, o estudante precisa escrever as parcelas na ordem adequada, no erro B3 pedir que o estudante confira os numerais da conta armada com os numerais da conta da atividade, no caso de B7, indicar a operação entre elas.

Imagem G03 – Erro B4 (NE26) Imagem G04 – Erro B3 (NE25)

A) 38 + 46

$$\begin{array}{r} 1 \\ 46 \\ + 38 \\ \hline 84 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

A) 38 + 46

$$\begin{array}{r} 1 \\ 38 \\ + 46 \\ \hline 84 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

O erro B5 deve ser corrigido solicitando que os estudantes insiram os numerais de acordo com as ordens que ocupam, pois os numerais desalinhados induzem ao erro durante a resolução.

O 3º grupo com mais erro nas respostas das contas de adição foi o grupo F, *Agrupamento/Desagrupamento não tem registro*, com 15 ocorrências, todas do tipo 1, *Agrupamento não tem registro*. O erro F1 foi o erro mais cometido pelos estudantes em todas as contas de adição, empatado com D2.

Imagem G05 – Erro F1 na 2ª e na 5ª ordem (NE05)

G) 24.395 + 18.607

$$\begin{array}{r} 24.395 \\ + 18.607 \\ \hline 32.992 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

O erro F1 indica que os estudantes precisam aprender a representar na ordem seguinte, mediante o algarismo 1, o agrupamento de 10 elementos resultante da soma.

Para auxiliar no desenvolvimento dessa habilidade, a professora pode utilizar o QVL, como recurso para visualização das ordens e agrupamentos com a realização de atividades que transitem entre a representação e resolução da conta no concreto e com os algarismos.

O grupo H, *Agrupamento/Desagrupamento tem registro correto, mas é ignorado*, ocorreu 13 vezes, sendo todas do tipo 1, *Ignora o registro correto de agrupamento*. O erro H1 foi o 2º erro mais cometido pelos estudantes em todas as contas de adição.

Imagem G06 – Erro H1 (NE16)

E) 1.924 + 3.785

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \\ 1 \cdot 924 \\ + 3 \cdot 785 \\ \hline 5 \cdot 609 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Para ajudar o estudante a superar esse tipo de erro, o professor pode propor atividades com o reconhecimento das unidades, das dezenas e das centenas dos numerais, agrupando-os, com o uso do tapetinho, e resolvendo questões que os oportunizem a perceberem que os agrupamentos ocorrem em todas as ordens quando a soma dos algarismos é maior que 9. Além disso, o professor precisa adotar resoluções que abordem, como já citado, o algoritmo completo da adição. Atividades que envolvam o uso do QVL favorecem a consolidação dessa habilidade dos estudantes.

O grupo G, *Agrupamento/desagrupamento tem registro(s), mas com erro(s)*, ocorreu 7 vezes. Os tipos 1, *Agrupamento no resultado*, e o tipo 3, *Agrupamento no local certo, mas com valor errado*, ocorreram 3 vezes cada. O tipo 2, *Agrupamento na mesma ordem*, ocorreu 1 vez.

O erro G1 indica que o estudante desconhece o fato de que quando a soma em uma ordem ultrapassa 9, o 1 da ordem seguinte é transportada para a parte de cima da próxima ordem da 1ª parcela.

No erro G2, o estudante escreve o 1, referente ao agrupamento de 10 elementos, na parte de cima da mesma ordem na 1ª parcela.

O erro G3, por vezes, indica que os estudantes entendem que há a necessidade de agrupar uma quantidade na ordem seguinte, mas, por ainda não estarem com a habilidade consolidada, acabam não sabendo qual algarismo escrever na ordem seguinte.

Imagem G07 – Erros C4 e G1 (NE12)

$$\begin{array}{r} 1.924 \\ + 3.785 \\ \hline 4.109 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem G08 – Erro G2 (NE26)

$$\begin{array}{r} 24.395 \\ + 18.607 \\ \hline 33.002 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem G09 – Erros D2 e G3 (NE02)

$$\begin{array}{r} 38 \\ + 46 \\ \hline 117 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Os erros do grupo E, *Erro no registro da separação de classe*, ocorreram 4 vezes. O tipo 2, *Classe das unidades simples com mais de 3 ordens*, ocorreu 3 vezes, sendo 2 vezes com NE01 e 1 vez com NE03. O erro tipo 1, *Classe de unidades simples com menos de 3 ordens*, ocorreu 1 vez, com NE03.

Imagem G10 – Erros B5 e E2 (NE01)

$$\begin{array}{r} 24.395 \\ + 18.607 \\ \hline 43.002 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem G11 – Erro E1 (NE03)

$$\begin{array}{r} 453 \\ + 268 \\ \hline 7.21 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Tais erros indicam que os estudantes desconhecem a característica do sistema cifranáutico de que os algarismos ocupam ordens e o conjunto de três algarismos compõe uma classe. Para desenvolver essa habilidade o professor pode propor atividades de registros e leitura dos numerais, tanto com algarismos como com o concreto, mediante o uso do tapetinho e do QVL.

Os erros do grupo C, *Resultado ausente, sem lógica identificada ou da outra operação*, tiveram 3 ocorrências. Os tipos 1, *Ausência de resultado*, 3, *Resultado sem lógica identificada em algumas ordens*, e 4, *Resultado sem registro em alguma ordem*, tiveram 1 ocorrência cada, os quais foram cometidos, respectivamente, por NE07, NE23 e NE12.

Imagem G12 – Erro B5 e C1 (NE07)

G) 24.395 + 18.607

$$24395 + 18607$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem G13 – Erro C3 (NE12)

C) 453 + 268

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \\ 458 \\ + 268 \\ \hline 1926 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Diante desse cenário, é necessário um trabalho específico com os estudantes que cometeram erros, de modo que eles avancem na compreensão da operação de adição. Dessa forma, a prática pedagógica pode adotar uma intervenção que o estudante realmente precisa. O docente pode propor situações em que os estudantes possam desenvolver suas habilidades, como realizar atividades com a tabuada, a calculadora, tampas, palitos, QVL, acompanhadas de seus registros, pode ser uma estratégia didática.

Tais atividades podem ser tanto individuais quanto em grupo. Nas atividades em grupo, o docente pode trabalhar colocando estudantes que já conseguem realizar a conta corretamente com estudantes que ainda não a resolvem. Dessa forma, eles podem explicar o conteúdo uns aos outros.

Subtração

Conforme o Quadro G01 e as Tabelas G01 e G04, 94 contas de subtração foram resolvidas erroneamente, as quais apresentaram 146 erros, resultando numa média de 1,55 erro por conta de subtração.

As médias de erros nas contas de subtração, com 2, 3, 4 e 5 dígitos, foram: 1,36; 1,33; 1,73 e 1,72. A média de erros nas contas de subtração – b, d, f, h – é menor quando esta envolve 3 dígitos. Observa-se, também, que o acréscimo na quantidade de dígitos nas contas não é acompanhado pelo aumento progressivo da quantidade de erros.

Conforme a Tabela G04, a maior quantidade de erros nas contas das operações de subtração foi no grupo D (79 erros), seguida pelo grupo C (25 erros), grupo G (16 erros), grupo B (15 erros), grupo F (9 erros), grupo E (2 erros). Não aconteceram erros nos grupos A e H.

Nas contas das operações de subtração, os erros do grupo D, *Erro na operação*, chama a atenção pela quantidade, pois ele ocorre em todas as contas, desde as com apenas 2 ordens até as com 5 ordens.

O erro tipo 8, *Subtrai o (menor) algarismo do subtraendo do (maior) algarismo do minuendo*, teve 40 ocorrências. O erro D8 foi o erro mais cometido pelos estudantes em todas as contas de subtração. Tal erro indica que os estudantes encontram-se em uma fase de desenvolvimento do pensamento sobre a subtração muito elementar. Para eles, a resolução da conta acontece ao subtrair o maior algarismo do menor.

Imagem G14 – Erro D8 (NE18)

$$\begin{array}{r}
 816 \\
 -279 \\
 \hline
 663
 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Esse tipo de erro indica a necessidade de trabalho focado na explicação da subtração em sala de aula, de um planejamento que direcione os estudantes a saírem da ideia equivocada da resolução da subtração retirando o maior do menor sem considerar as parcelas.

O erro D11, *Erro de contagem na subtração com desagrupamento*, teve 15 ocorrências e foi o 2º erro mais cometido pelos estudantes em todas as contas de subtração. Ele indica que o estudante demonstra conhecer o algoritmo da operação, porém erra ao realizar a contagem com o(s) numeral(is) desagrupado(s).

Imagem G15 – Erro D11 (NE14)

The image shows a handwritten subtraction problem: $816 - 279$. The student has written the numbers vertically, with 816 on top and 279 below it. A horizontal line is drawn under the 279. Below the line, the student has written the result 535. There are small arrows and markings above the digits of 816, indicating an attempt to regroup. The error is in the regrouping process, where the student incorrectly calculated the result as 535 instead of the correct 537.

Fonte: Pesquisa do autor.

O professor pode realizar intervenções com atividades que proporcionem a visualização do algoritmo de maneira correta com registros e com materiais manipulativos, como o QVL, enfatizando os termos corretos durante a resolução como desagrupar e não “pedir emprestado”.

O erro D5, *Supremacia do zero na subtração* ($0 - N = 0$ e $N - 0 = 0$), teve 9 ocorrências e foi o 4º erro mais cometido pelos estudantes em todas as contas de subtração, empatado com D7. Ele indica que os estudantes quando encontram o 0 em uma ordem, o reproduzem, sem considerar o algoritmo da outra da parcela da mesma ordem.

Imagem G16 – Erro D5 (NE04)

D) 816 – 279

$$\begin{array}{r} 816 \\ - 279 \\ \hline 607 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

O professor pode realizar intervenções sobre a função do zero no SC com representações sobre o vazio em atividades com o tapetinho, o QVL e a representação com os algarismos.

O erro D7, *Erro de contagem na subtração sem desagrupamento*, teve 9 ocorrências e foi o 4º erro mais cometido pelos estudantes em todas as contas de subtração, empatado com D5. Ele indica que os estudantes cometem equívocos ao operar com contas simples.

Imagem G17 – Erro D7 (NE25)

H) 57.104 – 39.629

$$\begin{array}{r} 57.104 \\ - 39.629 \\ \hline 17.675 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

O professor pode trabalhar situações com a tabuada, o registro e o significado da subtração. O QVL auxilia na representação e na operação, ao demonstrar concretamente as quantidades que precisam ser retiradas das parcelas.

O 2º grupo com mais erro nas respostas das contas de subtração foi o grupo C, *Resultado ausente, sem lógica identificada ou da outra operação*, com 25 ocorrências. O tipo 5, *Resultado da outra operação*, aconteceu 14 vezes (3 vezes com E22; 2 vezes com NE03, NE08 e NE23; 1 vez com NE05, NE06, NE07, NE11 e NE27); o tipo 3, *Resultado sem lógica identificada em algumas ordens*, ocorreu 5 vezes (2 vezes com NE12; 1 vez com NE01, NE04 e NE14); o tipo 2, *Resultado sem lógica*

identificada em todas as ordens, ocorreu 4 vezes (1 vez com NE01, NE08, NE12 e NE15); e o tipo 4, *Resultado sem registro em alguma ordem*, ocorreu 2 vezes (1 vez com NE07 e NE27).

O erro C5 indica que possivelmente o estudante desconhece o algoritmo da subtração, recorrendo à adição para satisfazer a resposta ou não teve atenção durante a leitura do algoritmo. É interessante destacar que, das 14 ocorrências, em 09 delas (3 vezes com NE22; 2 vezes com NE23; 1 vez com NE03, NE06, NE08 e NE27), os estudantes realizaram corretamente a conta de adição.

Imagem G18 – Erro C5 (NE22)

$$\begin{array}{r} 1 \\ 6.037 \\ - 2.548 \\ \hline 8.585 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Os erros C2, C3 e C4 indicam um cenário desolador, tendo em vista que os estudantes estão no 5º ano do Ensino Fundamental e, em 11 resoluções, falharam em demonstrar habilidades triviais referentes às contas de subtração.

Imagem G19 – Erro C2 (NE01)

$$\begin{array}{r} 57.104 \\ - 39.629 \\ \hline 224,34 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem G20 – Erro C3 (NE12)

$$\begin{array}{r} 816 \\ - 279 \\ \hline 688 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem G21 – Erro D8 e C4 (NE07)

$$\begin{array}{r} 57.104 \\ - 39.629 \\ \hline 2225 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Diante desse cenário, é necessário um trabalho específico com esses estudantes, de modo que eles avancem na compreensão da operação de subtração. Dessa forma, a prática pedagógica adota uma intervenção que o estudante realmente precisa. O docente pode propor situações em que os estudantes possam desenvolver suas habilidades, como realizar atividades com a tabuada, a calculadora, tampas, palitos, QVL, acompanhadas de seus registros, pode ser uma estratégia didática.

Tais atividades podem ser tanto individuais quanto em grupo. Nas atividades em grupo, o docente pode trabalhar colocando estudantes que já conseguem realizar a conta corretamente com estudantes que ainda não a resolvem. Dessa forma, eles podem explicar o conteúdo uns aos outros.

O 3º grupo com mais erro nas respostas das contas de subtração foi o grupo G, *agrupamento/desagrupamento não tem registro*, com 16 ocorrências. O tipo 4, *Desagrupamento tem somente um registro*, aconteceu 14 vezes; o tipo 5, *Desagrupamento tem 2 registros, mas com erros*, aconteceu 2 vezes. O erro G4 foi o 3º erro mais cometido pelos estudantes em todas as contas de subtração.

O erro G4 acontece quando o estudante realiza o desagrupamento, mas faz somente um registro, quase sempre para indicar o acréscimo de 10 elementos na ordem em que está realizando a subtração, mas não registra o desagrupamento respectivo que possibilita aquele acréscimo. Em virtude disso, ele realiza a operação com o registro inicial da ordem desagrupada, apesar de ter realizado o desagrupamento para a ordem anterior.

Imagem G22 – Erro G4 (NE19)

F) $6.037 - 2.548 = 3.589$

Fonte: Pesquisa do autor.

O erro G5 acontece que o estudante realiza o desagrupamento e faz os 2 registros, mas com algum(ns) erro(s). Em relação ao erro do tipo 4, o erro do tipo 5

indica um avanço epistemológico do discente sobre na compreensão do algoritmo da subtração.

Imagem G23 – Erro G5 (NE27)

B) 52 – 17

$$\begin{array}{r} 3 \\ \cancel{5}2 \\ -17 \\ \hline 27 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Os erros G4 e G5 indicam um avanço discente importante no processo de aprendizagem da subtração se comparado ao erro F2, quando o estudante realiza o desagrupamento, mas não o registra. Na turma do Newton, o erro F2 aconteceu 07 vezes.

Para sanar os erros G4 e G5, o docente precisa explicar aos estudantes a necessidade de realizador desagrupamento e registrar quando o algarismo do minuendo é menor do que o algarismo do subtraendo.

Os erros do grupo B, *Erro na representação*, ocorreram 15 vezes. O tipo 7, *Numerais sem operação indicada*, ocorreu 6 vezes; o tipo 3 *Numeral(is) com algarismos errados ou trocados*, ocorreu 4 vezes; o tipo 1, *Apenas um numeral*; e o tipo 2, *Numeral(is) incompleto(s)*, ocorreram 2 vezes cada. O tipo 5, *Numerais não alinhados*, ocorreu 1 vez.

Imagem G24 – Erros B7 e D8 (NE15)

H) 57.104 – 39.629 22.525

$$\begin{array}{r} 57.104 - 39.629 \\ \hline 18.525 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 57.104 \\ 39.629 \\ \hline 22.525 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem G25 – Erro B3 (NE14)

B) 52 – 17

$$\begin{array}{r} 57 \\ -17 \\ \hline 40 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Os erros do grupo B decorrem da falta de atenção dos estudantes no momento da representação da conta, pois há troca de algarismos ou algarismos errados. Nesse caso, o professor pode retomar as contas com os estudantes solicitando mais atenção no momento da representação.

O grupo F, *agrupamento/desagrupamento não tem registro*, teve 9 ocorrências. O tipo 2, *Desagrupamento não tem registro*, ocorreu 7 vezes; o tipo 1, *Agrupamento não tem registro*, 2 vezes.

Pode-se analisar o erro F2 como desconhecimento das características do sistema cifranáutico, como tem base decimal (agrupamentos de 10 em 10: unidade, dezena, centena, unidade de milhar...), é posicional (cada algarismo tem um valor absoluto e relativo, a depender da posição), além de um possível equívoco da estratégia de resolução através do cálculo mental.

Imagem G26 – Erro F2 (NE05)

$$\begin{array}{r}
 \text{D) } 816 - 279 \\
 816 \\
 - 279 \\
 \hline
 537
 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Nesse caso, a professora pode retomar as contas com os estudantes solicitando mais atenção no momento da representação, ter momentos para a resolução do cálculo mental e explicar que o registro os ajuda na hora da resolução, facilitando a visualização do que estão representando no imaginário.

Finalmente, o grupo E, *Erro no registro da separação de classe*, ocorreu 2 vezes, sendo uma do tipo 1, *Classe das unidades simples com menos de 3 ordens*, e 1 do tipo 2, *Classe das unidades simples com mais de 3 ordens*. Ambos os erros foram cometidos por NE03.

Imagem G27 – Erro E1 (NE03) Imagem G28 – Erro E2 (NE03)

$$\begin{array}{r} 818 \\ - 279 \\ \hline 10,97 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

$$\begin{array}{r} 57.104 \\ - 39.629 \\ \hline 1.6629 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Os erros do grupo E indicam que os estudantes desconhecem a característica do sistema cifranáutico de que os algarismos ocupam ordens e o conjunto de três algarismos compõe uma classe. Para desenvolver essa habilidade o professor pode propor atividades de registros e leitura dos numerais, tanto com algarismos como com o concreto, com o uso do tapetinho e do QVL.

Diante dos resultados e da análise dos dados da turma do professor Newton, observa-se que seus estudantes estão em um nível de aprendizagem diferente em relação à adição e à subtração.

Na adição, os dados indicam um melhor entendimento das etapas envolvidas da resolução de uma conta apresentando um maior número de contas certas e um menor número de contas erradas.

Na subtração, os dados apresentam um rendimento alarmante requerendo do professor momentos específicos de planejamento de atividade e intervenções pedagógicas que garantam o desenvolvimento dessa habilidade, já que quase 90% das contas apresentaram algum tipo de erro.

Os resultados obtidos na turma do professor Newton indicam a necessidade de ele desenvolver seus saberes docentes.

Sobre os saberes conteudísticos, é oportuno que o professor amplie seus conhecimentos sobre o SC, os agrupamentos e desagrupamentos.

Com relação aos saberes pedagógicos, faz-se importante que ele saiba realizar a análise do diagnóstico e utilizar os resultados dele na sua ação, de modo especial, para favorecer a aprendizagem do valor posicional, utilizando recursos didáticos, como o QVL, e acompanhar a aprendizagem discente.

No que se refere aos saberes existenciais, é salutar que o docente promova uma Educação Matemática que favoreça o desenvolvimento da criticidade dos estudantes, mediante escolhas didáticas que possibilitem os estudantes construir o conhecimento.

APÊNDICE H – ANÁLISE COM A PROFESSORA FLORENCE DOS DIAGNÓSTICOS DISCENTES DA SUA TURMA



Universidade Federal do Ceará
Faculdade de Educação
Laboratório de Educação Matemática – LEDUM
Programa de Pós-Graduação em Educação

Tese de Doutorado
Orientando: Renato Carneiro da Silva
Orientador: Paulo Meireles Barguil

O 1º encontro aconteceu dia 09 de outubro de 2020, via videoconferência.

Pesquisador: Como estão sendo realizados os acompanhamentos das turmas nesse período de pandemia?

Florence: Assim, Renato, eu não tenho muita habilidade com informática, com mídias digitais, né? Então isso trouxe uma dificuldade para mim, um desafio. Então a gente fica, como todo professor, buscando estudar, ver como faz e aí vai dando certo, mas não deixa de ser complicado. Você não ter alguém que possa ali estar lhe ajudando, a gente vê muito tutorial, mas de uma pessoa para outra acaba que fica confuso. E o fato da gente na escola ter os dias certos para cada turma, no meu caso eu tenho 6 turmas então, pelo WhatsApp, eu atendo a todos, todos os dias. Então assim... eu tô atendendo um menino do 5º aí vem um do 3º e como eu tô no meu horário de trabalho eu tenho que atendê-los. Então isso, pra mim, no começo, foi complicado administrar até mesmo as questões de você saber se colocar de forma que a criança possa entender melhor, porque você tá aqui em um nível, depois vem pra outro, eu também dou Ciências, ficou bem puxado para mim. Um ponto negativo é a gente não ter todos eles participando, mas que, no meu caso, se eu estivesse com todos os meus alunos ou com 50% deles participando ativamente, eu acho que eu não daria conta.

Pesquisador: Você acha que está em quanto essa participação?

Florence: No 5º ano eu tenho uma participação muito boa, mas eu não tô com a turma que iniciei no começo do ano. Então, estou dando aula para alunos que eu não conheço. Por semana, eu devo atender, em média, 25 estudantes nessa nova turma. Vai atividade terças e quintas, só que eles se distribuem durante toda a semana. Terças e quintas são os dias mais presentes, mas sempre tem aquele aluno que manda até no final de semana e o retorno é individual. Eu tenho alunos que participam,

mas também tem aqueles alunos sem recursos, às vezes é um só celular para mais de uma criança em casa, às vezes a falta da internet, mas assim, a gente tem esse atendimento com eles individualizado. *professora, eu não entendi a 5ª questão!; o que você não entendeu?* porque eu não vou lá dar a resposta para ele, eu tenho que fazê-lo pensar: *o que você não entendeu? Como foi que você respondeu? Bata a foto para mim.* Aí ele bate a foto e eu vou ver o que ele não entendeu. E eu pergunto: *porque que você fez assim?* Vou instigando... até chegar naquele nível que eu digo assim: *nós já entendemos que não é assim. Como é que você deve fazer?* Até ver se ele chega nesse insight. Se ele não chegar, porque realmente tem alunos que não chegam, aí eu digo: *você vai ter que fazer uma multiplicação. Ou, você vai ter que fazer uma adição. Faça e depois me mande.* Então isso se torna mais demorado e por ser individualizado nos aproxima mais, porque às vezes, na sala de aula, o aluno não tem essa coragem de tá perguntando, de tá falando, de tá se expondo. A gente tenta, tenta, tenta... mas se a gente ver que o aluno não consegue eu digo: tudo bem a sua atividade está sendo arquivada, tô anotando a sua participação. Porque a gente tenta ir ao máximo que pode, mas em algumas situações, pelo WhatsApp não dá pra fazer mais do que a gente tá fazendo. E o complicado, às vezes, é a falta de entendimento dos pais de querer cobrar da gente uma postura que não é nossa de voltar as aulas ou de achar que a gente não tá trabalhando

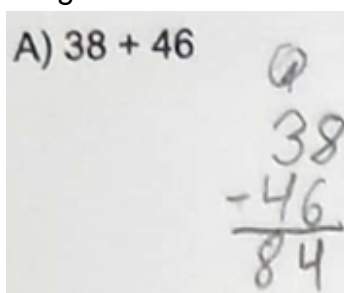
Pesquisador: Bom, professora, nós realizamos, no início do ano, o diagnóstico com os estudantes. Os resultados foram encaminhados para você, acredito que você tenha dado uma olhada. O que você já percebeu?

Florence: O que eu pude perceber... Com exceção do estudante 04 do estudante 03... o estudante 03 acertou as adições, só que ele comete alguns deslizes, ele já foi meu aluno no ano passado e tem a questão da concentração dele. Ele é um aluno inteligente, mas ele não sabe lidar com a pressão, às vezes, em dia de teste, ele tinha dor de barriga, ele vomitava... Acredito que no dia do teste ele não teve essa pressão, mas eu percebi alguns erros dele aqui, no caso da adição, mais por uma questão de distração. Na subtração, a estudante 02 errou o sinal, fez a adição correta, mas colocou o sinal de subtração, mas as subtrações, assim como os demais, o erro deles comum, que é o comum que a gente vê, eles não desagrupam, eles não fazem aquilo de "pedir emprestado" que a gente tava trabalhando essa questão do desagrupar e agrupar com eles para trabalhar a fala correta. Se tinha o 5 em cima e o 7 em baixo,

eles simplesmente colocavam no resultado 2, eles não faziam aquela nem de pedir emprestado, nem do desagrupar que era o que a gente tava tentando ensinar.

Pesquisador: A gente vai fazer hoje a análise das duas primeiras contas de adição: a) $38 + 46$ e c) $453 + 268$. No 7º encontro de formação, realizado em 28 de fevereiro, utilizamos os 7 erros catalogados por Bertini e Passos (2007) para analisar as respostas de estudantes em um diagnóstico realizado no ano passado. Nós vamos analisar as respostas da sua turma a partir do Quadro elaborado por Barguil (2020), que é mais completo e adequado à nossa pesquisa, pois os erros são catalogados considerando o desenvolvimento da habilidade de somar e subtrair. Vou encaminhar para você o arquivo com o Quadro. São 8 grupos, pensados em uma progressão dos erros, desde o mais distante da consolidação da habilidade até o mais próximo da aprendizagem esperada pelo estudante: A – ausência de representação dos termos; B – erro na representação; C – resultado ausente, sem lógica identificada ou da outra operação; D – erro na operação dos algarismos; E – erro no registro da separação de classes; F – agrupamento/desagrupamento não tem registro; G – agrupamento/desagrupamento tem registro(s), mas com erro(s); H – agrupamento/desagrupamento tem o registro correto, mas é ignorado. Então, nós vamos analisar as atividades de acordo com o grupo e com o tipo.

Imagem H01 – FE02 conta a



$$\begin{array}{r} \text{A) } 38 + 46 \\ \text{Q} \\ 38 \\ -46 \\ \hline 84 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Pesquisador: Como a gente pode analisar esse primeiro estudante?

Florence: Aqui é aquela que eu te falei da representação do sinal, né? Ela fez a continha correta, agrupou corretamente, mas na hora da representação do sinal ela trocou. É o B6.

Pesquisador: Isso. Parabéns.

Imagem H02 – FE04 conta c

$$\begin{array}{r} 21 \\ 453 \\ +268 \\ \hline 811 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Pesquisador: O que podemos destacar de erros que ele cometeu? Uma das coisas que a gente percebeu é que, a depender da ordem, podem surgir erros diferentes.

Florence: Não é ausência de resultado porque ela colocou o resultado, mas ela não fez a operação que se espera.

Pesquisador: O que a gente pode perceber analisando ordem por ordem? $8 + 3 = 11$, ok. $5 + 6 = 11$ mais 1, que foi agrupado seria 12, mas ela registrou 11 e agrupou o 2 na ordem das centenas. Então a gente já tem o grupo e o tipo que é o H1. Agora vamos analisar a ordem seguinte, a ordem das centenas. Ela somou $2 + 4 + 2 = 8$.

Florence: Ela pode até ter tentado resolver fazer a soma aqui, o doze na dezena, e na hora de agrupar, ela ter invertido, ter levado o 2 e ter deixado o 1. O que percebo é que pode ser o *agrupamento tem registro, mas com erros*.

Pesquisador: Isso mesmo. O grupo é o G. E qual o tipo?

Florence: G3: agrupamento no local certo, mas com valor errado.

Pesquisador: Ok.

Imagem H03 – FE05 conta c

$$\begin{array}{r} 4 \\ 453 \\ +268 \\ \hline 225 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Na realidade, ele também errou. Não é que ele tenha errado, errado... Engraçado, ele acertou umas mais difíceis. Entender a lógica dessas cabecinhas é o que complica. Porque aqui ele agrupou no lugar errado, ele fez uma contagem errada,

ele errou a adição, ele agrupou, mas agrupou no lugar errado. Vou pescar aqui no Quadro.

Pesquisador: A gente vai descobrir agora. O que foi que ela errou?

Florence: Somou as unidades corretamente, mas quando foi operar com as dezenas, somou $3 + 4$, mas não somou a dezena que foi agrupada. Vamos lá no Quadro ver qual é o erro. Como foi que ele chegou a esse 5 aqui? É como se ele tivesse somado $1 + 3 + 8$, mas mesmo assim não daria 15. Ele riscou o 5 como se... ah... entendi... parece que ele confundiu o agrupamento com o desagrupamento que a gente faz na subtração. Ele inverteu! Ele fez uma subtração! Porque aqui: $13 - 8 = 5$. Pronto! Eu não vi todas, fiquei olhando só para a unidade e não tava fazendo sentido. É isso ele trocou a operação. Ai ele cometeu aquele outro erro que ele simplesmente para fazer a subtração para dar 2, ele subtrai 6 do 4, faz a troca, né? Então ele comete dois erros.

Pesquisador: Isso. O C5 e o D8.

Imagem H04 – FE06 conta c

C) $453 + 268$

$$\begin{array}{r} 45 \\ + 268 \\ \hline 73 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Esse é que complicou mesmo. Pra dar 3 aqui ele também fez uma subtração. E também tem a questão da ordem. Tá faltando o 3. Ele não armou corretamente. Ele colocou 4 e 5 e ela 453. Na representação é o B2.

Pesquisador: Isso.

Imagem H05 – FE09 conta a

A) $38 + 46$

$$\begin{array}{r} 46 \\ + 38 \\ \hline 84 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: O resultado está correto, mas as parcelas estão trocadas. Então é um erro na representação. Interessante porque senão ele acaba confundindo e fazendo isso em outras operações.

Pesquisador: Isso. É o B4.

Imagem H06 – FE10 conta c

C) $453 + 268$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \\ 453 \\ + 268 \\ \hline 721 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Só faltou o sinal da operação. Esqueceu o tracinho que a gente coloca embaixo, mas ele fez a adição correta.

Pesquisador: Isso. Erro B7.

Imagem H07 – FE13 conta a

A) $38 + 46$

$$\begin{array}{r} 3 \\ + 38 \\ 96 \\ \hline 134 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Aqui também foi falta de atenção. Ele colocou 96. É a questão da representação também. Numerais com algarismos errados ou trocados, B3.

Pesquisador: Isso mesmo.

Imagem H08 – FE13 conta c

C) 453 + 268

$$\begin{array}{r} 453 \\ + 268 \\ \hline 711 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Ele errou a própria soma. Ele armou corretamente, mas na hora de somar ele ignorou o agrupamento que fez.

Pesquisador: Isso. Qual é o erro lá no Quadro?

Florence: Erro de contagem na adição com agrupamento?

Pesquisador: Não. O erro de contagem com agrupamento é quando ele insere o algarismo agrupado na conta que está realizando. Nesse caso, ele o ignorou. É o erro do grupo H.

Florence: Ignora o registro do agrupamento, H1.

Pesquisador: Estamos finalizando esse primeiro momento. Gostaria de saber: como você percebe a importância desse diagnóstico?

Florence: Olha, Renato, pra mim, foi bem enriquecedor. Eu te confesso, eu não fazia essa correção levando todas essas possibilidades e tentando entender como o aluno tinha feito. A gente faz de uma forma tão mecânica e tão rápida devido a prazos e tanta coisa que a gente não se percebe fazendo essa análise. Quando a gente para pra analisar é que a gente consegue compreender como foi que o aluno fez: *dessa forma ele tá pensando dessa maneira...* Então quando eu faço uma correção com esse nível, com essa linha de pensamento eu consigo entender: *olha, ele errou aqui.* Classificando esses erros eu tenho mais oportunidade para parar uma aula, onde eu vou fazer com eles uma correção que eu chegue em um objetivo que é para eles entenderem. Apesar de que eu acho que tem muito a ver com a maturação de cada aluno. Quando eles conseguem compreender e entender depois eles levam pra vida e não erram mais e para eles é uma questão de tentar entender como as coisas acontecem sem ir tão no automático. Até mesmo em uma continha dessa que, aparentemente, não tem uma interpretação para ser feita, eu tenho uma leitura para fazer. Se você muda um número, você acaba com a operação, se você não presta

atenção no sinal, você faz errado, se você coloca o sinal correto, mas não entendeu você faz a operação trocada.

Pesquisador: Que tipo de intervenções podem ser feitas para que os estudantes possam progredir nessa habilidade?

Florence: Eu não sei se seria correto o meu pensamento, a gente percebe algumas coisas básicas que eles ainda não internalizaram essa questão das classes das ordens. Eu acho que o trabalho com o QVL seria bem interessante pra poder, no primeiro momento entender a ordem que cada algarismo ocupa no número. Eu acho que um trabalho, no meu caso, eu começaria daí. Uma atividade que ele fosse primeiro exercitar no QVL, como você faz com a gente quando você tá com a gente presencial, com os palitinhos a gente montando, pode até ser as mesmas operações e depois a gente vê no caderno a questão do algoritmo mesmo para poder praticarem. Eu iria por esse caminho.

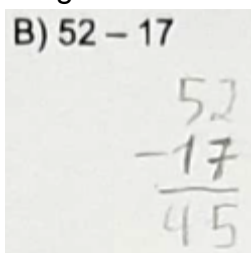
O 2º encontro com a professora Florence aconteceu dia 24 de outubro. A professora estava em processo de recuperação da covid-19, mas desejou participar do encontro, desde que ele tivesse um tempo reduzido. Por esse motivo, o encontro durou 30 minutos.

Pesquisador: É bom estar conversando com você, saber que está se recuperando bem e que está tudo tranquilo. O nosso encontro hoje é para continuarmos com as análises dos estudantes.

Florence: Eu não lembrava direito o que tinha ficado para o encontro de hoje.

Pesquisador: Tranquilo. No encontro passado, devido à disponibilidade de tempo, analisamos as contas de adição até o estudante 13. Nesse, vamos analisar as contas de subtração.

Imagem H09 – FE01 conta b



B) 52 - 17

$$\begin{array}{r} 52 \\ -17 \\ \hline 45 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

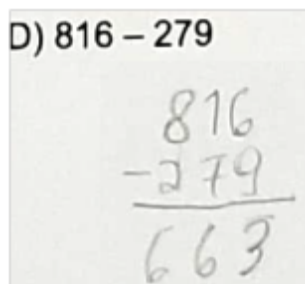
Pesquisador: Aqui nós temos o estudante 01. Como você o analisa?

Florence: Aqui ele fez aquela... aqui ele não colocou, não fez o desagrupamento e aqui seria... ele não tem registro de agrupamento nem de desagrupamento. Seria a letra F?

Pesquisador: Nesse caso é a letra D. Ele representa direito, mas quando ele resolve ele comete erro na operação. Esse é o D8, subtrai o menor do menor.

Imagem H10 – FE01 conta d

D) 816 – 279



$$\begin{array}{r} 816 \\ -279 \\ \hline 663 \end{array}$$

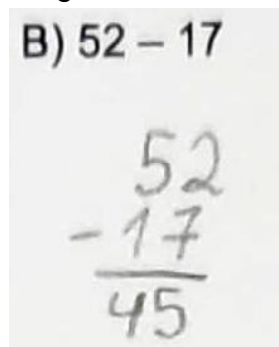
Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: A mesma coisa não?

Pesquisador: Isso. Ele subtrai o menor do maior. Erro D8.

Imagem H11 – FE02 conta b

B) 52 – 17



$$\begin{array}{r} 52 \\ -17 \\ \hline 45 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Ele armou corretamente. Acho que também faz a mesma coisa aqui. Ele consegue acertar a dezena só porque o maior já está em cima, mas é o mesmo erro.

Pesquisador: Isso. Erro D8.

Imagem H12 – FE02 conta d

$$D) 816 - 279 = 663$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Também. Ele vai subtrair 9 de 6 então ele não faz. Ele arma direitinho, mas na hora de fazer a operação ele erra.

Pesquisador: Isso. Erro D8.

Imagem H13 – FE03 conta b

$$B) 52 - 17 = 45$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Basicamente é o mesmo erro em todos. Essa é a maior dificuldade que eles têm quando vão resolver uma subtração.

Pesquisador: Isso. Erro D8.

Imagem H14 – FE03 conta d

$$D) 816 - 279 = 663$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Ele arma direitinho, mas na hora de resolver ele subtrai o menor do maior. É como se ele entendesse que fosse dessa forma.

Pesquisador: Isso. Erro D8.

Imagem H15 – FE04 conta b

$$\text{B) } 52 - 17 =$$

$$\begin{array}{r} 52 \\ -17 \\ \hline 70 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Esse aqui ele também armou correto, mas eu não sei como ele chegou a esse resultado. Ele também tem um erro de resultado.

Pesquisador: Esse é um erro C2, sem lógica.

Imagem H16 – FE04 conta d

$$\text{D) } 816 - 279 =$$

$$\begin{array}{r} 816 \\ -279 \\ \hline 8970 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: É a mesma coisa. Ele não tem lógica nesse resultado. É o C2.

Pesquisador: Isso.

Imagem H17 – FE06 conta b

$$\text{B) } 52 - 17$$

$$\begin{array}{r} 52 \\ -17 \\ \hline 45 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Esse aqui ele volta para aquele mesmo erro. Ele arma a operação, mas na hora de fazer ele comete o mesmo erro dos primeiros que a gente analisou.

Pesquisador: Isso.

Imagem H18 – FE06 conta d

D) 816 – 279

$$\begin{array}{r} 816 \\ - 279 \\ \hline 663 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: D8. A mesma coisa.

Pesquisador: Além do D8, aqui ele comete o erro B5, pois os numerais não estão alinhados.

Imagem H19 – FE07 conta b

B) 52 – 17 = 69

$$\begin{array}{r} 52 \\ - 17 \\ \hline 69 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Esse aqui ele trocou a operação. Ele fez uma adição.

Pesquisador: isso. Ele comete o erro C5.

Imagem H20 – FE07 conta d

D) 816 – 279 = 663

$$\begin{array}{r} 816 \\ - 279 \\ \hline 663 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Aqui ele faz a subtração de forma errada. Também cometendo o erro dos anteriores.

Pesquisador: Isso. Erro D8.

Imagem H21 – FE08 conta b

B) 52 – 17

$$\begin{array}{r} -52 \\ 17 \\ \hline 45 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Esse aqui a mesma coisa. Arma corretamente, mas o resultado segue a mesma lógica de tirar o menor do maior.

Pesquisador: Erro D8.

Imagem H22 – FE08 conta d

D) 816 – 279

$$\begin{array}{r} -816 \\ 279 \\ \hline 663 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Item d também, a mesma coisa.

Pesquisador: Erro D8.

Imagem H23 – FE09 conta b

B) 52 – 17

$$\begin{array}{r} 52 \\ -17 \\ \hline 45 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Mesmo erro do estudante anterior. Arma direito, mas erra no resultado.

Pesquisador: Isso. D8.

Imagem H24 – FE09 conta d

D) 816 – 279

$$\begin{array}{r} 816 \\ - 279 \\ \hline 537 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: No item d também, a mesma coisa.

Pesquisador: Isso. D8.

Imagem H25 – FE10 conta b

B) 52 – 17

$$\begin{array}{r} 52 \\ - 17 \\ \hline 35 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Esse aqui ele comete um erro de não passar aquele traço típico que a faz quando arma a operação.

Pesquisador: Isso. D8. É considerado que ele armou corretamente mesmo sem o traço.

Imagem H26 – FE10 conta d

D) 816 – 279

$$\begin{array}{r} 816 \\ + 279 \\ \hline 1095 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Ele faz e a gente percebe que tá errado completamente. Ele coloca um sinal de mais.

Pesquisador: Isso. Ele comete um primeiro erro que é de indicar o sinal errado, B6. Ele também comete o erro D7, erro de contagem na subtração sem desagrupamento e o erro D8, subtrai o menor algarismo do maior.

Imagem H27 – FE11 conta b

$$\begin{array}{r} \text{B) } 52 - 17 \\ -52 \\ 17 \\ \hline 45 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: O erro que a gente pode até falar que é o erro clássico que eles estão cometendo.

Pesquisador: D8.

Imagem H28 – FE11 conta d

$$\begin{array}{r} \text{D) } 816 - 279 \\ -816 \\ 279 \\ \hline 663 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: A mesma coisa.

Pesquisador: D8.

Imagem H29 – FE12 conta b

B) 52 - 17

$$\begin{array}{r} 52 \\ - 17 \\ \hline 45 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: É como se fosse uma repetição do mesmo erro.

Pesquisador: D8.

Imagem H30 – FE12 conta d

D) 816 - 279

$$\begin{array}{r} 816 \\ - 279 \\ \hline 663 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: A mesma coisa.

Pesquisador: D8.

Imagem H31 – FE13 conta b

B) 52 - 17

$$\begin{array}{r} 52 \\ - 17 \\ \hline 45 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Aqui ele comete a mesma coisa.

Pesquisador: isso D8.

Imagem H32 – FE13 conta d

D) 816 – 279

$$\begin{array}{r} 816 \\ - 279 \\ \hline 663 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Mesmo erro.

Pesquisador: Isso, D8.

Imagem H33 – FE15 conta b

B) 52 – 17

$$\begin{array}{r} 52 \\ - 17 \\ \hline 45 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Esse também a mesma coisa.

Pesquisador: Isso, D8.

Imagem H34 – FE15 conta d

D) 816 – 279

$$\begin{array}{r} 816 \\ - 279 \\ \hline 663 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Mesmo erro.

Pesquisador: Isso, D8.

Imagem H35 – FE16 conta b

$$\begin{array}{r} \text{B) } 52 - 17 \\ \underline{52} \\ 17 \\ \hline 45 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Esse aqui... ele tentou fazer um desagrupamento, mas o resultado também continua errado.

Pesquisador: Nesse caso é o erro G4, desagrupamento tem apenas um registro.

Imagem H36 – FE16 conta d

$$\begin{array}{r} \text{D) } 816 - 279 \\ \underline{816} \\ 279 \\ \hline 647 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Ele deu uma baldeada legal aqui. Ele tentou desagrupar e eu não to conseguindo entender... eu não consigo entender, mas ele quis fazer um desagrupamento.

Pesquisador: Esse também é um erro G4.

Imagem H37 – FE17 conta b

$$\begin{array}{r} \text{B) } 52 - 17 \\ 5 \\ \underline{52} \\ 17 \\ \hline 10 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Esse também errou na hora de desagrupar. Ele faz, mas ele eleva o 5 e faz $7 - 7$ para dar 0. É o mesmo erro da questão do desagrupamento. É o G?

Pesquisador: Esse é considerado um erro sem lógica, C2.

Imagem H38 – FE17 conta d

$$\begin{array}{r} \text{D) } 816 - 279 \\ \hline 537 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: No d... não entendi.

Pesquisador: É o C1, ausência de resultado.

Imagem H39 – FE19 conta b

$$\begin{array}{r} \text{B) } 52 - 17 \\ \hline 35 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Não consigo entender o que ele fez. A princípio pensei que ele tivesse só subtraído de forma equivocada como os outros. Mas quando ele chega na ordem das dezenas o resultado dá mais diferente ainda... eu não sei como foi que ele fez.

Pesquisador: Aqui a gente pode entender que ele fez “de cabeça”. O resultado está correto, mas não tem nenhum registro de desagrupamento. Esse é o erro F2, desagrupamento não tem registro.

Imagem H40 – FE19 conta d

D) 816 – 279

$$\begin{array}{r} 816 \\ - 279 \\ \hline 600 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Esse é que não entendi mesmo.

Pesquisador: É o C3, sem lógica.

Imagem H41 – FE21 conta b

B) 52 – 17

$$\begin{array}{r} 52 \\ - 17 \\ \hline 45 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Nesse a gente volta para aquele erro clássico.

Pesquisador: Isso. D8.

Imagem H42 – FE21 conta d

D) 816 – 279

$$\begin{array}{r} 816 \\ - 279 \\ \hline 663 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Item d... da mesma forma.

Pesquisador: Isso. D8.

Imagem H43 – FE22 conta b

$$\begin{array}{r} \text{B) } 52 - 17 \\ 22 \\ - 17 \\ \hline 58 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Engraçado que é uma subtração e ele consegue que o resultado dê maior que as parcelas. Eu sei que tá errado, ele tenta desagrupar. Eu também não consegui entender esse aí não.

Pesquisador: É o erro C2, sem lógica.

Imagem H44 – FE22 conta d

$$\begin{array}{r} \text{D) } 816 - 279 \\ 546 \\ - 279 \\ \hline 546 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Esse aqui... nem somando ele dá isso. Não sei o que ele fez aqui.

Pesquisador: São considerados 3 tipos de erros. O erro C5, resultado da outra operação na ordem das centenas; o erro D2, erro de contagem na adição sem agrupamento; e o erro G3, agrupamento no local certo, mas no local errado.

Imagem H45 – FE23 conta d

D) 816 – 279 = 637

$$\begin{array}{r} 816 \\ - 279 \\ \hline 637 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Ele também desagrupou. Pois é... seria essa questão do G...

Pesquisador: Isso. É o G5, desagrupamento tem dois registros, mas com erros. E o H2, ignora o registro correto do desagrupamento.

Imagem H46 – FE24 conta b

B) 52 – 17

$$\begin{array}{r} 52 \\ - 17 \\ \hline 78 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Achei que ele estivesse somando, mas não... aí seria aquele que o resultado é sem lógica.

Pesquisador: Isso. C2.

Imagem H47 – FE24 conta d

D) 816 – 279

$$\begin{array}{r} 816 \\ - 279 \\ \hline 120 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: A mesma coisa.

Pesquisador: isso. C2.

Imagem H48 – FE25 conta b

$$\begin{array}{r} \text{B) } 52 - 17 \\ 682 \\ - 17 \\ \hline 55 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Faz correto na unidade, mas quando desagrupa, faz o desagrupamento com o número errado e ele não consegue operar por estar com o registro errado.

Pesquisador: Isso, G5, desagrupamento tem dois registros, mas com erros.

Imagem H49 – FE26 conta b

$$\begin{array}{r} \text{B) } 52 - 17 \\ - 52 \\ 14 \\ \hline 45 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Esse é o mesmo erro da maioria, arma, mas não consegue e resolver corretamente e subtrai o menor do maior.

Pesquisador: Erro D8.

Imagem H50 – FE26 conta d

$$\begin{array}{r} \text{D) } 816 - 279 \\ \quad 876 \\ \quad 279 \\ \hline \quad 683 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: A mesma coisa.

Pesquisador: Isso, D8.

Pesquisador: Encerramos as análises das subtrações das contas b e d. Diante dessa análise que tipo de intervenções podem ser realizadas para que os estudantes avancem e desenvolvam essa habilidade?

Florence: Assim, né? A gente precisa, de alguma forma, fazer eles entenderem que para superar esses erros eles tem aprender a desagrupar corretamente. A gente pode utilizar de vários recursos. Eu acho um recurso muito válido continua sendo o QVL para explicar de forma concreta, para que eles possam manipular os palitinhos, que eles possam começar a internalizar de que forma esse desagrupamento acontece, porque ele acontece para que eles não façam o desagrupamento erra e na hora de fazer a subtração eles não cometem esse erro. Porque se eles não entenderem que tem que ter o desagrupamento e como ele é feito, esse erro vai persistir. Então eu acho que é desse jeito, trabalho com eles em sala. No momento me veio o QVL porque eu acho que ele é bem prático e cabe bem nessa situação, mas todo recurso é válido para fazê-los entender isso aí. E a questão da resposta sem lógica é nitidamente quando o aluno ele se apropria desse conhecimento, quando ele entende isso, automaticamente, esse erro de operação não vai mais existir. Porque ele vai saber como fazer, a não ser que ele não consiga compreender, a não ser que ele já venha lá desde o iniciozinho sem entender nada dessa questão que adição você faz a junção de parcelas e a subtração você tira. Então ele precisa entender isso, que precisa tirar alguma coisa na subtração. E como eu vou fazer isso? Através do mesmo que a gente utiliza no outro, no caso o QVL para trabalhar em sala. Ai você pode identificar muitos problemas com alunos que cometem esse tipo de erro, a questão de eles não

entenderem, não assimilarem alunos que tem, talvez, outras questões envolvidas e isso aí é só na sala de aula de maneira individualizada que a gente vai vendo o caso porque eu tenho duas turmas de quinto ano, eu faço um plano só, mas, as vezes, o que eu utilizei em um que foi bom, foi válido, os alunos desenvolveram, eu vou para o outro e não vejo o mesmo resultado. Então eu tenho que ver como a minha turma, como o meu aluno tá entendendo pra poder aplicar a estratégia correta.

Pesquisador: Qual a importância desse diagnóstico?

Florence: Eu acho que, para o professor, é justamente essa questão de você fazer essa análise personalizada. Eu saberia, o fulano ele não tá sabendo, o erro que ele mais comete é esse, então eu vou ter que ver como vai fazer com ele. Tudo bem que eu não vou ter uma aula de reforço individual, mas na aula que eu vou preparar eu vou saber exatamente que estratégias utilizar e que pontos abordar. Acho que esse tipo de análise ele traz pra mim uma possibilidade de maior acerto em sala porque eu vou saber exatamente qual a dificuldade de cada um.

APÊNDICE I – ANÁLISE COM A PROFESSORA HIPÁTIA DOS DIAGNÓSTICOS DISCENTES DA SUA TURMA



Universidade Federal do Ceará
Faculdade de Educação
Laboratório de Educação Matemática – LEDUM
Programa de Pós-Graduação em Educação

Tese de Doutorado
Orientando: Renato Carneiro da Silva
Orientador: Paulo Meireles Barguil

O 1º encontro aconteceu dia 20 de outubro de 2020, via videoconferência.

Pesquisador: Como estão sendo realizados os acompanhamentos das turmas nesse período de pandemia?

Hipátia: Não é fácil, né? Não tá sendo nem um pouco fácil. A gente fica até mais preocupada porque a situação é muito delicada pra gente e, principalmente, acredito para os alunos porque nem todos tem acesso a internet e esse é um dos menores problemas porque tem aqueles que tem e muitas vezes não participam, não enviam as atividades. Quer dizer... eu digo tem assim, eu não posso tá julgando, pelo contato, pelo conhecimento tem alguns alunos que não enviam as atividades, então esse acompanhamento está sendo um pouquinho difícil. Acredito que não só para mim, mas falando por mim. Eu tô sentindo uma certa dificuldade para atender a todos os alunos porque, como eu já falei, as vezes não em um celular em casa, mas os que participam, graças a Deus, agora melhorou mais o número de participantes, porque no começo eram pouquíssimos, pouquíssimos mesmo. Que eu disse: meu Deus a gente num vai conseguir não! Mas graças a deus melhorou. E os que participam eles entram muito em contato comigo, eles interagem. Eu não fico gravando vídeos, atividades assim eu não faço, mas eu faço acompanhamento individual. Eles entram, falam comigo no privado, eu esclareço, tiro dúvidas e, às vezes, ajudo a resolver a atividade, mas assim... a gente tá fazendo o que dá pra fazer. Por mais que a gente tente a gente sabe que vai ser difícil ser satisfatório para todos, nem pra gente, a gente fica até angustiada às vezes. Mas a gente vai aprendendo a conviver com essa situação. Hoje, apesar das dificuldades, tá bem melhor... eu penso que já melhorou bastante. Eles já estão mais habituados, eles já estão participando mais, eles já entenderam, também, a necessidade. Agora tem uns estudantes que nunca

participaram. Um aluno que nunca participou, assim, de todas as atividades participa uma vezinha, são 8 aulas no mês, participa 2. Mas a gente vai tentando. Sempre colocando avisos e pedindo a participação.

Pesquisador: Professora, nós realizamos, no início do ano, o diagnóstico com os estudantes. Os resultados foram encaminhados para você, acredito que você tenha dado uma olhada. O que você já percebeu?

Hipátia: Eu dei uma olhada, mas eu não tive tempo de analisar. Porque eu estou passando as notas do 4º ano, frequência, registrando um monte de coisa e amanhã a gente tem que ir lá na escola. Eu me dediquei só a isso. Eu não vou mentir pra você não. Mas eu vou olhar de um por um, pode ter certeza.

Pesquisador: A gente vai fazer hoje a análise das duas primeiras contas de adição: a) $38 + 46$ e c) $453 + 268$. No 7º encontro de formação, realizado em 28 de fevereiro, utilizamos os 7 erros catalogados por Bertini e Passos (2007) para analisar as respostas de estudantes em um diagnóstico realizado no ano passado. Nós vamos analisar as respostas da sua turma a partir do Quadro elaborado por Barguil (2020), que é mais completo e adequado à nossa pesquisa, pois os erros são catalogados considerando o desenvolvimento da habilidade de somar e subtrair. Vou encaminhar para você o arquivo com o Quadro. São 8 grupos, pensados em uma progressão dos erros, desde o mais distante da consolidação da habilidade até o mais próximo da aprendizagem esperada pelo estudante: A – ausência de representação dos termos; B – erro na representação; C – resultado ausente, sem lógica identificada ou da outra operação; D – erro na operação dos algarismos; E – erro no registro da separação de classes; F – agrupamento/desagrupamento não tem registro; G – agrupamento/desagrupamento tem registro(s), mas com erro(s); H – agrupamento/desagrupamento tem o registro correto, mas é ignorado. Então, nós vamos analisar as atividades de acordo com o grupo e com o tipo.

Imagem I01 – HE03 conta a

$$\begin{array}{r} \text{A) } 38 + 46 \\ 38 \\ + 46 \\ \hline 84 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Pesquisador: Como a gente pode analisar esse primeiro estudante?

Hipátia: Estava tentando acompanhar o Quadro. $38 + 46$, né? As parcelas... ele trocou a parcela, né? Seria erro na representação? O resultado ele acertou, né?

Pesquisador: Olhando para o Quadro, qual seria esse erro? É o erro da representação, que é o grupo B, e qual o tipo?

Hipátia: Vixe! Eu não consegui aprender ainda não... (risos)

Pesquisador: Vamos lá... na representação existem 7 tipos de erros, então ele cometeu, nesse caso, o numerais invertidos que é o erro B4. Há, também, outro tipo de erro na representação. O que ele esqueceu?

Hipátia: Colocar... elevar a dezena, né? Não! Ele colocou. Ahh, colocar o sinal, né?

Pesquisador: isso. Seria outro erro de representação que é o B7. Uma operação pode ter mais de um erro.

Imagem I02 – HE03 conta c

$$\begin{array}{r} \text{C) } 453 + 268 \\ \hline 721 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Pesquisador: O que podemos destacar de erros que ele cometeu?

Hipátia: A representação eu penso que ele fez direitinho. $435 + 268$... Pra mim ele cometeu o erro de representação porque ele esqueceu o sinal. E ele teve o erro do resultado, né? Ai... não! Tá correto. O que eu to vendo aqui só tá faltando o sinal.

Pesquisador: Isso. É o erro B7.

Imagem I03 – HE04 conta a

$$\begin{array}{r} \text{A) } 38 + 46 \\ \hline 24 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: A representação, eu acho que está correta, né? O que ele errou aí foi o resultado. Eu só não sei ainda qual é o tipo.

Pesquisador: A gente vai descobrir agora. O que foi que ela errou? Somou as unidades corretamente, mas quando foi operar com as dezenas, somou $3 + 4$, mas não somou a dezena que foi agrupada. Vamos lá no Quadro ver qual o erro.

Hipátia: Esqueceu de somar o 1, né?

Pesquisador: Isso. É o erro H1.

Imagem I04 – HE04 conta c

$$\begin{array}{r} 11 \\ 453 \\ + 268 \\ \hline 731 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: Ela erra no resultado. Na representação, a princípio, ela fez direitinho, mas ela errou quando vai somar o agrupamento, quando ela eleva a dezena que ela não soma: $1 + 5 = 6 + 6$ dá 12 e ela coloca 13. Aumentou, né? Quer dizer: ela errou quando ela fez esse agrupamento aqui, quando fez essa soma.

Pesquisador: Isso. Qual seria o erro, então?

Hipátia: Erro na operação e no resultado também.

Pesquisador: Erro na contagem da adição com agrupamento, D4. Quando ela foi operar com o agrupamento, ela errou durante a soma.

Imagem I05 – HE06 conta a

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 46 \\ 38 \\ \hline 84 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: Ele acertou!

Pesquisador: Vamos ver a representação. Está correta? Do jeito que foi proposto?

Hipátia: A representação, realmente! A parcela, né? Ele colocou a primeira parcela no lugar da segunda. Ele errou na representação. O resultado tá certo, mas a representação tá errada. Eu ainda não sei o erro não, eu ainda não aprendi.

Pesquisador: É o B4. Precisa consultar o Quadro: Numerais invertidos.

Imagem I06 – HE07 conta c

C) $453 + 268$

$$\begin{array}{r} 453 \\ + 268 \\ \hline 6.224 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: Pronto: $453 + 268$... vamos ver aqui! A representação ela colocou direito, mas na hora do resultado, da soma. $3 + 8$ ela somou direitinho, levou o 1; $5 + 6$, certo; $4 + 2$... quer dizer: eu não faço ideia de onde ela tirou esse resultado aí, sinceramente...

Pesquisador: Vamos ver aqui... ela somou $3 + 8 = 11$. Agrupou a dezena, somou $1 + 5 = 6 + 6 = 12$. Aí ela colocou o agrupamento junto no resultado.

Hipátia: Ah... ela colocou no resultado. Foi, tudo junto... é isso!

Pesquisador: A gente vai classificar esse erro como erro G1 que é o agrupamento no resultado.

Hipátia: Então não é representação aqui, né?

Pesquisador: Não. Nesse caso ele já avançou. Ele representa correto, mas comete erro no momento da resolução quando ele vai operar.

Hipátia: Ok.

Imagem I07 – HE10 conta a

$$\begin{array}{r} \text{A) } 38 + 46 \quad 74 \\ 38 \\ + 46 \\ \hline 74 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: Pronto... aí ele representou direitinho. Ele errou na soma, né? No final. 8 e 6, 14. Dava 84 e ele colocou 74. Então o resultado aqui, ele não fez o agrupamento. Agora não me pergunte qual o tipo de erro porque eu não estou conseguindo visualizar o Quadro.

Pesquisador: É o erro H1, tá?

Imagem I08 – HE13 conta a

$$\begin{array}{r} \text{A) } 38 + 46 \\ \text{①} \\ 38 \\ + 46 \\ \hline 86 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: Ele fez a representação direitinho. Errou na soma das unidades. 8 + 6, 14. Ele botou 16. Elevou o 1, fez certinho. Quer dizer, ele errou na operação, né?

Pesquisador: Isso... é o D2, erro de contagem na adição sem agrupamento.

Hipátia: Eu vou até imprimir esse Quadro pra eu poder ir analisando.

Pesquisador: Estamos finalizando esse primeiro momento, gostaria de saber: como você percebe a importância desse diagnóstico?

Hipátia: Sinceramente, eu achei muito interessante porque a gente não costuma ter esse olhar. A gente não tem esse olhar. Eu nunca analisei assim... as vezes eu fico perdida, por exemplo, essa questão aí do menino que somou 5 + 6 que deu 7! Meu Deus de onde que esse menino tirou esse 7? A gente pensa, às vezes, que a gente não vai saber classificar. Então é um estudo muito interessante e que ajuda muito a nossa vida, achei muito interessante tanto é que eu vou imprimir o Quadro para ver se eu aprendo alguma coisa.

Pesquisador: Que intervenções podem ser feitas para que os estudantes possam progredir nessa habilidade?

Hipátia: Eu achei muito interessante. Agora, eu penso que no momento, na situação atual para a gente fazer intervenções com esse olhar é muito complicado, sabe? A gente tem uma facilidade melhor de análise com os erros do aluno. Com aulas presenciais eu penso que seria mais fácil a gente explicar, mas do jeito que nós estamos hoje, meu querido... é meio complicado. Fazer intervenções agora é complicado. Eu penso que a gente poderia até... quando a gente aprendesse o Quadro seria mais fácil explicar para o aluno, do jeito que você tá explicando para a gente, mas fora isso é difícil. Eu não vejo como intervir não!

O 2º encontro aconteceu dia 04 de novembro de 2020, via videoconferência.

Pesquisador: Olá, professora, boa tarde. Vamos iniciar de onde paramos no último encontro.

Hipátia: Ok.

Hipátia: Eu ainda não imprimi a tabela, mas vou imprimir porque eu tenho interesse. Eu achei muito legal. É uma forma da gente analisar e também são outros conhecimentos que a gente realmente não tem. A gente vê, sabe que o menino errou, mas a gente não tem essa análise que você fez. Ninguém sabe não analisar desse jeito. É interessante pra gente.

Imagem I09 – HE14 conta a

$$\begin{array}{r} \text{A) } 38 + 46 \\ \hline 74 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Pesquisador: A gente começa analisando se ele representou correto, depois ver se ele errou algo na operação.

Hipátia: Aqui ficou meio desorganizado o negócio. A representação não tá legal: o 6 não ficou embaixo da unidade, 8, nem da dezena. Não tá certa a representação. A soma... também errou a soma, errou o resultado. Ele acertou a unidade, $8 + 6 = 14$, elevou o 1 da dezena dando 74. Então ele errou na representação e no resultado.

Pesquisador: Ele deixou de fazer o quê?

Hipátia: Deixou de agrupar a dezena. Ele elevou a dezena, fez direitinho, mas não somou: $1 + 3 + 4 = 8$.

Pesquisador: Aí é o erro H1, ignora o registro correto do agrupamento.

Imagem I10 – HE14 conta c

$$\begin{array}{r} \text{C) } 453 + 268 \\ \hline 611 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Pesquisador: Na conta c, o que ele fez?

Hipátia: Seria até mais difícil, pois são três números nas parcelas. Ele fez tudo direitinho. Representou unidade debaixo de unidade, tudo organizado, não esqueceu o sinal, nem o traço. Ele somou $8 + 3 = 11$, mas não elevou a dezena para somar com o 5. Somou $5 + 6$, deu 11, era para dar 12. Ele não agrupou, não fez o agrupamento, mas fez da dezena para a centena, mas errou o resultado também, né? Ele colocou ali, mas não somou. Então ele cometei dois erros aí.

Pesquisador: Isso. A gente classifica como F1 e H1. O agrupamento não tem o registro e ignora o registro correto do agrupamento.

Imagem I11 – HE16 conta a

$$\begin{array}{r} \text{A) } 38 + 46 \\ \hline 74 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: Aqui a representação tá direitinho (sic). $8 + 6 = 14$, tá correto. Ele elevou a dezena, mas não somou. O erro aqui é no resultado.

Pesquisador: Isso, o H1. Ele faz a soma, mas não conta com a dezena que foi agrupada.

Hipátia: Ele soma só as parcelas que já tinha, não soma com a dezena que ele levou para reagrupar.

Imagem I12 – HE17 conta c

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \\ 268 \\ + 453 \\ \hline 721 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: Já começou aqui errando na representação porque ele inverteu as parcelas. Apesar disso não ser nenhum problema, mas para fazer como está pedindo ele teria que colocar primeiro o 453. E o sinal ele também colocou do lado errado. $8 + 3 = 11$. Vai um. $6 + 5 + 1 = 12$; $1 + 2 + 4 = 7$. Pronto. O resultado ele fez certinho. Ele só errou na questão da troca das parcelas, na representação.

Pesquisador: Isso mesmo. Esse é o erro B4, numerais invertidos.

Imagem I13 – HE18 conta c

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \\ 453 \\ + 268 \\ \hline 861 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: A representação tá certa. Ele representou correto, mas quando ele somou as unidades, ele levou a dezena, mas colocou no lugar da centena. Era para ir pra casa da dezena. Vish! Ele fez foi tudo errado aqui. A representação tá certa, mas o resultado deu tudo errado. Ele fez certa a soma da unidade $8 + 3 = 11$. Ao invés de ele somar $5 + 6 + 1$, que foi agrupado, ele colocou tudo em um canto só e deu 8, mas era para dar só 7. O resultado era 721. Mas eu não sei qual é a classificação.

Pesquisador: É o G1, agrupamento no resultado.

Imagem I14 – HE20 conta a

$$\begin{array}{r} \overset{1}{3}8 \\ + 46 \\ \hline 74 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: A representação tá direitinho. Ele só errou no resultado. $8 + 6 = 14$. Elevou o 1 ali, mas não somou.

Pesquisador: Isso. É o erro H1, ignora o registro correto do agrupamento.

Imagem I15 – HE20 conta c

$$\begin{array}{r} \overset{1}{4}53 \\ + 268 \\ \hline 611 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: Está certa a representação. Ele somou direitinho a unidade, mas quando vai somar na casa das dezenas ele esquece de somar o $1 + 5$. $5 + 6 = 11$. Ele eleva o 1. Eles fazem o reagrupamento, mas não somam. A gente observando assim, é muito comum.

Pesquisador: Isso mesmo. É o erro H1, ignora o registro correto do agrupamento.

Imagem I16 – HE25 conta a

$$\begin{array}{r} 38 \\ + 46 \\ \hline 74 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: Mesma coisa, né? Fez a representação, mas também errou no resultado. E o traço aí ele cortou foi o 46, não teve a preocupação de fazer o traço abaixo.

Pesquisador: E que ele fez para que a conta esteja errada?

Hipátia: Ele não somou correto. $8 + 6 = 14$. Ele não reagrupou na dezena e se ele não reagrupou ele não ia somar mesmo.

Pesquisador: F1, agrupamento não tem registro. Com isso, nós concluímos as adições. Agora, vamos para as subtrações.

Imagem I17 – HE25 conta c

$$\begin{array}{r} 453 \\ + 268 \\ \hline 619 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: A representação ele fez direitinho, mas na hora de fazer o resultado ele não coloca. Ele não coloca os resultados como devia. As unidades debaixo de unidade. O resultado dá completamente diferente. Eu não entendi o que ele fez não.

Pesquisador: Esse é um erro B5, que é um erro que você já apontou, os numerais não estão alinhados e o F1, agrupamento não tem registro.

Imagem I18 – HE29 conta c

$$\begin{array}{r} 453 \\ + 268 \\ \hline 761 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: Ele fez a representação. Vixe, Maria! O que foi que ele fez aqui? $8 + 3 = 11$, foi 1. $6 + 6 = 12$, ele colocou 16, foi 1. $5 + 2 = 7$. Não sei porque aí deu um 6, né? Na dezena. Não entendo esse raciocínio. Ele tava fazendo tudo direitinho. É como se ele tivesse somado só o $1 + 5 = 6$ e não somou com o 6 que já tinha embaixo.

Pesquisador: Isso. No caso esse é um erro de contagem, o erro D4, erro na contagem na adição com agrupamento.

Imagem I19 – HE01 conta b

$$\begin{array}{r} \text{B) } 52 - 17 \\ \quad 48,2 \\ - \quad 17 \\ \hline \quad 36 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: Ele fez direitinho a representação, só errou no resultado. Ele fez o desagrupamento. Ele não pode dizer $2 - 7$, né? Ele desagrupou a dezena, lá. Ficou 12, dava um 5. E ele errou na unidade.

Pesquisador: Isso. Ele erra quando vai operar $12 - 7$ e não dá o resultado correto, 5. Esse é erro D11, erro de contagem na subtração com desagrupamento.

Imagem I20 – HE01 conta d

$$\begin{array}{r} \text{D) } 816 - 279 \\ \quad 80,6 \\ - \quad 279 \\ \hline \quad 677 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: A representação tá direitinho (sic). Ele viu que não pode tirar $6 - 9$. Ele fez a questão do... dá 16, tá certo né? Aí ele não podia deixar 0, ele tinha que reagrupar tirar do 8. Tirava um e colocava ficaria $10 - 7$ que dava 3 e ficaria $7 - 2$ que daria 5. Ele errou o resultado também. Ele até tentou reagrupar, mas quando chegou aí no 0 ele se perdeu.

Pesquisador: Nesse caso é o erro D9, zero ignorado.

Imagem I21 – HE02 conta b

$$\begin{array}{r} 52 \\ - 17 \\ \hline 45 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: Aqui ele fez 7 para 12. Ele teria que ter feito o reagrupamento ficava 1 e dava 35 o resultado. Ele ia ter que tirar 1 do 5, ficava 12. $12 - 7 = 5$. O 5 teria ficado 4. $4 - 1 = 3$. A representação tá certa, mas o resultado não.

Pesquisador: E como a gente pode analisar esse erro durante a operação?

Hipátia: assim... ao meu ver, ele disse: $7 - 2 = 5$ e $5 - 1 = 4$.

Pesquisador: Isso mesmo. Esse é o erro D8, quando ele subtrai o menor do maior, sem levar em consideração todas as ordens do numeral.

Imagem I22 – HE02 conta d

$$\begin{array}{r} 1 \\ 816 \\ - 279 \\ \hline 163 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: Aqui também foi o mesmo raciocínio. Quer dizer... aqui ele tirou $9 - 6 = 3$; $7 - 1 = 6$. Agora eu não sei onde ele arranjou esse 1 que ele botou lá em cima, não entendi.

Pesquisador: Aqui ele comete dois erros, tanto o D8, subtrai o maior algarismo do menor e o D7, erro de contagem na subtração sem agrupamento.

Hipátia: Se ele tivesse continuado com o raciocínio de tirar o maior do menor, como ele tava fazendo até ia compreender. Esse reagrupamento aí foi que não deu certo.

Imagem I23 – HE03 conta b

B) 52 – 17

$$\begin{array}{r} 52 \\ 17 \\ \hline 45 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: Ele esqueceu o sinal da subtração na representação. É um erro já. E ele fez aquele raciocínio de tirar o maior do menor: $7 - 2 = 5$ e $5 - 1 = 4$.

Pesquisador: Isso. Erro D8.

Imagem I24 – HE03 conta d

D) 816 – 279

$$\begin{array}{r} 816 \\ 279 \\ \hline 7665 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: Aqui 9 para 16, ele colocou 5. Aí ele tirou $7 - 1 = 6$ e $8 - 2 = 6$. Ele esqueceu o sinal na representação e errou tudo!

Pesquisador: Então fica o erro D8, subtrai o maior algarismo do menor, e o D7, erro de contagem na subtração sem desagrupamento.

Imagem I25 – HE04 conta b

B) 52 – 17

$$\begin{array}{r} 52 \\ -17 \\ \hline 45 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: Fez a representação direitinho, mas fez aquele mesmo processo de tirar $7 - 2 = 5$ e $5 - 1 = 4$.

Pesquisador: Isso. É o D8.

Imagem I26 – HE04 conta d

$$\begin{array}{r} 816 \\ - 279 \\ \hline 663 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: Ele fez a representação correta, mas ele fez $9 - 6 = 3$; $7 - 1 = 6$; $8 - 2 = 6$.

Pesquisador: Isso. D8.

Imagem I27 – HE05 conta b

$$\begin{array}{r} 52 \\ - 17 \\ \hline 35 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: Ele fez $7 - 2 = 5$ aí... ele fez um reagrupamento aqui, não foi? Ele fez um reagrupamento e não registrou. Fez a conta correta. Isso aqui foi o pai dele que fez. (risos) só não foi pq ele fez na sala. Aqui é aquele raciocínio que eu falo, que eu aprendi, que eu aprendi assim... não tinha esse negócio de reagrupamento não. E eu acho, Renato, eu prestei atenção em sala de aula, várias vezes, tinha muito aluno que usava esse método, eu não trabalhava, né? Porque quando eu tava em sala de aula, apesar de eu não dominar essa questão do reagrupamento, eu sabia, eu tinha noção mas não sabia. Hoje eu posso dizer que eu já domino melhor, com a prática. Então muitos alunos aprenderam assim: 7 para 12 = 5 e 2 para 5 = 3, pronto.

Pesquisador: Compensando, né?

Hipátia: Isso. Em vez de reagrupar, de tirar o 1 do 5 e agrupar com o 2 para ficar 12 e dizer $12 - 7 = 5$ e o 5 ficar 4, a gente colocava esse reagrupamento era na dezena aqui, no 1. Quando você diz 7 para $12 = 5$ aí vai um né? A questão do vai um... eu observei que muitos alunos faziam assim, sabe? Acho que os pais ensinam dessa forma. Ainda bem que eu aprendi direitinho do outro jeito para ensinar. Aprendi a fazer o reagrupamento direitinho.

Imagem I28 – HE05 conta d

$$\begin{array}{r} 816 \\ - 279 \\ \hline 537 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: 9 para $16 = 7$; aí eu não entendi o raciocínio de novo. Apareceu esse 3 aqui, não sei como.

Pesquisador: Na verdade ele fez novamente de cabeça, sem os registros.

Hipátia: Foi, ele fez de cabeça. Eu tô vendo agora. Realmente foi. Não fez os registros do reagrupamento.

Hipátia: E isso não é um erro, né, Renato? Essa questão de fazer de cabeça.

Pesquisador: A gente tá considerando um erro porque, como a gente tá trabalhando com os registros, a gente precisa identificar a forma como o estudante resolve a conta com o algoritmo.

Imagem I29 – HE06 conta b

$$\begin{array}{r} 52 \\ - 17 \\ \hline 35 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: Na representação ele colocou o sinal lá perto do 5. Ele fez a coisa certa, o resultado tá certo. Ele só não fez deixar o 4 e colocar o 1 ali perto do 2 quando ele fez o reagrupamento.

Pesquisador: Isso. Esse é o erro G4, desagrupamento tem somente um registro.

Imagem I30 – HE06 conta d

$$\begin{array}{r} \text{D) } 816 - 279 \\ \hline 537 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: 16 – 9, ele fez o reagrupamento, deu 7. Lá onde tinha o 1, ficou zero, aí eu não sei o que foi que ele fez que deu um 3 aí... ele acerta o resultado é correto.

Pesquisador: Esse é o erro G4, desagrupamento tem somente um registro.

Imagem I31 – HE07 conta b

$$\begin{array}{r} \text{B) } 52 - 17 \\ \hline 45 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: A representação tá direitinho (sic). Então 7 para 12 = 5 ou então aqui ele pode ter tirado $7 - 2 = 5$. Era para ser 35 o resultado, mas aí ele fez 7 para $2 = 5$ e $5 - 1 = 4$. Ele tirou o número maior do menor.

Pesquisador: Isso. Erro D8.

Imagem I32 – HE07 conta d

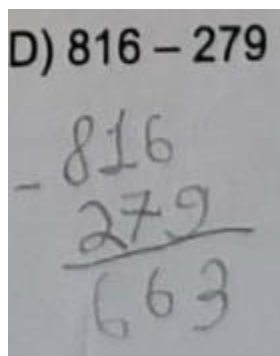
$$\begin{array}{r} \text{D) } 816 - 279 \\ \hline 663 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: O mesmo raciocínio. Ele fez aquele processo: $9 - 6$, $7 - 1$ e $8 - 2$.

Pesquisador: Isso. Erro D8.

Imagem I33 – HE08 conta d



D) $816 - 279$
 $\begin{array}{r} 816 \\ - 279 \\ \hline 663 \end{array}$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: A representação ele só erra a representação do sinal. $9 - 6 = 3$; $7 - 1 = 6$; $8 - 2 = 6$, né? Fez aquele raciocínio.

Pesquisador: Erro D8.

Pesquisador: Que tipo de intervenção você pode fazer, você pensa em realizar com os estudantes, analisando cada um desses erros tanto na adição quanto na subtração?

Hipátia: Trabalhar com o material concreto, o quadro valor de lugar vai ser interessante pra gente tá explicando isso daqui de forma que... a compreensão fique mais clara e talvez mais fácil para eles. De vez em quando, em sala de aula, quando eles tinham muita dificuldade, aqueles que queriam realmente: “tia como é, não tô conseguindo” já que eu não tinha o material concreto ali na hora, eu mandava que eles fizessem os palitinhos, aqueles risquinhos para ir somando. Eu penso que intervenções desse tipo com material concreto, com essas coisas assim vai ajudar muito, tipo jogos.

Pesquisador: E na subtração, especificamente, que tipo de intervenção pode ser feita?

Hipátia: Então esse aqui eu acho que, a gente quando tá vendo aqui os erros deles que não importa onde o número está, ele quer é fazer, quer tirar o maior do menor então aqui também eu acho que o que vai ajudar é fazer esses agrupamentos, formar grupos com material concreto, eu acho que vai facilitar. Ir dizendo: tá aqui, eu tenho 816 e 279 o número que eu vou diminuir é do número que está em cima, então não

posso tirar 9 de 6 aí fazer aquele grupinho ali. Fazer o reagrupamento mostrando o concreto, mostrando tampinhas, eu penso que é isso: trabalhar com o material concreto até eles dominarem isso aqui, eu acho que vai ser a forma mais fácil, além do QVL que naquele dia que nós fizemos lá, a primeira aula que nós nos encontramos, também é interessante, foi até engraçado.

Pesquisador: Qual a importância desse tipo de diagnóstico para a sua prática pedagógica?

Hipátia: Ahhh, sim. Eu acho que até já te falei da outra vez. A gente vê os erros dos alunos, a gente tenta até ajuda-los e é como eu já te disse essa compreensão, essa análise aí que você fez nuuunca tinha passado pela cabeça. A gente até dizia que o menino não sabia onde colocar o sinal, não colocou unidade debaixo de unidade, dezena embaixo de dezena. Essa análise ela é muito importante pra gente. Vai ser muito interessante aprender isso aí pra gente dominar melhor, também, o nosso conhecimento pra poder ajudar o aluno. Eu acho que vai me ajudar, se eu conseguir aprender. Eu acho que memorizar isso aí eu não tenho mais condição, tenho que ficar com a pesca do lado.

APÊNDICE J – ANÁLISE COM O PROFESSOR NEWTON DOS DIAGNÓSTICOS DISCENTES DA SUA TURMA



Universidade Federal do Ceará
Faculdade de Educação
Laboratório de Educação Matemática – LEDUM
Programa de Pós-Graduação em Educação

Tese de Doutorado
Orientando: Renato Carneiro da Silva
Orientador: Paulo Meireles Barguil

O 1º encontro aconteceu dia 20 de outubro de 2020, via videoconferência.

Pesquisador: Como estão sendo realizados os acompanhamentos das turmas nesse período de pandemia?

Newton: O acompanhamento até que tá bom porque a coordenadora está puxando bastante dos pais porque nosso meio de contato, até então, é só *WhatsApp*. Aí, vez ou outra, quando tem entrega de kit, a gente planeja o simulado para entregar impresso para que o aluno não fique fora, né? Porque, querendo ou não, muitos alunos que apresentavam mais dificuldade, tem alguns que apresentavam muita dificuldade, eles não estão participando e a gente não consegue localizar eles, mas, até então, a gente tá conseguindo direitinho, trocando no *WhatsApp* mesmo, trocando áudio, aí quando eles não entendem por áudio, eu faço um vídeo... explicando, mostrando passo a passo. É assim que a gente tem feito.

Pesquisador: Interessante, muito bom! Então vocês disponibilizam a atividade e essa atividade retorna para o atendimento individualmente?

Newton: Isso. A coordenadora manda no grupo (dos pais) e as dúvidas, eles vem individualmente ou então a gente puxa um assunto quando a gente sabe que aquele aluno tem a dificuldade.

Pesquisador: Bom, professor, nós realizamos, no início do ano, o diagnóstico com os estudantes. Os resultados foram encaminhados para você, acredito que você tenha dado uma olhada. O que você já percebeu?

Newton: Eu comecei pelos primeiros e eu já lembrei logo porque eu vi, acho que foi a aluna, a segunda da lista, que é realmente a que não está participando. Eu vi que ela colocou o sinal do lado contrário e eu não percebi no dia ai eu: “Meu deus, a aluna colocou do lado contrário!”. Aí eu fiquei observando mesmo. Eu não cheguei a ver

todos, só os primeiros, mas esse foi o que me chamou mais atenção. O restante é mesmo a questão da soma ou então diminuir. Eles ainda não têm essa noção quando ganha e quando perde. Então eles fazem de qualquer forma, ainda se engancham na questão da ordem, né? Foi só isso, por enquanto.

Pesquisador: A gente vai fazer hoje a análise das duas primeiras contas de adição: a) $38 + 46$ e c) $453 + 268$. No 7º encontro de formação, realizado em 28 de fevereiro, utilizamos os 7 erros catalogados por Bertini e Passos (2007) para analisar as respostas de estudantes em um diagnóstico realizado no ano passado. Nós vamos analisar as respostas da sua turma a partir do Quadro elaborado por Barguil (2020), que é mais completa e adequada à nossa pesquisa, pois os erros são catalogados considerando o desenvolvimento da habilidade de somar e subtrair. Vou encaminhar para você o arquivo com o Quadro. São 8 grupos, pensados em uma progressão dos erros, desde o mais distante da consolidação da habilidade até o mais próximo da aprendizagem esperada pelo estudante: A – ausência de representação dos termos; B – erro na representação; C – resultado ausente, sem lógica identificada ou da outra operação; D – erro na operação dos algarismos; E – erro no registro da separação de classes; F – agrupamento/desagrupamento não tem registro; G – agrupamento/desagrupamento tem registro(s), mas com erro(s); H – agrupamento/desagrupamento tem o registro correto, mas é ignorado. Então, nós vamos analisar as atividades de acordo com o grupo e com o tipo.

Imagem J01 – NE01 conta a

$$\begin{array}{r} \text{A) } 38 + 46 \\ 1 \\ + 58 \\ 46 \\ \hline 98 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Pesquisador: Olhando para o primeiro estudante, como podemos classificar o tipo e o grupo do erro que ele cometeu?

Newton: Estou olhando aqui... acho que esse primeiro... acho que nesse ele tem um erro na operação, né? Acho que é um erro de contagem na adição com agrupamento,

que é o D4, creio eu que seja esse. Quando ele soma 8 com 6 aí vem... ele esquece o outro, né? Porque ele soma direto.

Pesquisador: Vamos por partes. A representação está correta?

Newton: Está!

Pesquisador: A gente entendeu que essa representação tá mais para um 5 do que para um 3.

Newton: Ah... é verdade! Eu também entendo como um 5. Então houve erro na representação. Seria o B3. Aí depois seria esse que eu disse que seria o D4.

Pesquisador: Isso mesmo. Existe um erro do tipo D, mas eu classifico ele como erro D2 porque ele está operando na ordena nas unidades, sem agrupamento. Você percebe mais algum erro?

Newton: Não. Só esses mesmo. Ao meu ver, né?

Pesquisador: A gente também identificou o erro H1. Porque ele vai somar $5 + 4$, resultando em 9. Ele esqueceu de somar com o 1 que estava agrupado lá em cima. Então, com isso, a gente percebe que uma conta pode apresentar mais de um grupo de erro. Nesse caso, o estudante cometeu 3 erros em uma única conta.

Imagem J02 – NE01 conta c

$$\begin{array}{r} \text{C) } 453 + 268 \\ \hline 611 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Pesquisador: O que podemos destacar de erros que ele cometeu?

Newton: Pelo que vi no primeiro, ele não apresentou nenhum erro na representação. Acho que ele armou direitinho, tá ali o sinal direito, aí na primeira, nas unidades, ele somou certo, subiu direitinho... erro na contagem, né, aí, no caso? Esse um a gente pode contar como erro porque ele não deixou lá agrupadinho no 4.

Pesquisador: Ele cometeu, no caso, o erro H1, pois ele ignora o registro do agrupamento, ou seja, ele soma, mas não realiza a operação com o agrupamento da ordem anterior.

Newton: Mas quando ele soma, eu classifico como H1, mas eu posso também classificar como erro na contagem?

Pesquisador: Não. Erro na contagem seria, por exemplo, se ele tivesse colocado 13, 10... certo? Como ele somou $6 + 5$ e registrou 11, esqueceu apenas de somar com o 1 que foi agrupado, que tá lá em cima.

Newton: Ok.

Imagem J03 – NE02 conta a

A) $38 + 46$ $\textcircled{117}$

$$\begin{array}{r} \textcircled{4} \\ 38 \\ 46 + \\ \hline 117 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Essa aí de cara eu já percebo um erro na representação porque ela colocou o sinal no lado contrário. Teve um erro que $8 + 6$ ela somou certo, só que subiu a unidade para o agrupamento e deixou a unidade. Ela subiu o 1 e deixou o 4, pelo que estou entendendo.

Pesquisador: Sobre o sinal no lado contrário, a gente não tá considerando erro. Quando ela troca as unidades pela dezena, estamos considerando um erro de contagem.

Newton: Seria um erro com agrupamento?

Pesquisador: Não, o erro com agrupamento acontece quando eles operam a partir de uma ordem que teve agrupamentos para serem contabilizados.

Newton: Então como ela levou o 4, ela somou e deu 11 certinho.

Pesquisador: Então, esse é o erro G3, agrupamento no local certo, mas com valor errado.

Imagem J04 – NE03 conta c

C) $453 + 268 = 7.21$

$$\begin{array}{r} 453 \\ + 268 \\ \hline 7.21 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Na representação, acho que está certo. A soma ele, $3+8$ somou direitinho e agrupou correto. O 5 e o 6 também, né? 12... eu acho que o único erro mesmo aí foi só esse ponto: ele botou 7.21. A gente classifica como? O erro de separação de classe?

Pesquisador: Isso mesmo. Seria o E1.

Imagem J05 – NE04 conta a

A) $38 + 46$

$$\begin{array}{r} 38 \\ + 46 \\ \hline 80 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: A representação está correta: $38 + 46$. A soma que ele errou, né? $8 + 6$, ele colocou 10. Erro na operação... Erro de contagem com agrupamento, é?

Pesquisador: Seria o erro de contagem na adição sem o agrupamento porque ele não está operando com numerais que foram agrupados. Seria o erro D2.

Imagem J06 – NE04 conta c

C) $453 + 268$

$$\begin{array}{r} 21 \\ 453 \\ + 208 \\ \hline 801 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: A representação está correta. Acertou o $3 + 8$. Esse 6 dela tá parecendo um zero, mas ela errou na operação porque ela somou o $1 + 5$, mas é como se tivesse diminuindo o $6 - 6$, então por isso ela colocou o 0. Aí eu classifico esse erro como na operação... erro... supremacia? Não, né? D... Fica o D7 é? Ou é o D7 ou é o D11. Mas da onde foi que ela tirou esse 2? Ela subiu o 2 aqui... Vish! Agora eu não entendi. É como se tivesse diminuído, mas ao mesmo tempo tivesse somado, gente... Esse erro aí eu não sei classificar.

Pesquisador: Seria o G3, agrupamento no local certo, mas com o valor errado. Ela sabe que precisa realizar um agrupamento, mas não coloca o algarismo correto.

Imagem J07 – NE05 conta a

A) $38 + 46$

$$\begin{array}{r} 38 \\ + 46 \\ \hline 84 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: A representação tá ok. Ele errou só a soma, né? Na verdade ele não subiu... ele não representou, houve um erro na representação. Ele ignorou o registro é H1? Ele não colocou o agrupamento lá em cima, mas ele somou?

Pesquisador: Isso. O agrupamento não tem o registro. Ele fez tudo correto, mas não registrou o agrupamento. Seria o erro do grupo F, tipo 1.

Imagem J08 – NE05 conta c

C) 453 + 268

$$\begin{array}{r} 453 \\ +268 \\ \hline 611 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: O c tá correta a representação. E é a mesma coisa, né? Aí pelo fato de ele ter ignorado o registro, ele erra nas operações seguintes. Fica só o F1 aí?

Pesquisador: Isso.

Imagem J09 – NE07 conta a

A) 38 + 46

$$\begin{array}{r} 38 \\ +46 \\ \hline 83 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Ele não tem erro na representação, mas ele erra na operação. Ele agrupou direitinho, mas $8 + 6$ ele errou, ele colocou 13. Aí é erro na operação, que no caso é D aí não sei se é o D2 ou o D4.

Pesquisador: Seria o D2, pois não tem nenhum agrupamento para ele operar.

Imagem J10 – NE11 conta a

A) 38 + 46

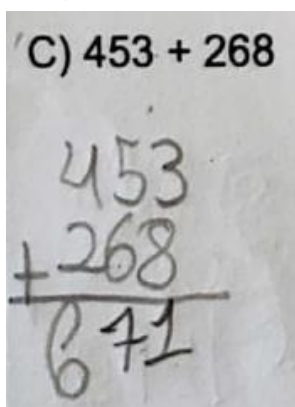
$$\begin{array}{r} 38 \\ +46 \\ \hline 71 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Ele não tem erro de representação, mas acho que ele errou na operação, D2, sem agrupamento que ele colocou o 1 e, conseqüentemente, tem o F1, o agrupamento não tem registro lá em cima. Então foram só esses dois.

Pesquisador: São esses dois mesmo, D2 e F1.

Imagem J11 – NE11 conta c



$$\begin{array}{r} \text{C) } 453 + 268 \\ \hline 671 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Está correta a representação, mas aí tem... ele ignora a questão do 3 + 8 ele ignorou, fica F1, a questão do agrupamento. Não entendi... esse 5 + 6 ele colocou 7. Num sei não... o 4 + 2 ele acerta, só esse 5 + 6 não faz sentido, esse 7 embaixo.

Pesquisador: Eu classifico eles como F1 e D2, também.

Pesquisador: A ideia é que a gente continue analisando as adições e as subtrações. Aos poucos, vamos identificando e conversando. Como estamos finalizando esse primeiro momento, gostaria de saber: como você percebe a importância desse diagnóstico?

Newton: Esse diagnóstico dá detalhes para a gente saber realmente onde o aluno apresenta a dificuldade. Porque, por exemplo, a gente vê que a maioria não apresentou muitos erros na representação, então ele já tem essa noção consolidada de como armar a conta, mas aí a gente analisando por categoria, tem os que não compreendem a questão da ordem, os que apresentam dificuldade na hora de agrupar, então a gente consegue identificar cada por menor da conta, porque se a gente for pegar no geral, ahh tá aqui, tá certo! O resultado tá certo, ele acertou! Mas tem muita questão aí que tá com o resultado correto, mas se a gente for analisar, estão faltando alguns pontinhos que acabam virando uma bola de neve depois.

Pesquisador: Que tipo de intervenções podem ser feitas para que os estudantes possam progredir nessa habilidade?

Newton: Primeiro a gente analisaria o conteúdo que eles apresentaram mais dificuldade e aí a gente trabalharia em cima disso, dentro do que eles erraram mais. Aí eu penso que, provavelmente, jogo para trabalhar a questão do agrupamento, o QVL porque a gente vê uma dificuldade muito grande no agrupamento, então podia utilizar o QVL. E pensando nessa questão da pandemia, podia até ser que a gente possa passar uma atividade direcionada ou o QVL para ele fazer em casa, só que a gente não sabe a questão do *feedback*, se realmente foi ele que fez, se ele fez ou não porque a gente manda e não recebe. Por isso, é melhor ser trabalhado em sala e trabalhando em sala, acho que o QVL é essencial.

O 2º encontro aconteceu dia 28 de outubro de 2020, via videoconferência.

Pesquisador: A gente vai fazer hoje dar continuidade à análise duas primeiras contas de adição dos estudantes e começar as duas primeiras contas de subtração. Você chegou a analisar alguma conta depois do nosso último encontro?

Newton: Não, infelizmente.

Imagem J12 – NE12 conta a

$$\begin{array}{r} \text{A) } 38 + 46 \quad 84 \\ 38 \\ + 46 \\ \hline 84 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Pesquisador: O que podemos destacar de erros que ele cometeu?

Newton: Aparentemente está correta. O 4 dele parece um 1. $8 + 6$ ele acertou, mas ele não registrou lá em cima. Então fica um erro de agrupamento sem registro, F1. Ele não registrou, mas somou correto, né?

Pesquisador: Isso. É como se ele tivesse resolvido mentalmente.

Imagem J13 – NE12 conta c

$$\begin{array}{r} 453 \\ +268 \\ \hline 721 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: A representação está correta. Mais uma vez um erro de registro. Tem um registro nas duas ordens, mas ele só registrou no 4. Aí fica o F1... só o F1, né?

Pesquisador: Exato. Você trabalha o cálculo mental com eles?

Newton: Sim, é mais com jogos, para eles trabalharem o raciocínio lógico, em duplas.

Imagem J14 – NE13 conta a

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 46 \\ + 38 \\ \hline 84 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Ele errou. Ele colocou inverso. Aqui fica o B4.

Pesquisador: Isso.

Imagem J15 – NE15 conta a

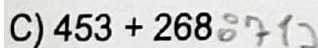
$$\begin{array}{r} 38 \\ + 46 \\ \hline 84 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Vish! Vamos lá... 38... ausência do sinal. Erro na representação, B7, e tem o F1 porque teve um erro na representação.

Pesquisador: Isso mesmo. Ele não representou o agrupamento.

Imagem J16 – NE15 conta c



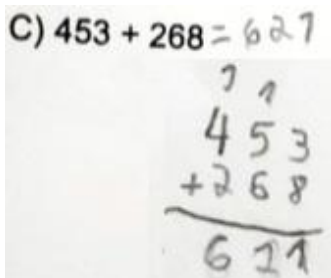
C) $453 + 268 = 712$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Esse aqui já errou, pois não armou. Ausência de representação dos termos, mas tem resultado. É o A2?

Pesquisador: Isso, A2.

Imagem J17 – NE16 conta c



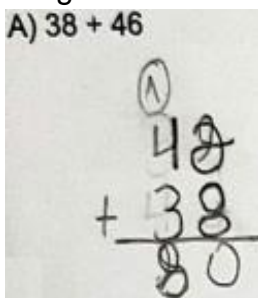
C) $453 + 268 = 621$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: A representação está correta. Ele errou só a última soma. Ele desconsiderou o 1 que tá lá em cima. Eita! É um erro de contagem na adição com agrupamento, D4 ou D7? Não... ele desconsiderou o 5 e o 6 também. Então fica como?

Pesquisador: Como ele realiza a operação, mas não conta no resultado final com o algarismo agrupado lá em cima, é um erro H1: agrupamento correto, mas ignorado.

Imagem J18 – NE20 conta a



A) $38 + 46 = 80$

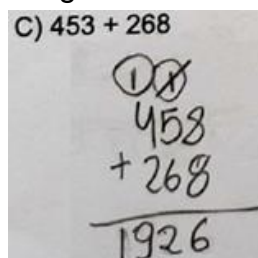
Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Ele errou no registro, inverteu, B4. Ele representou direitinho... não. Ele inverteu o número, inverteu o 6. Quando ele inverte assim o número é o quê?

Pesquisador: É o B4, como você falou, e o B3, numerais com algarismos errados ou trocados. Ele trocou o 6 pelo 2.

Imagem J19 – NE23 conta c

C) 453 + 268



$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \\ 453 \\ + 268 \\ \hline 1926 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

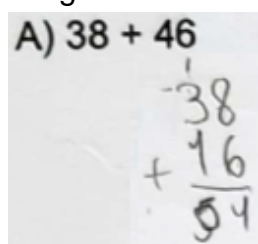
Newton: B3. Ele trocou o 458. Ele errou, mas acertou a soma das unidades, subiu direitinho. Esse um... ele realiza um desagrupamento sem necessidade, um D10?

Pesquisador: O erro é um resultado sem lógica em algumas ordens, C3.

Newton: B3 e C3, então.

Imagem J20 – NE25 conta a

A) 38 + 46



$$\begin{array}{r} 1 \\ 38 \\ + 46 \\ \hline 84 \end{array}$$

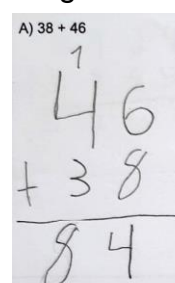
Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Parece... mais uma vez o 4 parece um 1. E o 1 lá de baixo parecendo um 4. A princípio está correto, eu não sei se a gente conta, um número parecido com outro. Se ficou 16, vai ser numeral com Algarismos errado ou trocado, B3. Está correto ele subiu direitinho, o 1. Então é só B3.

Pesquisador: Isso.

Imagem J21 – NE26 conta a

A) 38 + 46



$$\begin{array}{r} 1 \\ 46 \\ + 38 \\ \hline 84 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Ele inverteu. Erro B4, numerais invertidos. Só esse.

Pesquisador: Isso mesmo. A gente finalizou a análise das contas de adição. Vamos começar a análise das contas de subtração.

Imagem J22 – NE01 conta b

B) 52 – 17

$$\begin{array}{r} 52 \\ -17 \\ \hline 25 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Está correta a representação, mas aí tem... ele ignora a questão do 3 + 8 ele ignorou, fica F1, a questão do agrupamento. Não entendi... esse 5 + 6 ele colocou 7. Num sei não... o 4 + 2 ele acerta, só esse 5 + 6 não faz sentido, esse 7 embaixo.

Newton: A representação dele está correta. Ele não registrou quando ele desagrupa. Olha ele coloca o 5 (no resultado), mas ele não registra o desagrupamento. É um erro no... é o F2, desagrupamento não tem registro.

Pesquisador: Entendi como o D8, subtrai o (menor) algarismo do subtraendo do (maior) algarismo do minuendo: $7 - 2 = 5$. O outro é o D7, erro de contagem na subtração sem desagrupamento.

Newton: Ele pode também ter feito $12 - 7$ que também dá 5.

Imagem J23 – NE01 conta d

D) 816 – 279

$$\begin{array}{r} 816 \\ -279 \\ \hline 213 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Pesquisador: Olhando para o primeiro estudante, como podemos classificar o tipo e o grupo do erro que ele cometeu?

Newton: 6 - 9 ele botou 3, 8 - 2 ele colocou 2; 1 - 7 ele colocou 1. É realmente. Ficou o D7 e o outro fica D8.

Pesquisador: Isso mesmo.

Imagem J24 – NE02 conta b

B) 52 - 17 (37)

$$\begin{array}{r} 4 \\ \cancel{5} 2 \\ - 17 \\ \hline 37 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Tem um B4 que é numeral invertido...

Pesquisador: Na verdade é o B3, porque ele colocou 15 no lugar de 17.

Imagem J25 – NE02 conta d

D) 816 - 279 (607)

$$\begin{array}{r} 0 \\ 8 \cancel{1} 6 \\ - 279 \\ \hline 607 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Ele representou correto. Ele não desagrupou do 8 para diminuir pelo 7.

Pesquisador: Isso ele desagrupou a dezena para operar com as unidades e quando chega na ordem das dezenas que precisa desagrupar das centenas ele não faz essa operação.

Newton: Então é o D5?

Pesquisador: Isso mesmo, supremacia do zero.

Imagem J26 – NE03 conta b

B) 52 - 17 = 69

$$\begin{array}{r} 52 \\ - 17 \\ \hline 69 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Está correta representação dele, mas ele errou... é um erro na operação?

Pesquisador: É um erro no grupo C.

Newton: É o resultado da outra operação, C5.

Pesquisador: Isso.

Imagem J27 – NE03 conta d

$$D) 816 - 279 = 10.97$$

$$\begin{array}{r} 818 \\ - 279 \\ \hline 1097 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Tem o B3, numeral com algarismo trocado. E aí, no caso, tem o C5 de novo, pois ele somou. E tem esse ponto, também, que ele coloca. Tem um erro no registro da separação de classe, E1.

Pesquisador: Perfeito.

Imagem J28 – NE04 conta b

$$B) 52 - 17$$

$$\begin{array}{r} 512 \\ - 167 \\ \hline 45 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Ele representou correto. Ele fez o $12 - 7$ correto. Eu só não to entendendo aquele 6 ali no meio. Ele não desagrupou o 5.

Pesquisador: Esse é um erro do grupo G, o desagrupamento tem registro, mas com erros, do tipo, desagrupamento tem apenas um registro. G4.

Imagem J29 – NE04 conta d

D) 816 – 279

$$\begin{array}{r} 816 \\ - 279 \\ \hline 607 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: A representação está correta. O 6 – 9 ele desagrupou correto. Aí tem a supremacia do zero, de novo, D5.

Pesquisador: Isso.

Imagem J30 – NE05 conta b

B) 52 – 17

$$\begin{array}{r} 52 \\ - 17 \\ \hline 65 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: A representação está correta. Aí temos a inversão que ele fez. É o D8, no caso e no primeiro ele somou que aí é o resultado da outra operação. Fica um C5 e um D8.

Pesquisador: É uma interpretação possível. Considerando que ele somou na ordem das dezenas, eu também classifiquei como C5. Continuei analisando a operação como adição e classifiquei como D2 a soma errada: $2 + 7 = 5$.

Imagem J31 – NE05 conta d

D) 816 – 279

$$\begin{array}{r} 816 \\ - 279 \\ \hline 537 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: A representação está correta. Ele só não registrou os desagrupamentos, foi o único erro. Tem a ausência... fica o F2.

Pesquisador: Isso.

Imagem J32 – NE07 conta b

B) 52 – 17

$$\begin{array}{r} 52 \\ -17 \\ \hline 45 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: A representação está correta. Tem, mais uma vez, ele diminui o maior pelo menor. Fica o D8.

Pesquisador: Isso.

Imagem J33 – NE07 conta d

D) 816 – 279

$$\begin{array}{r} 816 \\ -279 \\ \hline 537 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: A representação está correta. É a mesma coisa. D8 na unidade e na dezena.

Pesquisador: Isso.

Pesquisador: Que intervenções podem ser feitas para que os estudantes avancem nessa habilidade?

Newton: Semelhante àquela fala que eu fiz no outro encontro. A gente está encontrando muito erro em agrupar e desagrupar. Então, acho que trabalhar com o QVL é fundamental. Até então eu só penso no QVL porque eu estou vendo muito erro de agrupamento e desagrupamento. Porque tem pouco erro de representação. Eles sabem armar a operação, mas mesmo assim a gente percebe que tem alguns confundindo a operação. Tem que pensar em uma intervenção que eles se familiarizem com os termos porque até nesse período eles vêm com dúvida: professor,

essa conta é de mais ou é de menos? Eles ainda não conseguem associar o sinal às contas de adição e subtração. Eu teria que intervir para eles conhecerem os termos corretos das operações. São esses dois que eu vejo mais.

Pesquisador: Especificamente na subtração, como você pode intervir? Pensando no erro D8 que foi o mais cometido pelos estantes.

Newton: Eu acho que foi o erro mais recorrente. Eu penso em trabalhar com o concreto, com materiais que eles possam entender. Por exemplo, se eu tenho o menor em cima: como eu vou tirar mais, tendo o menor em cima? Acho que tem que trazer mais algo concreto.

Pesquisador: Como você analisa a importância e o impacto da análise dos resultados proporcionada por esse instrumento na sua prática pedagógica?

Newton: A principal importância é refletir sobre a própria prática. Eu passo, eu ensino o conteúdo, eu explico direitinho, eu até posso ver que o resultado ele tem acertado, mas eu não vejo, por exemplo, que ele tá errando as ordens. Eu acabo me preocupando só com o resultado e eu não faço essa análise mais detalhada. A gente acaba refletindo sobre a prática por quê? Porque ahh... *o resultado tá correto...* então quer dizer o quê? Que esse conteúdo que eu ensinei, eu ensinei da forma correta porque ele acertou o resultado. Mas se eu parar para pensar a estrutura apresenta alguns erros, aí eu volto lá no meu planejamento, na minha prática: será que não ficou tão explícita essa questão da estrutura (representação); será que só o resultado é importante? Será que eu estou só desenvolvendo o cálculo mental e acabo de perceber que a gente precisa registrar o agrupamento e o desagrupamento na própria conta. Então a importância dele é essa: eu acabo percebendo o que passa despercebido tanto na minha fala, quanto na aprendizagem deles. Eu posso estar concentrando meu olhar só em uma coisa.

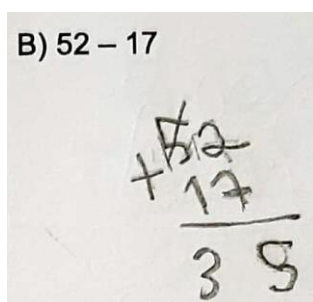
O 3º encontro aconteceu dia 10 de novembro de 2020, via videoconferência.

Pesquisador: Olá, professor, boa tarde. Vamos iniciar de onde paramos no último encontro.

Newton: Ok.

Imagem J34 – NE08 conta b

B) 52 – 17



$$\begin{array}{r} \cancel{+} 52 \\ \cancel{+} 17 \\ \hline 35 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Pesquisador: Como podemos analisar esse estudante?

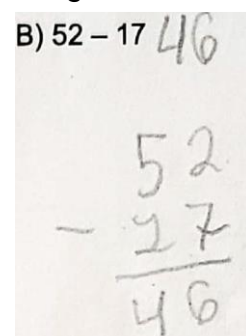
Newton: Ele representou com outra operação e resolveu com a subtração.

Pesquisador: Isso. Ele representou com o sinal de adição, mas resolveu com a subtração. Esse é o erro C5.

Newton: Resultado da outra operação.

Imagem J35 – NE09 conta b

B) 52 – 17 46



$$\begin{array}{r} 52 \\ - 17 \\ \hline 46 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Aqui ele representou direitinho, mas errou na resolução. Era 35, mas ele coloca 46. Parece que ele começa pela ordem das dezenas.

Pesquisador: Isso. A gente classifica esse como D8, subtrai o menor algarismo do menor e o D2.

Newton: Ok.

Imagem J36 – NE09 conta d

D) $816 - 279 = 663$

$$\begin{array}{r} - 816 \\ 279 \\ \hline 663 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Ele representou correto e resolveu tirando o maior do menor, D8.

Pesquisador: Isso mesmo.

Imagem J37 – NE10 conta b

B) $52 - 17 = 45$

$$\begin{array}{r} 52 \\ - 17 \\ \hline 45 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Ele representou correto e também temos um D8.

Pesquisador: Ok.

Imagem J38 – NE10 conta d

D) $816 - 279 = 663$

$$\begin{array}{r} 816 \\ - 279 \\ \hline 663 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Ele representou direitinho e temos um D8.

Pesquisador: Ok.

Imagem J39 – NE11 conta b

B) 52 – 17

$$\begin{array}{r} 52 \\ -17 \\ \hline 45 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Representou direitinho, D8.

Pesquisador: Ok.

Imagem J40 – NE11 conta d

D) 816 – 279

$$\begin{array}{r} 816 \\ -279 \\ \hline 663 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Representou direitinho, D8.

Pesquisador: Ok.

Imagem J41 – NE12 conta b

B) 52 – 17 34

$$\begin{array}{r} 52 \\ -17 \\ \hline 34 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Representou correto, mas não sei o erro. Seria o sem lógica?

Pesquisador: Aí nós temos dois erros: o F2, desagrupamento não tem registro. Quando ele resolve a conta, mas não realiza o registro indicando o desagrupamento

e o D7, erro de contagem na subtração sem desagrupamento, quando ele subtrai 1 de 5, na dezena. O resultado é 4. Ele coloca 3.

Newton: Entendi.

Imagem J42 – NE12 conta d

$$\begin{array}{r} 816 \\ - 279 \\ \hline 683 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Representou direitinho, mas não sei como ele pensou.

Pesquisador: Esse é o C3, resultado sem lógica em algumas ordens, no caso, na unidade e na dezena.

Imagem J43 – NE14 conta b

$$\begin{array}{r} 52 \\ - 17 \\ \hline 40 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Representou direitinho. Tem um B3 e só.

Pesquisador: Isso.

Imagem J44 – NE14 conta d

$$\begin{array}{r} 816 \\ - 279 \\ \hline 535 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Representou correto. No caso, ele fez o registro dos desagrupamentos, mas errou no resultado.

Pesquisador: Isso mesmo. Esse é o erro D11, erro de contagem na subtração com desagrupamento.

Imagem J45 – NE15 conta b

$$\begin{array}{r} 52 \\ - 17 \\ \hline 40 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Vixe! Aí eu não sei o que ele fez não!

Pesquisador: Vamos observar: ele não indicou a operação, erro B7, numerais sem a operação indicada. E o resultado não apresentou nenhuma lógica, C2.

Imagem J46 – NE15 conta d

$$\begin{array}{r} 816 \\ - 279 \\ \hline 633 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Ele se esqueceu de indicar a operação e tem, também, um D8.

Pesquisador: Isso.

Imagem J47 – NE16 conta b

$$\begin{array}{r} 52 \\ - 17 \\ \hline 35 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Ele representou direitinho. Representa o 1 do desagrupamento... tá correto.

Pesquisador: Isso. A o resultado está correto, mas a gente indica o erro G4, desagrupamento tem somente um registro, pois falta a indicação do registro do desagrupamento na ordem das dezenas.

Imagem J48 – NE16 conta d

D) $816 - 279 = 640$

$$\begin{array}{r} 816 \\ - 279 \\ \hline 646 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Representou correto, mas não fez os registros dos desagrupamentos.

Pesquisador: Isso. Aí ele comete dois erros o F2, desagrupamento não tem registros e o D11, erro de contagem na subtração com desagrupamento.

Imagem J49 – NE18 conta b

B) $52 - 17$

$$\begin{array}{r} 52 \\ - 17 \\ \hline 45 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Ele representou correto e comete o erro D8.

Pesquisador: Isso.

Imagem J50 – NE18 conta d

D) $816 - 279$

$$\begin{array}{r} -816 \\ 279 \\ \hline 663 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Aqui ele representou correto e comete o erro D8 também.

Pesquisador: Isso.

Imagem J51 – NE20 conta b

B) 52 – 17

$$\begin{array}{r} 52 \\ - 17 \\ \hline 36 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Aqui ele representou correto, mas não operou corretamente, não fez os desagrupamentos.

Pesquisador: Aqui ele comete dois erros. F2, desagrupamento não tem registro, e o D11, erro de contagem na subtração com desagrupamento.

Imagem J52 – NE20 conta d

D) 816 – 279

$$\begin{array}{r} 816 \\ - 279 \\ \hline 663 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Ele representou direitinho e é o erro D8.

Pesquisador: Isso.

Imagem J53 – NE21 conta b

B) 52 – 17 = 45

$$\begin{array}{r} 52 \\ - 17 \\ \hline 45 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Ele representou direitinho e é o erro D8.

Pesquisador: Isso.

Imagem J54 – NE21 conta d

D) $816 - 279 = 663$

$$\begin{array}{r} 816 \\ - 279 \\ \hline 663 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Ele representou correto. Erro D8.

Pesquisador: Isso.

Imagem J55 – NE22 conta b

B) $52 - 17$

$$\begin{array}{r} 52 \\ - 17 \\ \hline 45 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: A mesma coisa. Ele representou correto. Erro D8.

Pesquisador: Isso.

Imagem J56 – NE22 conta d

D) $816 - 279$

$$\begin{array}{r} 816 \\ - 279 \\ \hline 1095 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Ele representou correto. Nesse caso seria um sem lógica?

Pesquisador: Aqui ele cometeu o erro C5, pois ele somou, ao invés de subtrair.

Newton: Ahh... é mesmo.

Imagem J57 – NE23 conta b

B) 52 – 17

$$\begin{array}{r} 52 \\ -17 \\ \hline 45 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Ele representou correto. Erro D8.

Pesquisador: Isso.

Imagem J58 – NE23 conta d

D) 816 – 279

$$\begin{array}{r} 816 \\ -279 \\ \hline 663 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Ele representou correto. Também é o erro D8.

Pesquisador: Isso.

Imagem J59 – NE24 conta b

B) 52 – 17

$$\begin{array}{r} 52 \\ -17 \\ \hline 45 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Ele representou correto. Erro D8.

Pesquisador: Isso.

Imagem J60 – NE24 conta d

D) 816 – 279

$$\begin{array}{r} 816 \\ -279 \\ \hline 537 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Ele representou correto. Também é o erro D8.

Pesquisador: Isso.

Imagem J61 – NE25 conta b

B) 52 – 17

$$\begin{array}{r} 52 \\ -17 \\ \hline 35 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Ele representou correto. Fez o desagrupamento e respondeu correto.

Pesquisador: Isso, mas aí a gente sinaliza o erro G4, desagrupamento tem somente um registro.

Imagem J62 – NE25 conta b

D) 816 – 279

$$\begin{array}{r} 816 \\ -279 \\ \hline 537 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Ele representou correto. Fez o desagrupamento. Esse é mais um G4.

Pesquisador: Isso.

Imagem J63 – NE27 conta b

B) 52 – 17

$$\begin{array}{r} 3 \\ 42 \\ -17 \\ \hline 27 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Ele representou correto. Fez o desagrupamento. Aqui é o erro G5, desagrupamento tem dois registros, mas com erros, e D11.

Pesquisador: Isso.

Imagem J64 – NE27 conta d

D) 816 – 279

$$\begin{array}{r} 10 \\ 1 \\ 816 \\ -279 \\ \hline 547 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Ele representou correto. Fez o desagrupamento. Aqui é o erro G5 e D11 também.

Pesquisador: Isso.

Pesquisador: Qual a importância desse tipo de diagnóstico para a sua prática pedagógica?

Newton: Eu acho que esse, especificamente, desses alunos deu para a gente dar... ele foi mais direto, né? Deu pra gente perceber bem qual o erro deles. A questão do desagrupamento que a gente conseguiu analisar bem, ver bem, porque você vai pinçando cada erro. Dá pra analisar cada detalhe. Eu acho que esse do desagrupamento ficou bem claro.

Pesquisador: Que tipo de intervenção você pode fazer, você pensa em realizar com os estudantes?

Newton: Acho que o QVL, mas também pensar em uma proposta, uma estratégia que ensine a eles a ordem exata de como começar um cálculo de subtração porque como eu disse anteriormente pelos erros constantes, a ideia que se tem é que eles estão começando a ordem errada de subtrair. Então tem que pensar a estratégia nesse sentido de não só estruturar o cálculo, mas ensinar por onde começar esse cálculo. Então são duas estratégias e o QVL para eles conseguirem desagrupar melhor, ter mais clareza.

Pesquisador: Como é que você analisa a diferença entre os erros cometidos pelos estudantes na adição e na subtração?

Newton: Os erros na adição, de agrupamento, e na subtração, subtrair o maior do menor, meio que estão interligados porque, primeiro, tanto o maior quanto o menor na subtração está ligado ao desagrupamento, eu percebi pela ideia de eles não conseguirem desagrupar. Então acho que a diferença, eu não sei se há uma diferença, eu vejo como o agrupar e o desagrupar no mesmo sentido. Acho que tem que repensar as classes e as ordens ver como está o estudo deles nesse sentido. É isso: acho que esses erros estão mais ligados ao conceito de ordem.

APÊNDICE K – ANÁLISE DO RELATÓRIO DISCENTE DA TURMA DA PROFESSORA FLORENCE



Universidade Federal do Ceará
Faculdade de Educação
Laboratório de Educação Matemática – LEDUM
Programa de Pós-Graduação em Educação

Tese de Doutorado
Orientando: Renato Carneiro da Silva
Orientador: Paulo Meireles Barguil

O encontro aconteceu dia 22 de dezembro de 2020 e teve como objetivo estudar a análise do diagnóstico da turma dela, que consta no Apêndice E, que foi enviado por mim à professora para ela conhecer o material. O encontro teve duração de 1 hora e foi dividido em duas partes. Na primeira, foram analisadas as tabelas e os grupos de erros mais cometidos nas contas de adição e subtração. Na segunda, os tipos de erros de cada grupo.

Pesquisador: Hoje, a gente vai conversar um pouco sobre o relatório, que foi feito a partir das análises que realizamos, dos estudantes. Vou projetar os tipos de erros que eles cometeram e a gente vai conversar sobre duas perspectivas: O que esse erro indica e o que, você, na sua prática, pode fazer para intervir na sua prática, para que o estudante desenvolva a habilidade que tá sendo proposta. Pode ser assim?

Florence: Pode!

Pesquisador: A gente vai iniciar com algumas perguntas sobre o relatório. Em seguida, eu vou mostrar os tipos de erros que os estudantes cometeram e a gente vai conversando sobre o que significam e que tipo de intervenções podem ser realizadas.

Florence: Certo!

Pesquisador: Quais impressões você teve sobre o relatório?

Florence: Foram positivas porque me mostraram a situação da turma, de uma forma geral, sobre o que a gente estava canalizando com eles, né?! Que eram essas questões das operações. Era uma turma, que eu ainda tava conhecendo, nós não tivemos muito tempo, as aulas começaram, e logo nós tivemos a pandemia. Aí, a gente ficou... Eu não fiquei acompanhando a minha turma durante essa pandemia. A coordenação achou melhor distribuir de forma diferente, depois ela viu, que, talvez, tenha sido um erro porque era bem melhor a gente dar continuidade ao trabalho com os alunos que a gente já conhecia, mas, por uma questão de logística, foi feito de um

jeito diferente. Então, eu não tive mais acesso aos alunos, desde o dia 18 de março. Então, a gente só estava com um mês e meio, mais ou menos, com eles, e entrando nas salas, uma vez por semana. O que é que o relatório me trouxe?! O quanto eu teria que ter trabalhado com eles, de forma mais efetiva, essas operações, principalmente a subtração, que a gente vê que foi realmente o que me deixou muito surpresa, o nível deles. Tudo bem que a gente estava começando, eu não sabia ainda, era um trabalho que tinha que ser feito. – com relação ao relatório, foi isso mesmo. Para mim, foi uma luz, que me deu uma visibilidade da condição deles, de como eu teria que buscar um meio, alguma estratégia, alguma coisa, para poder estar revertendo essa situação, para, pelo menos, estar trazendo para eles a possibilidade da facilitação da aprendizagem, nesse sentido.

Pesquisador: Você ficou com alguma dúvida, durante a leitura, a explicação?

Florence: Não! Não, porque você colocou, em cada continha, que estava ali, cada operação que estava sendo realizada, onde tinha sido o erro, a maior porcentagem de erro, e, aí, a gente viu naquele quadrinho¹⁰ – que era inclusive, o que eu tava procurando – que eu olhei ontem. Consegui ler esse relatório na Fisioterapia, acredita? Aí, eu dei uma olha e peguei o papel, depois que eu tinha feito a impressão, para observar que erros eram aqueles, de forma mais clara para mim. Naquele primeiro quadrinho que você me apresentou, mostra direitinho, e como eu estava vendo, no celular, o quadro, em si, eu não consegui aumentar para ver. Então, ficou bem claro, eu não tive dúvidas em relação ao relatório, na maneira como estava explicando. Foi tudo tranquilo.

Pesquisador: Algo lhe chamou mais atenção durante a leitura?

Florence: Em relação aos alunos, em relação ao próprio relatório?

Pesquisador: Estudantes, relatório...

Florence: Foi a questão de ver o nível, tão... como que eu posso falar? Não sei se eu diria “baixo”, ou a questão, com eles mesmos da habilidade, mesmo, com a questão da subtração, com o fato de ser algo assim, é como se eles não tivessem, realmente, noção, pela porcentagem que foi. De alunos, que a gente vê ali, que a quantidade, quando você transformava em porcentagem, era 1 vírgula, alguma coisa... Então, assim, me chamou atenção a falta de habilidade deles, nessa competência, de desenvolver isso aí. Me deixou, assim, preocupada.

¹⁰ A professora está se referindo ao Quadro 14, utilizado nas seções 7.3 e 7.4, que apresenta a classificação, elaborada por Barguil (2020), de erros nas operações de adição e subtração – grupos e tipos.

Pesquisador: Isso, o que é que você aprendeu?

Florence: O que é que eu aprendi? Eu aprendi que quando a gente consegue ter essa ideia essa noção, de avaliar os alunos, logo no começo do ano, mesmo, para... A gente faz uma avaliação diagnóstica, vamos dizer assim, mas, não da forma que foi feita, tão específica, nessa questão de conteúdos, que são básicos e que eles já tinham que ter consolidado. Isso aí a gente viu que não estava consolidado. Então, eu aprendi que eu tenho condições de, através desse trabalho que você fez com a gente, de agora, nesse próximo ano, conseguir avaliar meus alunos de uma forma mais crítica, de uma forma mais criteriosa, é isso. Eu acho que foi válido, para mim, com relação a isso. Também aprendi a questão, quando vocês denominaram os erros, aí, ficou mais claro, algumas questões. Porque, às vezes, a gente classificava uma questão só como errada, né?! “Não acertou, errou!”. Mas, por que foi que ele errou? Onde foi que ele errou? Qual é a dificuldade? Às vezes, até pela própria rotina de ter tantas turmas, a gente não tinha esse olhar, e com esse estudo, e vendo, facilita mais: “Ah, ele errou isso aqui!”. Querendo ou não, a gente utiliza aquele quadrinho. Aquele quadrinho vou utilizar na minha vivência, em sala, porque eu achei muito interessante. Classificar o que o aluno não acertou, para poder entender o porquê que ele não acertou, e, daí, você ter um norteamento, para as próximas aulas. Eu acho que foi isso. No começo dessa pesquisa, eu me senti, assim, preocupada porque, querendo ou não, a gente acha que a nossa prática fica em evidência e eu senti que, realmente, a gente vive em constante aprendizado, a gente tem que ter essa certeza de que, cada dia, a gente busque aprender mais, e, também, me senti feliz em algumas coisas. Alguns desses alunos foram meus alunos no 4º ano. Não foram todos, foram poucos. Mas eu vi que alguns deles aprenderam o que eu tinha ensinado no ano passado, conseguiram levar isso aí, e que, mesmo com a turma, com esse grau de deficiência, se o ano não tivesse sido tão atípico, como foi, teria dado para a gente conseguir desenvolver, com eles, algo mais.

Pesquisador: É verdade. Realmente, a gente pode tirar muita coisa desse ano. Acho que o que a gente conseguiu fazer foi muito e precisa ser, realmente, reconhecido. Porque, realmente, tem sido...

Florence: Não tem sido fácil, né?!

Quadro K01 – Classificação das resoluções das contas dos estudantes da turma da professora Florence

CONTA	ESTUDANTE																										TOTAL DE ACERTOS	MÉDIA DE ACERTOS	
	E01	E02	E03	E04	E05	E06	E07	E08	E09	E10	E11	E12	E13	E14	E15	E16	E17	E18	E19	E20	E21	E22	E23	E24	E25	E26			
a	38 + 46		B6						B4*				B3*						D2	B4*		B7 D2 G3		F1*			19	0,73	
b	52 - 17	D8	D8	D8	C2		D8	C5*	D8	D8	D8	D8	D8		D8	G4	C2		F2*		D8	C2		C2	G5	D8	5	0,19	
c	453 + 268				H1 G3	C5 D8	B2				B7*		H1				H1 G3				D4	B7 H1	B3*	C2	C5*		15	0,58	
d	816 - 279	D8	D8	D8	C2		D8 B5	D8	D8	D8	B6 D8 D7	D8	D8	D8		D8	G4	C1		C3		D8	C5 D2 G3	G5 H2	C2		D8	5	0,19
e	1.924 + 3.785			B3*	B5 C3		H1				D4					C5 G4	C1		D4 G1 E2			B7 G3 H1		C2			17	0,65	
f	6.037 - 2.548	D8	G4 G5	D8	C3 D9	D8	D8	D8 D7	D8	D8	D8	C5*	D8	D8	D5 G5	D8	G4 D11 D9	C3	G5	D6 D5	G5 D9	D8	B7 C2	G5 D9	C2	G5	D8	0	0,00
g	24.395 + 18.067				B5 C2	D4 D2	B5 H1	H1	F1		D4	G1 E2				H1	G1 E2	D4 G3		G1 E2 F1	D4		B7 D2 G3 C3		C2			12	0,46
h	57.104 – 39.629	D8	G4 G5	D8	B5 C2	G4 D8	D8	D8	D8 D7	D8	D8	D8 D5	D8	B3 D8	B3 G5 D9	D8	G4 D9	C1	G5	D8 D7	G4 D5	D8	C2	C2	C2	G5	D8	0	0,00
TOTAL ACERTOS		4	3	3	1	4	1	3	3	3	1	3	4	2	6	3	2	1	6	1	4	3	0	4	0	4	4	73	2,81
+		4	3	3	1	2	1	3	3	3	1	3	4	2	4	3	2	1	4	1	2	3	0	3	0	3	4	63	2,42
-		0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	2	0	2	0	0	1	0	1	0	10	0,38

Fonte: Pesquisa do autor.

Pesquisador: Não. Este primeiro Quadro indica a análise da turma e aqui indica a conta – o estudante, especificamente – a quantidade de acertos, e a média de acertos de uma conta. Quando a gente olha para o estudante, lá embaixo, a gente vê quantas contas ele acertou, no total, e quantas contas, ele acertou de adição e de subtração, especificamente. A gente, também, tem lá no final, a média de acertos de cada conta, aqui, nesse finalzinho, do lado direito, inferior. A gente tem a média de acertos de adição e subtração. No total, adição e subtração. Você destaca algo, nesse primeiro Quadro?

Florence: Assim, alunos de 5º ano, a gente imagina que eles já devem ter... Eu não digo assim: serem *expert* nisso, mas é para já ter uma... adição e subtração é uma coisa que eles veem desde lá do primeiro ano, apesar de que o enfoque, no município, a gente sabe que, até o 2º, 3º ano, é a leitura. Eu, enquanto professora de Matemática, tento fazer a diferença, nas minhas aulas. Apesar de estar letrando, também, eu gosto que eles, realmente, aprendam, mas aí, a gente fica, de certa forma... esperava um pouco mais, deles. Em termos dessas duas operações, eu, particularmente, esperava um pouco mais. A gente fica feliz por uns, mas, mesmo assim, a gente ainda percebe que não é o ideal, que ainda precisava de mais, então, é isso. Eu fiquei, realmente assim – não vou dizer decepcionada – mas a gente fica preocupada e vê que a gente precisa... Não é uma coisa que o 5º ano resolva, é uma coisa que a gente precisa rever, desde quando ele começa no Ensino Fundamental. E a Matemática precisa ser levada mais em consideração. Eu creio, como professora de Matemática, eu observo isso, nas salas aonde eu vou. Então, por isso, quando a gente chega no 5º ano, a gente tem esse reflexo aí. Possa ser, agora, depois de umas mudanças que houve, de algumas coisas, que já me falaram, que já melhorou, em relação ao que era. Porque eu sou nova, no município, então... “Não, já está melhor, a gente já está vendo Matemática, e tal...”. Então, pode ser que, daqui alguns anos, a gente já tenha alunos de 5º ano com um nível, já, desejável.

Pesquisador: Realmente, a gente tem acompanhado, inclusive nas formações. As professoras do 1º, 2º e 3º ano já têm a formação específica para Matemática. Mas, eu também, acredito que seja um avanço. O que você fala faz sentido com relação à escolha de determinado conteúdo em detrimento à Matemática.

Tabela K01 – Contas certas e erradas dos estudantes – turma da professora Florence (quantidade e %)

OPERAÇÃO	Acertos (Quant.)	Contas com erros (Quant.)	TOTAL (Quant.)	Acertos (%)	Contas com erros (%)	TOTAL (%)
+	63	41	104	60,6	39,4	100,0
-	10	94	104	9,6	90,4	100,0
TOTAL	73	135	208	35,1	64,9	100,0

Fonte: Pesquisa do autor.

Pesquisador: Nesta Tabela, estão as contas certas e erradas dos estudantes. A gente tem aqui a indicação da operação, adição e subtração, a quantidade de acertos – nós tivemos 63 acertos nas operações de adição – as contas com erros, que apresentam, pelo menos, algum erro, foram 41 contas. Das 104 contas de cada operação, nós temos um percentual de 61,6% de contas de adição resolvidas corretamente e 9,6% de contas de subtração. Das 104 contas de cada operação, nós temos 39,4% das contas de adição com algum erro na resolução, e 90,4% das contas de subtração. Você gostaria de comentar algo? O que lhe chama atenção nessa situação?

Florence: A fala meio que se repete um pouco. Como eu já falei, algo que eles deveriam já ter consolidado, ter habilidade e competência para resolver, que não conseguem. E, assim, são aqueles erros que a gente viu. Às vezes, você, não conseguir fazer... quando eles falam que vai pedir emprestado, o desagrupamento, não conseguir entender aquilo ali, então, faz com que a subtração se torne mais difícil para eles. Então, para mim, quando eu vi, eu falei assim: “Meu Pai, nem 10% da turma em termos de acerto”. Aí, a gente fica assim: “O que fazer? Vou perguntar ao doutor Renato...”.

Pesquisador: Tomara que eu saiba. Mas é um desafio para a gente.

Florence: Você falou tudo. É um desafio.

Pesquisador: Então, a gente... de certa forma, você já comentou um pouco, que os estudantes apresentam um desempenho melhor nas operações de adição em relação às operações de subtração. Por que você acha que isso aconteceu?

Florence: Assim, de cara, logo a gente percebeu que eles têm muita dificuldade na questão de fazer o desagrupamento de forma correta. Então, acho que eles entenderem isso aí, é uma das causas que eu mais percebi que tinham. Porque a

maioria armava a questão, na hora de fazer, eles não sabiam como subtrair, como tirar corretamente uma quantidade de outra, quando essa era menor. Então, eu acho que é realmente, isso. Eles não conseguem entender. A adição é mais fácil, eles estão acostumados a: “Vou juntar, vou somar”, apesar de que a gente viu erros também. E esses mesmos erros, também, na hora de você elevar um número e tal... Por que é que isso aconteceu? Porque eles não estão sabendo. É fato. Têm alunos ali que a gente viu, que eles não conseguem nem armar a continha. A gente viu que teve aluno desse jeito. Então, sei nem te falar, Renato. Eu acho que é isso mesmo. Não estão sabendo, não sabem, não compreendem.

Pesquisador: Dentro do seu planejamento, você acha que as contas de adição e subtração têm o mesmo tempo dedicado à explicação, planejamento, às atividades, às propostas, aos textos... É um tempo mais dedicado à adição, à subtração ou é tudo igual?

Florence: Não. Na verdade, inclusive, quando a gente faz as correções, que eu costumo fazer correção coletiva, eu convido os alunos a irem fazer porque eu acho que há uma participação maior, uma interação maior e a gente consegue detectar, melhor, o que é que a turma tá entendendo. Sempre levou mais tempo com a subtração. A adição era uma coisa que eles, apesar de alguns errarem, eles tinham mais habilidades em realizar. Então, apesar de eu dedicar, vamos dizer assim, o meu planejamento, o tempo... “Ah, eu não vou contar quanto tempo eu vou levar nisso, e quanto tempo eu vou levar naquilo.” O que é que determina meu tempo? É perceber que a minha turma entendeu. Agora, se tem um ou dois alunos que ainda não entenderam, eu tenho que de alguma outra forma, com esses alunos, porque você sabe, que a gente, também, tem que seguir, a gente não pode ficar..., mas é um “ir” e “retomar”, constante. A gente avança e, ao mesmo tempo, vai trazendo, de alguma forma, trazendo de volta aquilo que eles ainda não conseguiram desenvolver. Às vezes, uma atividade extra, às vezes, uma explicação diferenciada, um jogo, uma dinâmica... para ver se as coisas acontecem, mas o tempo era igual. Apesar de que eles não ficavam muito tempo na adição porque eles conseguiam entender, melhor, a adição. Então, acabava que a subtração levava mais tempo porque: “Tia, não entendi!”. A maioria, chama tia, ainda, então: “Tia, não entendi!”. “O que foi que você não entendeu? Precisa me dizer o que foi que não entendeu!”. “Ah, eu não entendi nada”” Aí, outro fala: “Eu não entendi por que tirou”. Aí, a gente vai nessa conversa, nessa questão, a gente vai fazendo... Aí, tem aluno que fala assim: “Ah, professora...

– Quando um chama assim – eu fiz diferente”. “O que foi que você fez? Vem aqui no quadro e me mostra!”. E aí, a gente acaba, que o planejamento, muitas vezes, nem conclui aquilo que a gente queria ter avançado naquele dia. Por quê? Porque a gente... eu não consigo, Renato, avançar, se eu estou vendo que minha turma não está conseguindo, só para cumprir tabela. Às vezes, a gente demora um pouco mais. Mas por que eu digo que é um avançar e um retornar constante? Porque a gente sempre vê adição e subtração. Em qualquer coisa que a gente avança, ela vai estar presente. E, quando você vai trabalhar a divisão, ô, meu amor... aí é que o negócio dá um nó. Então, é isso. O tempo, era dessa forma. Não era o mesmo porque os alunos não tinham tanta dificuldade assim com a adição. Mas eu, também, sempre deixei claro meu objetivo de fazê-los entender, conseguir sentir que eles entenderam. E o motivo que não era o mesmo é porque eles apresentavam mais dificuldade na subtração do que na adição.

Tabela K02 – Distribuição dos estudantes por quantidade de acertos nas contas de adição – turma da professora Florence

CONTAS CERTAS	ESTUDANTES	TOTAL
4	5	20
3	10	30
2	4	8
1	5	5
0	2	0
TOTAL	26	63

Fonte: Pesquisa do autor.

Pesquisador: Perfeito! A gente vai começar analisando os erros da adição, certo? A gente vai começar pela adição e, em seguida, vai para a subtração. Essa Tabela informa a quantidade de acerto nas contas de adição. Foram 5 estudantes que acertaram todas as contas de adição: as 4. No diagnóstico eram 4 de adição e 4 de subtração. 10 estudantes acertaram 3 contas; 4 estudantes acertaram 2 contas, 5 estudantes acertaram 1 conta e 2 estudantes não acertaram qualquer conta. Algo chamou a sua atenção nesta Tabela?

Florence: É, numa turma de 26 estudantes, só 5 conseguem... esses 5 que acertaram as 4, pelo menos, ao meu ver, mostram que conseguem, entendem, dominam... fizeram não por acaso, fizeram, talvez, porque entendam. Sabem fazer. Esses 10 têm alguma dificuldade, mas, também, têm noção de como fazer. Aí, você percebe que, de 26, você ter só... vamos imaginar: 7 alunos, que não é nem 50%, eu

acho que é considerável, é algo que é aceitável, né?! Assim, dentro da pesquisa que a gente faz porque, na realidade, se a gente fosse ver, como eu já falei, um aluno de 5º ano era para saber subtrair e somar, fazer adição e subtração simples, porque a gente não viu tanta dificuldade, não tinha um grau de dificuldade tão grande. Então, se a gente for levar em consideração: “Ah, é aluno de 5º ano!”. Era para poder ter, pelo menos, 50% da turma, pelo menos três alunos eram para ter acertado tudo, vamos imaginar assim. Mas, dentro da nossa realidade, eu acho que é o esperado.

Tabela K03 – Distribuição dos estudantes por quantidade de acertos nas contas de subtração – turma da professora Florence

CONTAS CERTAS	ESTUDANTES	TOTAL
4	0	0
3	0	0
2	4	8
1	2	2
0	20	0
TOTAL	26	10

Fonte: Pesquisa do autor.

Pesquisador: Em seguida, a gente tem a Tabela com o acerto das contas de subtração. Nenhum estudante acertou 4; nenhum estudante acertou 3... e aí, a gente tem, no caso, 20 estudantes que não acertaram qualquer conta, 2 estudantes acertaram 1 conta e 4 estudantes acertaram 2 contas.

Florence: Isso aí é quase desesperador. Porque você percebe que tudo que era para ter aprendido e trazido para o 5º ano, de bagagem, não foi aprendido, não foi trabalhado, não foi internalizado. E aí, você fica: “Como fazer para esses 20 alunos entenderem?”. Ou, vamos dizer 26, porque, praticamente, todos não conseguiram fazer. Esses dois, que fizeram, olhe lá, se não tiver sido um... não digo um acaso, um acerto, mas se eles tivessem o domínio, eles teriam feito as 4. Porque se eles entendessem como faria, eles teriam acertado as 4. Como eu falei, o nível não estava... era um nível mediano, né?! Não era um nível lá embaixo, mas, também, não era um nível que eles não soubessem fazer. Então, a preocupação, aí, no caso, que me deixou bem triste, aflita e preocupada... tudo bem que, por eles, eu não pude fazer mais nada, neste ano. Mas é entender que esses meninos, nessa altura do campeonato, não sabem fazer uma operação. Adição e subtração, a gente considera as operações básicas da Matemática, né? Mudou alguma coisa ou ainda continua assim?

Pesquisador: Ainda continua. Tem a multiplicação e a divisão, também.

Florence: Eu digo assim, nesse que a gente tá trabalhando com eles, agora, né? E aí, você percebe que, durante o ano, a gente avança com eles até à divisão, a gente vai, depois, para fração porque isso tudo é muito necessário. E ele não consegue entender, não conseguiu fazer. Então, assim: é uma turma que precisaria, realmente, de muito tempo, muito auxílio e muito trabalho nessa questão. Porque eu fiquei, assim, super triste quando eu vi.

Tabela K04 – Grupo dos erros discentes nas resoluções de cada conta – turma da professora Florence

CONTA	GRUPO DO ERRO								TOTAL ERROS	CONTAS COM ERROS	MÉDIA DE ERROS
	A	B	C	D	E	F	G	H			
a 38 + 46	0	5	0	2	0	1	1	0	9	7	1,29
b 52 - 17	0	0	5	13	0	1	2	0	21	21	1,00
c 453 + 268	0	4	3	2	0	0	2	4	15	11	1,36
d 816 - 279	0	2	5	16	0	0	3	1	27	21	1,29
e 1.924 + 3.785	0	3	4	2	1	0	3	2	15	9	1,67
f 6.037 - 2.548	0	1	5	22	0	0	8	0	36	26	1,38
g 24.395 + 18.067	0	3	3	6	3	2	5	3	25	14	1,79
h 57.104 - 39.629	0	3	5	22	0	0	8	0	38	26	1,46
TOTAL ERROS	0	21	30	85	4	4	32	10	186	135	1,38
+	0	15	10	12	4	3	11	9	64	41	1,56
-	0	6	20	73	0	1	21	1	122	94	1,30

Fonte: Pesquisa do autor.

Pesquisador: Não se entristeça muito com os dados desta Tabela. A gente sabe que algumas coisas não dependem somente da gente. O nosso trabalho é reflexo, também, de um acompanhamento da família, da escola, da gestão. Eu sei que a coordenação da escola é muito próxima de vocês. Isso, também, é um destaque. Mas tem as questões sociais dos estudantes, tem muita coisa que interfere no nosso trabalho. E, como você já pontuou, a aula de Matemática ocorre apenas uma vez por semana, com 4 horas/aula, e tem uma carga horária reduzida. Muita coisa interfere.

Florence: Geralmente, a gente tem 4 aulas por mês. Então, é, realmente, muito preocupante. Me deixou preocupada. Me deixou triste, é lógico que a gente fica.

Querendo ou não, uma pesquisa como essa faz a gente refletir sobre a nossa prática também. A gente não analisa só os alunos, a gente se autoanalisa, também. Para saber de que forma avançar ou mudar a situação.

Pesquisador: É isso! Nessa Tabela, a gente distribuiu os erros a partir dos grupos. Tem aqueles grupos que a gente fez a classificação. Então, são 8 grupos: A, B, C, D, E, F, G e H. Cada um com um grupo de erros que são divididos em tipos. Então, a primeira análise, desta Tabela, informa sobre os grupos, que é algo maior. Temos o grupo A, quantos erros ocorreu... na sua turma não teve nenhum erro do grupo A, no grupo B, foram 21 erros – 15 de adição e 6 de subtração. A gente, também, tem esse erro, dentro da conta. A conta, por um exemplo: $38 + 46$, Foram 9 erros, 5 erros no grupo B; 2 no grupo D, 1 no grupo F e no grupo G. Então, temos essas especificidades, dentro desta Tabela. Algo lhe chama atenção?"

Florence: É o que a gente já comentou, né, Renato?! Assim, eu não lembro, especificamente, o que cada grupo, que a gente viu naquele quadrinho. É por isso que eu estava procurando. Porque eu queria estar olhando aqui e eu peguei e não sei onde eu guardei. É tanto papel que a gente acaba misturando tudo. Mas, assim, basicamente o que eu já comentei das outras vezes. Essa questão da falta de eles compreenderem direitinho tudo. Feliz por alguns que a gente percebe, que não foi cometido, né, o erro?! E alguns outros que foram menos. E, como sempre, a subtração ganha um pouco mais, de destaque, na questão dos erros. Apesar de que quando você vê o total de erros aí, você vê que a subtração, realmente, é o que deixa bem a desejar.

Pesquisador: Aqui, a gente tem quantidade de erros por grupo. Então, foram 15 erros no grupo B, Erros da representação. Isso na adição, certo? No grupo D, Erro na operação, foram 12 erros. No grupo G, Agrupamento e desagrupamento têm registro, mas com erros, foram 11 erros. No grupo C, Resultado ausente, sem lógica ou da outra operação, foram 10 erros. O grupo H, Agrupamento tem registro correto, mas é ignorado, teve 9 erros. O grupo E, Erro na separação de classe, teve 4 ocorrências. O grupo F, Agrupamento não tem registro, teve 3 erros. Então, você já comentou que, especificamente, na adição o maior erro deles foi em relação à representação. Dentro da forma como eles representaram, tinha algum tipo de erro. Você gostaria de comentar algo sobre essa questão da representação?

Florence: Essa questão que a gente já tinha comentando, né?! Não só de armar, como a gente fala: de armar a continha, armar a adição..., mas, dessa parte, mesmo,

de fazer a... essa questão de agrupar e desagrupar. Eles têm, essa dificuldade, também, né?! E tudo isso, querendo ou não, acarreta na representação. Quando você vai rever, de alguma forma, está equivocado. Então, acho que é mais prática, sabe, Renato? Nessa questão aí, a Matemática, você tem que fazer a interpretação do que tá se pedindo, mas você tem que, nesse caso, praticar, você tem que saber o fazer. É o “fazer” fazendo. Não tem como ser diferente.

Pesquisador: Agora vamos analisar os tipos de erros mais cometidos, certo?

Tabela K05 – Tipos dos erros discentes por grupo nas resoluções de cada conta – turma da professora Florence

CONTA	GRUPO DO ERRO																						TOTAL															
	A		B					C					D						E		F			G			H											
	1	2	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	6	7	8		9	10	11	1	2	1	2	1	2	3	4	5	1	2	
a					1	2		1	1						2												1			1								9
b										4			1								13						1				1	1						21
c				1	1				2	1		2				1				1									2			4					15	
d						1	1		1	2	1		1		1				1	14								1	1	1		1					27	
e				1		1		1	1	1	1		1			2										1		1		1	1		2				15	
f								1		2	2		1				2	1	1	13	4		1							2	6						36	
g						2		1		2	1				2		4									3		2	3		2			3			25	
h				2		1			1	4							3		2	15	2									4	4						38	
T	0	0	0	1	5	2	5	2	6	3	16	5	0	6	0	5	0	7	5	1	4	56	6	0	1	0	4	1	3	4	0	7	9	12	9	1	186	
+	0	0	0	1	3	2	3	1	5	1	4	2	0	3	0	4	0	7	0	0	0	1	0	0	0	0	4	1	2	4	0	6	1	0	9	0	64	
-	0	0	0	0	2	0	2	1	1	2	12	3	0	3	0	1	0	0	5	1	4	55	6	0	1	0	0	0	1	0	0	1	8	12	0	1	122	

Fonte: Pesquisa do autor.

Pesquisador: Então, dentro dos grupos, tem os tipos, especificamente, que foram mais cometidos. Eu gostaria que você falasse um pouco por que esse tipo de aprendizado do estudante, o que ele pensa e o que a gente pode intervir para fazer com que ele desenvolva a sua habilidade. O erro B7, Numerais sem operação indicada, foi um dos mais frequentes. Ocorreu 5 vezes. Na hora da representação, eles não colocam a operação que está indicada na expressão. Embora, em algumas situações, eles acertem, mas não tem a indicação da operação.

Imagem K01 – Erro B7 (FE10)

C) 453 + 268

$$\begin{array}{r} 453 \\ 268 \\ \hline 721 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem K02 – Erros B7 e H1 na 3ª ordem (FE22)

C) 453 + 268 621

$$\begin{array}{r} 453 \\ 268 \\ \hline 621 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Aqui nessa questão, que eles não colocaram, não representaram direito... mas não é erro de representação, porque representação foi 15, né? Aqui, ele não coloca a operação que está sendo feita, ele não coloca o sinal, ele não coloca aquela barrinha, que a gente coloca, para poder separar o resultado. Essa primeira, que ele fez, ele fez a adição correta, mas não indicou, não foi isso? Basicamente, é isso daí mesmo. O que é que indica? Eu acho que ele foi desatento.

Pesquisador: É verdade. Que tipo de estratégia, pode ser feita para que ele se torne mais atento?

Florence: De cara, assim, não sei como eu faria em sala. Faria assim: “Bom, o que é isso aqui? Eu estou vendo três números, mas eu não sei o que eles querem dizer. São três números diferentes? Porque não está me dizendo que isso daqui é uma soma, que é uma adição. Eu estou vendo aqui, 453, 268. Estou vendo 721, mas como é que eu vou saber que o 721 é a soma desses dois, se você não colou o sinal?, não colocou o resultado...” Como eu te falei, tem que começar a pensar. “Se eu te mostrasse, sem ver em cima, que era uma continha, você ia saber que tinha sido uma adição? Então, é importante, colocar o sinal.”. Aí, vem aquela questão que o professor fala: “Senão, você perde a questão, senão, você erra, você não ganha a pontuação...”.

Porque, eles são movidos por pontos, né, infelizmente? Talvez, fosse por aí. A primeira chamada de atenção, para eles perceberem a importância que é você colocar, representar direitinho, a conta que você está fazendo, com a forma correta, usando todo o padrão que a gente utiliza. Porque, às vezes, eles estão em casa e o que é que a gente percebe? Às vezes, a conta não tá armada, ela vem assim e eles colocam o resultado. Às vezes, colocam a calculadora do celular ou a calculadora que tem em casa e colocam e vem como resultado. Na hora que vai fazer, sabe que é uma soma. Esses aí, acertaram, mas tem outros que não conseguem fazer, como a gente viu, né?

Pesquisador: O erro do tipo B3, Numerais com Algarismos errados ou trocados, e o B5, Numerais não alinhados, que é o próximo. E aqui a gente tem, no B3, os algarismos trocados. Ele colocou 96 no lugar de 46. O que é que esse erro indica para você?

Imagem K03 – Erro B3 (FE13)

$$\begin{array}{r} \text{A) } 38 + 46 \\ \phantom{\text{A) }} 38 \\ + 96 \\ \hline 734 \end{array}$$

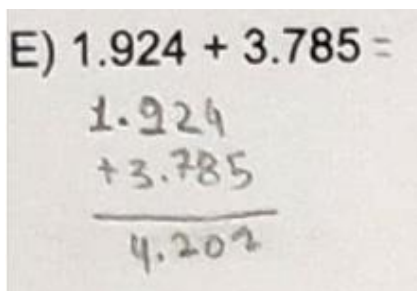
Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Já ia dizer, num foi nem 46. Ele ainda teve esse erro, aí. Aqui, ele não trocou a posição, ele trocou o número, o algarismo, mesmo. Renato, eu não sei se foi desatenção porque eu não acredito que ele não tenha feito nenhuma soma, antes de colocar isso aí. Para mim, isso daí foi desatenção. Não sei se eu posso classificar, mas eu acho que é desatenção mesmo. Que o aluno não atenta, não tem aquela paciência de olhar, porque a gente sempre fala: “Você observe a sua continha, verifique se tá tudo correto, olha se armou direitinho.”. Não vejo outra coisa, não. Porque eles estão muito acostumados a ter a resposta pronta. Então, quando você pede para analisar e dizer, aí, para ele explicar de onde que saiu esse 96, onde que tava e tal... faz refletir, então faz mostrar. Olha, tem que ser mais atento, tem que

prestar atenção, porque tem crianças, que tem outras questões, envolvidas, que a gente só descobre, às vezes, até quando já tá saindo da turma da gente.

Pesquisador: O B5, Numerais não alinhados, que é quando ele não coloca os algarismos um debaixo do outro, conforme a ordem, e, muitas vezes, acaba errando por isso.

Imagem K04 – Erro B5 (FE04)



$$\begin{array}{r} \text{E) } 1.924 + 3.785 = \\ 1.924 \\ + 3.785 \\ \hline 4.202 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Na hora que ele foi somar, na realidade, eu acho que ele acabou somando a...

Pesquisador: 9 e 3

Florence: Duas vezes. 9 e 3, e depois, 3 e 1. É, né? Essa questão aí, se a gente fosse querer dizer, bem rápido, quer dizer que é desatenção, também. E pode até ser, mas, quando, você sempre comenta em sala, que você tem que colocar ordem embaixo de ordem, que você ver tudo direitinho, se não a sua continha dá errada, é mais difícil, eles errarem isso daí, se eles entendem, né?! Às vezes, um menino na pressa de copiar, de fazer de qualquer jeito, tem isso aí, mas tem que ficar claro para ele que se ele não obedece a essa regrinha, simples, de colocar cada algarismo embaixo do outro... Aí, geralmente, eu falo assim: “Ordem embaixo de ordem, unidade embaixo de unidade, dezena embaixo de dezena...”. E aí, vai, né? “A professora disse que não tem nada... Ah, a professora disse que a gente coloca um zero.”. “Não precisa colocar. Você sabe que não tem nada. Deixa o espaço vazio. Mas, se tiver dúvida, coloca para poder não se atrapalhar.”. Alguns colocam para não se atrapalharem. Mas é isso. No geral, realmente, eu acho que é mais desatenção, mesmo, Renato, porque não tem outra alternativa. Se você parar para analisar: “O que foi que houve?”. Desatenção.

Pesquisador: Esse é o D4, Erro de contagem na adição com agrupamento. Então, quando ele vai somar os agrupamentos, que foram feitos, na ordem, ele acaba cometendo algum tipo de erro. Aqui, no item C (Imagem K05), ele cometeu o erro de:

somou $3 + 8$, deu 11, e aí, $1 + 5$ é 6, mais 6, na dezena, seria 12, mas ele colocou 14 e esse é um erro de contagem, com agrupamento. O que é que esse erro indica e como você pode intervir? Você sugere algum recurso pedagógico?

Imagem K05 – Erro D4 na 2ª ordem
(FE21)

$$\begin{array}{r} 11 \\ 453 \\ + 268 \\ \hline 741 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem K06 – Erro D4 na 2ª ordem
(FE10)

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \\ 24.395 \\ + 18.607 \\ \hline 42.912 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Erro de contagem, dependendo do aluno, quando você já sabe que o aluno tem dificuldade em... porque tem aluno que não consegue, realmente, que não sabe. Mas, a gente... infelizmente, eu não quero ser repetitiva, mas pode ser desatenção, mesmo, na hora de contar. Porque você vê que ele faz direitinho e na hora... Não tem nem... “Ah, ele trocou.” Não! Só foi uma soma que ele fez errado, mesmo. Fez errado, e aí a gente tem que falar o que? “Tenha mais calma, preste mais atenção, qualquer coisa, utiliza algum recurso...”. Eu não sei se é correto fazer isso, mas alunos que têm mais dificuldades, a gente... eu ainda falo – se eu tiver errada, Renato, você pode me dizer... – às vezes, a gente sabe que não tem saberes iguais, que têm saberes diferentes, mas a gente pensa assim: “Se você tem dificuldade, coloca ali aqueles pauzinhos, vai colocando que, depois, você faz a junção, até você ter aquela prática e não precisar mais desse recurso.”. Porque o que a gente, também, tem que ter um cuidado é de não deixar o aluno, tão acostumado com aquilo, que só sabe fazer conta se fizer aquilo. Se fizer a contagem dos pauzinhos, e tal..., mas eu falo: “Oh, se você não consegue, se você se perde...” – porque, às vezes, o aluno, pode se perder, não quer contar nos dedos, que a gente sabe, que o bom mesmo, é ele desenvolver essa capacidade de, realmente, raciocinar, de somar direitinho ou fazer qualquer outra operação que ele esteja fazendo, mas geralmente, eu falo: “Se você está com dificuldade, se você tem risco de errar, faça os risquinhos. Vá colocando. São cinco risquinhos, mais seis risquinhos, mas aí juntou mais um, então são seis risquinhos,

mais seis risquinhos. Conta um por um, juntando tudinho, você vê quanto dá.”. Mas, dificilmente, eu confesso que, no 5º ano, eu não tenho mais muitos alunos que façam isso. Ou eles erram, assim mesmo, de cara, ou não querem mais fazer isso aí. Mas é... Eu acho que foi, realmente, um erro de desatenção. Não contou direito, contou a mais, não revisou a conta. Talvez, se ele tivesse olhado a continha de novo, tivesse pensado de novo, porque tá bem claro, aí.

Pesquisador: D2 é o erro de contagem na adição sem agrupamento. Quando não há agrupamento e ele erra. Aqui (Imagem K07), no caso $8 + 6$, que é 14, ele somou 15. Aqui (Imagem K08), a gente tem: $4 + 8$, que é 12, ele somou 11. O que é que esse erro indica para gente? Como é que a gente pode intervir?

Imagem K07 – Erro D2 na 1ª ordem (FE19)

A) $38 + 46$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 38 \\ + 46 \\ \hline 85 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 38 \\ + 46 \\ \hline 85 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem K08 – Erros D2 na 4ª ordem e D4 na 3ª ordem (FE05)

G) $24.395 + 18.607$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 2 \\ 24.395 \\ + 18.607 \\ \hline 43.202 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Esse, a gente não tem nem a desculpa de dizer que é porque ele não – desculpa de dizer – acho que é porque ele não tá sabendo mesmo, né?! Porque ele errou nas duas, não errou?

Pesquisador: Isso!

Florence: Errou nas duas. É a dificuldade, mesmo, que ele tem em fazer a adição, mesmo. Somar mesmo. Eu não sei, se internalizando isso, eu não sei como é que ele fez essa contagem, que conselho utilizou para fazer essa continha... “Pode ser desatenção?”. Pode, mas eu tinha que ver outras contas dele, para poder ver se era desatenção, ou se era, realmente, o fato de ele não saber fazer. Porque 8 e 6 ele erra. Aí, na outra, ele vai aqui do outro lado... nessa outra é o mesmo estudante?

Pesquisador: Não, é outro.

Florence: Outro, né? Eu não sei não, Renato. Essa é a minha cabeça, que não está mais pensando. Estou igual a eles agora.

Pesquisador: Tudo bem!

Florence: Mas pode ser desatenção ou não saber.

Pesquisador: Esse é o tipo G3, Agrupamento no local certo, mas com valor errado, que aconteceu seis vezes. Quando o estudante faz o agrupamento, mas eleva o algarismo errado, que no primeiro exemplo (Imagem K09), que dá 12, mas ele agrupou o 2. E aqui (Imagem K10), dá 13, mas ele eleva o 3. Na verdade, é 10, ele acaba fazendo errado e eleva o 3. Como a gente pode intervir?

Imagem K09 – Erro G3 na 3ª ordem e H1 na 2ª ordem (FE04)

$$\begin{array}{r} \text{C) } 453 + 268 = 811 \\ 453 \\ + 268 \\ \hline 811 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem K10 – Erro G3 na 4ª ordem e D4 na 3ª ordem (FE17)

$$\begin{array}{r} \text{G) } 24.395 + 18.607 \\ 24.395 \\ + 18.607 \\ \hline 45702 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Ele não entendeu, né?! Eu acho que isso aí é um trabalho que a gente tem que ver... assim, a minha primeira ideia é que o aluno não entendeu, ainda, nem as ordens, direito. Porque eu acho que, para ele poder fazer isso daí, ele tem que entender as ordens. Ele tem que entender, que o que eu deixo ali no canto, seria, sempre... aqui no caso do primeiro. “Eu tenho que entender, as ordens, direitinho. Unidade, dezena e centena. Eu tenho que entender, que eu não posso deixar, no caso, aqui, o valor correspondente a uma unidade.”. E assim vai, sucessivamente, nas outras. Eu acho que tem que trabalhar essa questão e tem que dizer. Geralmente, a gente fala: “Ah, eu posso deixar o 12, aqui? Não! Eu não posso deixar o 12 aqui. Então, o que é que eu vou agrupar? O que é que eu vou elevar para outra ordem?”. “Ai, tia, eleva o 1.”. “Por que é que eu vou elevar o 1?”. Às vezes, a gente entra nesse questionamento e, às vezes, nem entra. Na realidade, quando a gente faz, assim, essas continhas com eles, às vezes, é tão no automático, que nem tudo... talvez, seja até uma falha nossa, enquanto professor, mas nem tudo a gente explica o por que, muitas vezes. A gente explica uma ou duas vezes, e se a turma não apresenta questionamento ou dúvida com relação a isso, você não fica voltando sempre e dizendo o por quê. Às vezes, a gente fala: “Eu posso deixar o 10, eu posso deixar o 12? Não! Então, o que é que eu elevo? Eu elevo sempre o que está referente,

geralmente, no caso do número, a dezena. Porque a gente sempre vai ter uma unidade e uma dezena, ali. Na hora de somar, que dá o resultado ali. Ou 12, ou 13, o 14, ou 15... então, a gente sempre fala. Eu já vi alunos: “Ah, tia, a gente sempre eleva o primeiro número.”. Nem entendia o por que, mas eles sempre elevam o primeiro número. Então, eu acho que tinha que ter um trabalho com relação a isso e a repetição. A gente aprende, também, por repetição, né?! Então, é sempre falando, na hora de fazer a conta, geralmente, nas nossas correções coletivas, como eu te disse, que eu gosto muito de trabalhar, fazendo essas correções, coletivamente, tanto por conta do tempo, tanto porque eu acho que a gente começa a perceber e é uma maneira de explicar, quando eu estou corrigindo, é uma maneira de estar internalizando isso daí com eles. Quando você leva os alunos para fazerem isso aí no quadro, você percebe direitinho. E como eles gostam de competir, sempre tem um que diz: “Ah, não, mas está errado. Esse jeito não é certo. A gente faz desse jeito e tal...”. Então, eu acho que, além da prática, a repetição, de estar sempre dizendo como que tem que ser feito, e esse trabalho direitinho, de você entender a questão de ordens e classe, que eu acho que, quando eles entendem isso, a gente já tem muita coisa, ganha. Porque aí você vai entender a questão do agrupamento e do desagrupamento de uma forma mais rápida.

Pesquisador: Então, a sugestão de intervenção é, realmente, o treino?

Florence: Quando eu falo, assim, da questão que a gente está trabalhando com eles, eu já tinha falado para ti, da outra vez, que o QVL, é instrumento muito rico, é um recurso muito rico para a gente estar trabalhando com eles. Em tudo, né?! Você trabalha ali, você trabalha classe, você trabalha ordem, você trabalha a maneira concreta do agrupar e do desagrupar.

Pesquisador: Esse daqui, é o G1, Agrupamento no resultado. Então, ele não chega a elevar o 1, para a dezena, que é uma das questões que você levantou, agora há pouco. Aqui (Imagem K11), no caso do item G, ele colocou o $5 + 7 = 12$, colocou no resultado, não elevou o 1.

Imagem K11 – Erros G1 na 1ª ordem e E2 (FE11)

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem K12 – Erro G1 na 4ª ordem e E2 (FE16)

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Não elevou.

Pesquisador: Então, como pode realizar uma intervenção?

Florence: Eu acho que é a mesma coisa que eu te falei da anterior: trabalhando da mesma forma, né?! E isso, não é, só, na fala, é na prática, mesmo. É fazendo o aluno refazer. “Ah, a maneira tradicional, está sempre ali, com questões, para fazer.”. Mas me diga: como é que a gente aprende Matemática se não for resolvendo questões, se não for fazendo? A gente vai estudar para um concurso, a gente, enquanto professor, vai trabalhar. A gente tem que fazer, a gente tem que resolver questões. Então, eu acredito que seria... não sei se a palavra correta seria “treino”, mas, assim, trabalhar, como eu falei, as classes, ordens, e a questão, mesmo, de você... vamos fazer a soma, mesmo, vamos fazer a adição, o que é que se eleva, na explicação, ali, com ele. Fazendo. A Bíblia tem uma frase que é assim: “Ensina a criança no caminho.”. Não é: “Ensina a criança o caminho.”. “Ensina a criança no caminho que deve andar para, quando ela for velha, não se desviar dele.”. Então, acho que meus alunos assim... “Ensina o teu aluno no caminho. Fazendo ali, vendo com ele, intervindo, ali, com ele.”. “A gente pode fazer isso em uma classe com 32 alunos?”. Nem todos os 32 têm a mesma dificuldade. Então, você faz de uma forma, no geral, e depois, os que apresentam essa dificuldade maior, eu acredito, que merecem ter uma atenção maior, com relação a isso. De estar, ali, junto, vendo, ele fazer, aí, você vai orientando da forma correta, como deve ser. Não fazendo, não dando a resposta. Porque é muito mais fácil, para a gente, corrigir lá no quadro, colocar a resposta correta. “A resposta é assim, corrijam aí! E pronto.”. Mas, a gente não quer isso, a gente quer alunos que pensem, que entendam, que façam a diferença. Então... É tudo a mesma coisa, Renato. A resposta, vai ser, quase sempre, a mesma, viu?!

Pesquisador: Tudo bem! Esse erro é o tipo C2, Resultado sem lógica em todas as ordens. Armou a conta direitinho, mas colocou qualquer resultado, na conta. O que esse erro indica?

Imagem K13 – Erro C2 (FE24)

C) 453 + 268

$$\begin{array}{r} 453 \\ + 268 \\ \hline 260 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Que ele não sabe.

Florence: É, meu amigo, aí é como eu te falei: é bem lá do básico, viu? O que é que ele não sabe? Ele não sabe somar o 8 com o 3, ou ele não entende o que é uma adição? Que adição, é juntar, é agregar, é somar, é isso? Então, a gente tem que... é um trabalho de base mesmo, que a gente tem que estar fazendo com alunos que não entendem, que fazem desse tipo. Apesar de serem poucos, isso vai trazer, para eles, muitos problemas, que não serão resolvidos. Então, a gente faz um trabalho de base.

Pesquisador: Aqui, é o C5. No caso, ele ocorreu três vezes. Subtraiu, no quando era para somar.

Imagem K14 – Erros C5 e D8 na 2ª ordem (FE04)

C) 453 + 268

$$\begin{array}{r} 453 \\ + 268 \\ \hline 225 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Será que ele não sabe que esse sinalzinho, essa cruzinha é para somar? Será que ele entendeu isso aí? É desatenção porque tinha subtração? Não, porque

você viu que as adições, são todas numa folha e a subtração em outra. Não é, Renato? Ou elas eram paralelas?

Pesquisador: Eram alternadas. Uma subtração e uma adição.

Florence: Pois é, ele pode ter confundido. Ele pode ter vindo de uma subtração e foi fazer essa adição? Pode! Pode ter acontecido isso. Ele fez a subtração, corretamente? Não estou vendo se ele fez corretinho, mas acho que é! Ele misturou algumas questões, que a gente vê, que além de o resultado, da outra operação... pode ter sido uma desatenção ou ele pode... tem aluno, que você viu aí, que trocou os sinais. Que, em quase todas, fez assim. Então, ele pode não identificar o sinal correto e pode fazer.

Pesquisador: Aqui, a gente tem o H1, ignora o registro correto do agrupamento.

Imagem K15 – Erro H1 nas 3ª e 4ª ordens (FE06)

$$\begin{array}{r} \text{E) } 1.924 \\ + 3.785 \\ \hline 4609 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem K16 – Erros H1 na 4ª ordem, G3 na 3ª ordem e B7 (FE22)

$$\begin{array}{r} \text{E) } 1.924 \\ + 3.785 \\ \hline 4609 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Faz de conta que não. É, aí, você tem que lembrar que, quando você está fazendo o agrupamento, você tem que fazer... agrupou, juntou, você tem que fazer essa ação. Então, se eu agrupei, eu não posso deixar, ele isolado. “Ah, como é que a gente vai trabalhar isso aí?”. A gente fala, a gente explica e a gente fala para fazer novamente. Coloca outras quantias, que tem o agrupamento, para que eles possam fazer. E aí, você vê se é, realmente, porque ele ignora completamente ou porque não sabia que tinha que fazer... é sempre uma questão que você tem que ver por que o aluno não está entendendo, né?! Quando você vê, assim, de uma forma abstrata, você tem que saber quem é. Porque, geralmente, o professor, fala assim: “Ah, é fulano. Fulano, não sabe mesmo. Fulano, a gente tem que trabalhar diferente, de uma forma geral.”. Tem que dizer: “Gente, agrupou, tem que juntar. Tem que somar, tem que adicionar!”.

Pesquisador: Verdade! Tem alguma intervenção? O que você sugere?

Florence: Eu pergunto para ele, o que é que ele fez, com esse sinalzinho que ele botou ali. “Ele foi para onde? Porque ele tá aqui. Você colocou.”. Porque eu faço as minhas intervenções e, geralmente, são através de questionamentos. Eu tenho que perguntar para ele, para fazer, ele entender e pensar porque é que ele deixou aqui ali. Ou porque que ele fez daquela forma. Tem aluno que sabe me explicar e tem aluno que não sabe. “Ah tia, nem sei.”. E fica por isso mesmo porque, por mais que você insista, eles não sabem e não dizem mesmo. Não entendem, né?! Mas eu faço essas minhas intervenções. Quando a gente vai fazer isso daí, através de questionamentos. E se for uma correção... que, às vezes, a gente fazia muito lá na escola, através dos simulados. Você não entregava para eles para fazer a correção do simulado no sábado. Então, você vai, leva a questão e faz a explicação. “É bom? Fazer assim?”. Por muitos anos, eu não atingi bem os objetivos. Na minha sala de aula, que é o que a gente está vendo agora, eu faço essa intervenção, através de perguntas, peço para o aluno me explicar, e, se ele não souber me explicar, eu explico para ele o porquê que ele tem que fazer e quando ele tem que fazer. Mas, primeiro, eu pergunto, eu questiono, eu quero que ele me diga, eu quero entender o que ele pensou. Eu só posso entender se ele me disser.

Pesquisador: Agora, nós vamos para a subtração.

Florence: São menos erros, mas são tão tristes.

Pesquisador: Pois é, acontece de uma maneira muito forte. Como por exemplo: o grupo D, foram 73 erros, que concentram a maioria. No grupo G, são 21; o C, com 20; o B, já em quarto lugar, que foram só 6 erros. Então, nós temos 4 grupos com erros: D, G, C e B. Aqui foi o erro mais cometido, né?! Que é o erro D8, Subtrai o menor algarismo do subtraendo, do maior algarismo do minuendo. De todos os tipos de erros, esse teve a maior quantidade: 55. É quando ele subtrai o maior do menor, independente da ordem que estejam. Tira o maior do menor e pronto. O que esse erro indica e que intervenções podem ser feitas, para que o estudante consiga avançar e entender?

Imagem K17 – Erro D8 (FE03)

$$\begin{array}{r} 52 \\ -17 \\ \hline 45 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem K18 – Erro D8 (FE02)

$$\begin{array}{r} 816 \\ -279 \\ \hline 663 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Ele demonstrou, aí, que ele não sabe fazer uma subtração, como a gente fala. Porque toda subtração, quando a gente vê, quando a gente vai começar a ensinar para eles, a gente fala isso aí. A questão que a gente não pode tirar. “Eu não posso tirar 7 de 2. O que é que eu faço?”. Aí, vem aquela fala que eu aprendi assim: você pode emprestado. Você vai lá no outro e pede emprestado. E, desde que a gente começou, as nossas formações, que eu escuto você falar: “A gente não...”. Vamos tentar trabalhar o termo correto, a fala correta. Aí, geralmente, eu falo: “Vamos desagrupar! O que é, desagrupar? Eu tenho aqui: 5 dezenas, eu vou pegar uma dezena e vou separar ela em uma unidade e trazer ela para cá. Então, eu desagrupei uma dezena, daqui. Aí, agora sim, eu posso tirar 7 de 2.” E aí, o aluno entendendo isso, entendo como faz... “Ah, como é que você trabalha isso aqui?”. Através do QVL. É o melhor método que a gente tem para trabalhar isso. Porque a gente mostra no quadro, ou no caderno, depois a gente vai pro QVL. Ou a gente vai pro QVL, depois vai para o caderno e depois vai para o quadro. Isso aí vai depender da dinâmica da sala. Mas eu acho que o QVL é ideal, para a gente trabalhar, porque ele consegue visualizar, aquilo que a gente está só falando, de uma forma mais concreta e é isso.

Pesquisador: Este é o G5, Desagrupamento tem dois registros, mas com erros, que aconteceu 12 vezes. Tem os registros, mas ele acaba cometendo algum equívoco. No primeiro caso (Imagem K19), o 12: 52 – 17. Faz o registro correto do 12, mas quando que ele vai desagrupar, ele coloca o 6 e não o 4. Então, tem os dois registros, no desagrupamento, mas acaba fazendo isso de uma maneira equivocada. No segundo caso (Imagem K20), na 4ª ordem, ele, acaba trocando, também, colocando um 5. O que esse erro indica, que tipo de intervenções pode ser feita?

Imagem K19 – Erro G5 na 2ª ordem (FE25)

B) 52 - 17

$$\begin{array}{r} 52 \\ - 17 \\ \hline 55 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem K20 – Erros G5 na 4ª ordem e G4 na 2ª ordem (FE02)

H) 57.104 - 39.629

$$\begin{array}{r} 57.104 \\ - 39.629 \\ \hline 16.483 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Eu volto a te falar a mesma coisa, Renato. A intervenção que eu faria, além, dos questionamentos, seria como? Trabalhado mais com o QVL. Este erro indica que ou ele não tá sabendo fazer ou que ele tá desatento. Dessas duas, não tem como eu errar se eu disser que é uma dessas duas.

Pesquisador: Esse aqui é G4, Desagrupamento, tem somente um registro. Aqui (Imagem K21) no primeiro exemplo, 52 - 17, ele precisou de dois registros, né?! O 5, que é agrupado e ficou 4, e o 1 que foi agrupado na ordem das unidades e ficou 12. Aqui (Imagem K22), no segundo exemplo, ele só registrou uma vez. O registro do 1, da dezena. O que você destaca?

Imagem K21 – Erro G4 na 2ª ordem (FE16)

B) 52 - 17

$$\begin{array}{r} 52 \\ - 17 \\ \hline 45 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem K22 – Erros G4 na 2ª ordem e D5 na 2ª ordem (FE02)

H) 57.104 - 39.629

$$\begin{array}{r} 57.104 \\ - 39.629 \\ \hline 17.405 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Ele fez só o registro, mas ele... Aí, quando ele não faz os dois registros, fatalmente, ele erra. Não tem como fazer diferente. Apesar que, aqui, ele colocou 12 - 7. Desatenção, não levou em consideração, a importância de colocar o registro, achou que dava certo sem por registro...

Pesquisador: Esse aqui é o C2, Resultado sem lógica, que aconteceu 12 vezes.

Imagem K23 – Erro C2 (FE24)

$$\begin{array}{r} 816 \\ - 279 \\ \hline 120 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Florence: Aí coloca qualquer número, aleatório. Não sabe! Não sabe fazer.

Pesquisador: Tem alguma intervenção?

Florence: No geral, Renato, a gente acaba sendo repetitivo. Eu que falo muito, acabo falando demais, mesmo. A mesma coisa. Mas ele não sabe fazer. Então, você tem que trabalhar de uma forma, fazendo a base. E eu continuo trazendo a mesma questão: de forma concreta, de forma de questionamento, fazendo ele refletir, e aí vai.

Pesquisador: Aqui, é o C5, o Resultado da outra operação. No exemplo, a operação é a subtração e ele resolve como uma adição.

Florence: Pode ter ocorrido com os mesmos alunos, que fizeram a prova na adição e não identificam o sinal correto.

Imagem K24 – Erro C5 (FE07)

$$\begin{array}{r} 52 \\ - 17 \\ \hline 69 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Pesquisador: Tem alguma intervenção?

Florence: É reforçar, né?! A questão dos sinais corretos de cada operação. Porque, às vezes, a gente não dá tanta importância, achando que já é uma coisa que ele já deve saber, mas que a pesquisa mostrou que alguns, ainda, não têm isso tão bem internalizado. Então, toda vez que for fazer uma operação, sempre destacar os termos, fazer direitinho e falar do sinal que cada operação tem. Que uma operação,

com o sinal trocado, vai dar o sinal trocado, não vai ter o resultado correto e que é importante você saber. Ter atenção para isso e, assim, como em todas as fases da operação. Na hora de adicionar ou na hora de fazer a subtração, você ter a atenção. Essa do sinal trocado, eu acho que é assim. É mostrando qual é o sinal correto, sempre reforçando isso, na hora de fazer as atividades.

Pesquisador: Ótimo!

Pesquisador: Como você avalia os impactos dessa análise na sua prática?

Florence: Positivamente, pois me proporcionou um novo olhar ao avaliar meus alunos. Identificar e categorizar os erros me abriu um leque de possibilidades de mediação que ainda não havia percebido.

APÊNDICE L – ANÁLISE DO RELATÓRIO DISCENTE DA TURMA DA PROFESSORA HIPÁTIA



Universidade Federal do Ceará
Faculdade de Educação
Laboratório de Educação Matemática – LEDUM
Programa de Pós-Graduação em Educação

Tese de Doutorado
Orientando: Renato Carneiro da Silva
Orientador: Paulo Meireles Barguil

O encontro aconteceu dia 23 de dezembro de 2020 e teve como objetivo estudar a análise do diagnóstico da turma dela, que consta no Apêndice F, que foi enviado por mim à professora para ela conhecer o material. O encontro teve duração de 1 hora e foi dividido em duas partes. Na primeira, foram analisadas as tabelas e os grupos de erros mais cometidos nas contas de adição e subtração. Na segunda, os tipos de erros de cada grupo.

Pesquisador: Oi, boa tarde! Tudo bem?

Hipátia: Oi, Renato, boa tarde! Tubo bom!

Pesquisador: Maravilha! Que bom poder reencontrar você. Gostaria de agradecer, desde já, a sua disponibilidade, em participar. Estamos nesse período que é meio turbulento e, além de tudo, é final de ano e tem muita coisa para a gente fazer, então, muito obrigado, realmente, pelo seu tempinho para a gente conversar.

Hipátia: Ok!

Pesquisador: O encontro de hoje é para analisarmos o diagnóstico que encaminhei para você. A gente vai conversar com base no que está apresentado nele. Certo? A primeira parte é uma análise geral; a segunda sobre os erros específicos. Enquanto nós estivermos conversando, gostaria que você comentasse sobre o erro e indicasse qual tipo de intervenção pode ser feita para que o estudante desenvolva a habilidade. Quais são as suas impressões sobre o relatório?

Hipátia: O relatório é de fundamental importância para uma análise de um diagnóstico feito, né?!

Pesquisador: Você tem alguma dúvida? Algo lhe chamou atenção? Você acha que aprendeu algo? Como se sentiu?

Hipátia: Dúvidas, a gente vai, ao longo do tempo, conseguindo superá-las, né? Vai aprendendo e você me ajudou muito, com relação a algumas dúvidas que, realmente,

eu tinha. Como atuar em determinadas situações, com esse trabalho que você fez na escola, na sala de aula, com os meus alunos. “O que eu aprendi? O que foi que me chamou atenção?” O que me chamou atenção é que, realmente, eu estava muito enferrujada. Eu precisava... eu preciso me atualizar mais e melhorar, a cada dia mais, a minha prática, apesar dos anos de sala de aula, de experiência, e tudo, mas uma coisa é certa: a gente não pode estagnar, né?! A gente tem que estar sempre estudando, sempre procurando melhorar. Eu aprendi que, realmente, com a intervenção de outro olhar – como no caso, o seu – isso fortalece, muito, a nossa vida profissional, como outro colega vendo a nossa prática, trocando as informações... isso fortalece a nossa vivência, a nossa prática. E como eu me senti? Igual a uma aluna em sala de aula. Às vezes, né?! Cheia de dúvidas, insegura com algumas respostas que eu dava: “Meu Deus, eu estou fazendo isso certo?”, “Ah, você é uma professora experiente. Por que está falando assim?”. Eu sou uma professora experiente, experiência é muito bom. Mas, às vezes, a gente não está pronto. Todo dia, a gente aprende um pouco. E foi assim que eu me senti. Depois que eu voltei para sala de aula e, principalmente, pegando turma de 4º e 5º ano, eu me senti, assim, como um aluno. Como os meus alunos, em sala de aula, tendo que estar pesquisando, tendo que estar estudando para melhorar, para aprender mais. Porque, aí, eu ia me sentir mais segura em trabalhar com eles, em chegar na sala e poder falar com mais confiança, o que eu tinha para fazer. Então, assim: eu acho que a gente tem que ficar mais preparado, para aprender sempre. Essa é uma coisa... essa é uma forma que eu me sinto sempre, que eu preciso aprender mais. E com o aprendizado... eu acho assim: que nós nunca estamos prontos. Eu não estou sendo demagoga. Eu não estou, querendo falar bonito, porque eu nem sei. Às vezes, eu me perco toda. Mas, realmente, eu gosto de aprender. Eu digo: “Eu não estou sabendo, eu quero saber como é que faz...”. Então, isso foi uma forma que fez eu me sentir uma aluna. Uma pessoa em desenvolvimento em alguns aspectos. Principalmente, nessa análise que você faz, que eu jamais faria. Agora, eu já tenho como olhar, de outra forma, os erros dos meus alunos. Então, é isso! Me senti uma aprendiz.

Pesquisador: Muito bem! Parabéns! Muito obrigado! É, realmente, um prazer, escutá-la, e toda sua experiência, com certeza, contribuiu bastante, também, para a minha... não só para minha pesquisa, mas, também, para minha vida pessoal e profissional.

Quadro L01 – Classificação das resoluções das contas dos estudantes da turma da professora Hipátia

CONTA	ESTUDANTE																													TOTAL DE ACERTOS	MÉDIA DE ACERTOS					
	E01	E02	E03	E04	E05	E06	E07	E08	E09	E10	E11	E12	E13	E14	E15	E16	E17	E18	E19	E20	E21	E22	E23	E24	E25	E26	E27	E28	E29							
a	38 + 46			B4 B7*	H1		B4*				H1		B4*	D2	H1		H1				H1									F1					19	0,66
b	52 - 17	D11	D8	B7 D8	D8	F2*	G4*	D8		D8			D8	G1	D8	C2	B4 D8	C2			C2	G5 D11							C5 *			G1	D8	10	0,34	
c	453 + 268			B7*	D4			G1						F1 H1			B4	G1			H1								B5 F1				D4	20	0,69	
d	816 - 279	D9	D8 D7	B7 D8 D7	D8	F2*	G4*	D8	D8	C5*	G4	G4*	B6*	D8	C5 F1 C3	D9	C3	B4 D8	D8		C2	D11	F2 D7	G4	D5	C5 C3		D8 C3	G1	D8			2	0,07		
e	1.924 + 3.785			B7				G1						C5 D8	D2 F1		A2	C3 B4	F1 G2		H1							D2 F1						20	0,69	
f	6.037 - 2.548	D11 G5 D9	D8	B7 D8	D8	F2	G4	D8 D7	D8	D8	D8	G4*	G4 D5	D8 C3 D5	G1	D8	C3 D5	D8	D8 D7	D11	C2	G5	F2	D5 D11			C5 D4	C5 B7*	D8	G1 D5	D8			1	0,03	
g	24.395 + 18.067		F1 G3	B7 D4				G1 E2	D4		D4			D4	F1 D2	H1	A2	H1 B4	C1		G2	D2		H1			F1 C3	B7			D2 G3			12	0,41	
h	57.104 – 39.629	G5 D9	C5 F1	B7 D8	D8	F2	G4	C3 D8	D8	D8	D8	G4*	G4 G5	D8 D5	G1	D8	C3 D8 A2	B4 D8	D8 C3		C2	C5"	F2 D5	G5			C5 C3 F1		D8	G1	D8			3	0,10	
TOTAL ACERTOS		4	3	0	2	4	3	1	4	4	3	5	4	1	0	3	1	1	1	7	0	3	5	4	7	0	6	5	4	2	87	3,00				
+		4	3	0	2	4	3	1	3	4	2	4	3	1	0	3	1	1	1	4	0	3	4	3	4	0	3	4	4	2	71	2,45				
-		0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	3	0	0	1	1	3	0	3	1	0	0	16	0,55				

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: Assim, o que me chamou atenção: esse Quadro, ele, não fica muito estranho, para mim. Ele não é muito difícil para eu compreender. Ele parece, muito, com as análises que a gente faz, quando a gente recebe os relatórios dos alunos, com as avaliações de diagnósticos, com os acertos e erros, a porcentagem e tudo. Então, não é muito complicado, compreender, esse quadro. Certo? Foi fácil. Quando eu vi deu para compreender o que tinha sido observado.

Pesquisador: Alguma coisa lhe chama atenção, alguma observação, um dado que você gostaria de comentar?

Hipátia: Eu estou no celular, aí é bem pequenininho e eu só falto não enxergar. Tentando encontrar aqui e eu não vejo é nada.

Pesquisador: Essa é a próxima Tabela do relatório da sua turma, indicando a quantidade de contas certas e erradas dos estudantes.

Tabela L01 – Contas certas e erradas dos estudantes – turma da professora Hipátia (quantidade e %)

OPERAÇÃO	Acertos (Quant.)	Contas com erros (Quant.)	TOTAL (Quant.)	Acertos (%.)	Contas com erros (%.)	TOTAL (%)
+	71	45	116	61,2	38,8	100,0
-	16	100	116	13,8	86,2	100,0
TOTAL	87	145	232	37,5	62,5	100,0

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: Certo!

Pesquisador: Aqui, nós temos que, na operação de adição, foram 71 acertos e 45 contas com erros. Então, das 116 contas resolvidas pelos estudantes, 71 foram acertadas e 45 tiveram erros. Isso dá uma média de 61,2% de contas certas, na adição. Na subtração, foram, também, 116 contas feitas: 16 contas foram certas e 100 contas tinham algum tipo de erro. E aí, dá um total de 86,2% de contas com erros na subtração. E aí, a gente percebe que os estudantes tiveram um desempenho melhor nas operações de adição em relação às operações de subtração. Por que você acha que isso aconteceu?

Hipátia: Eu acho que eles não conseguiram, né, no 4^o ano, concretizar esse aprendizado, da questão da subtração. Eu acho que, a gente precisa, realmente... isso é até bom, porque, como eu sou professora do 4^o ano, eu já vou ter que ficar mais

atenta. O meu olhar vai ter que ser mais voltado para a questão da subtração. A subtração, realmente, se torna uma operação mais complicada. A questão do reagrupamento. Então, realmente, é um olhar que a gente vai ter que ter. Para eles conseguirem concretizar, solidificar, mesmo esse aprendizado da subtração. Eles não conseguiram concretizar, mesmo, esse aprendizado no 4º ano. Então, eles chegam, no 5º ano, com essa dificuldade. Eu acho que foi isso.

Pesquisador: E você, na sua prática, tem dedicado mais tempo a uma das operações. No seu planejamento, o tempo é igual? Como isso na sala de aula? **Hipátia:** Bom, sempre, a gente tem desenvolvido situações problemas. Porque, assim: Com a gente não dá a aula, de fato. A gente não faz a aula gravando vídeos e essas coisas, porque turma de 4º e 5º ano e nem todos os alunos têm acesso. Então, a gente faz o planejamento, prepara as atividades, envia para coordenadora. Aí, existe um grupo do *WhatsApp*, que a gente fica acompanhando os alunos. A gente faz as explicações, dessas atividades diárias, porque tem uma agenda. Todo dia vai no Português, a Matemática... ia, né? E a gente, explicava essa atividade e ficava recebendo as dúvidas, pelo privado. No nosso número privado. Então, ali, você tinha um acompanhamento, individual, para esclarecer. Agora, o planejamento, em si, se tornava geral, para todas as turmas, que estavam acontecendo. Então, a gente trabalhava muito, adição e subtração, em relação às situações problemas. Mas era quase a mesma coisa. A gente não priorizou só a adição ou só a subtração. Tinha dias, que a atividade era adição, com mais subtração e menos adição. Mas era sempre equivalente.

Pesquisador: E antes da pandemia, como era o planejamento?

Hipátia: Antes da pandemia, já estávamos trabalhando, a adição e a subtração, mas de uma forma mais... porque foi logo no comecinho, né?! A gente, ainda estava trabalhando a questão do sistema de numeração decimal... a gente ainda não tinha entrado nas operações, de fato, com muita ênfase. A gente já fazia, mas não, com tanta regularidade, no dia a dia. A gente estava mais acompanhando uma situação. Resgatando mais os conhecimentos prévios deles, o que eles já vinham trazendo. Então, era bem geral: a gente pegava assuntos para fazer tipo um diagnóstico do que eles estavam... depois que eles receberam os livros, foi que a gente começou a introduzir a questão mais da adição e da subtração. Mas não deu tempo para muita coisa, infelizmente.

Pesquisador: Ok! Aqui, temos distribuição da quantidade de acertos das contas de adição. 9 estudantes acertaram as 4 contas. O diagnóstico era feito com 8 contas: 4 de adição e 4 de subtração. Vamos começar com as contas de adição. Das contas de adição, 9 estudantes, acertaram todas as contas, 8 estudantes acertaram 3 contas, 3 estudantes acertaram 2 contas, 5 estudantes acertaram 1 conta e 4 estudantes não acertaram qualquer conta de adição. O que é que você analisa dessa tabela? Você tem algo a falar?

Tabela L02 – Distribuição dos estudantes por quantidade de acertos nas contas de adição – turma da professora Hipátia

CONTAS CERTAS	ESTUDANTES	TOTAL
4	9	36
3	8	24
2	3	6
1	5	5
0	4	0
TOTAL	29	71

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: Com relação à adição, eu penso, que alguns alunos, às vezes, eles criam, muito, eles... não sei nem qual a palavra que eu vou usar. A palavra certa. Mas, um pouquinho mais de esforço, porque conhecimento da adição, eles têm, muito mais do que com subtração. Então, eu acho assim: esse aluno, que não acertou nada, esses 4 alunos que não acertaram nenhuma conta, para mim, é até surpresa. Apesar de que eu tenho aqueles especiais, mas que são capazes de resolver. Então, assim: para mim é até surpresa não acertar nenhuma. Se fosse subtração, eu até ficava mais convencida, mas na questão da adição...

Pesquisador: Então, a adição, por você considerar mais fácil, é um pouco de surpresa 4 estudantes não terem acertado nenhuma?

Hipátia: É porque, em sala de aula, quando a gente tava trabalhando... apesar de não ter sido por muito tempo, porque, realmente, o tempo... eram muitas disciplinas, o tempo de aula é pouco, né?! Se a gente for considerar, 100 minutos de aula, por dia, de Matemática, você não vai trabalhar, esse tempo todo, só adição ou subtração. Você vai mesclando, o conteúdo. Então, eu acho, que eles tinham condição de fazer mais. Para mim, é surpresa, realmente.

Pesquisador: Aqui, temos a distribuição da subtração: 3 estudantes acertaram 3 contas e 7 estudantes acertaram uma conta. E 19 estudantes não acertaram qualquer conta de subtração. O que chamou a sua atenção?

Tabela L03 – Distribuição dos estudantes por quantidade de acertos nas contas de subtração – turma da professora Hipátia

CONTAS CERTAS	ESTUDANTES	TOTAL
4	0	0
3	3	9
2	0	0
1	7	7
0	19	0
TOTAL	29	16

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: É, de 29 alunos, 19 errarem todas as contas de subtração, também, é surpresa. Porque, assim... apesar de eu considerar mais difícil, a compreensão para alguns, mas, eles... porque, também, ali, no trabalho... sempre eles trabalhavam em grupo, em duplas. Então, o conhecimento de um, favorecia ao outro. A troca de conhecimento deles. Quando eles tiravam dúvida, quando eu estava ali perto. E essa foi uma atividade que eles fizeram sozinhos. Eles se sentiram... não sei, talvez, a pressão, digamos assim. Apesar de não ter havido da sua parte e nem da minha. Você entende o que eu estou tentando colocar, né?

Pesquisador: Sim, sim!

Hipátia: A prova! Eles vão fazer uma prova, porque para eles era uma prova. Então, isso aí, talvez, tenha pesado. Porque eu acho muito: 19 não acertaram nenhuma.

Pesquisador: É verdade, é uma quantidade muito alta.

Hipátia: Pois é! Então, não foi falta do conhecimento, aí. Entendeu? Só! Não foi a questão de não saber. Eu acho que foi, talvez, nervosismo. Não sei.

Tabela L04 – Grupo dos erros discentes nas resoluções de cada conta – turma da professora Hipátia

CONTA	GRUPO DO ERRO								TOTAL ERROS	CONTAS COM ERROS	MÉDIA DE ERROS
	A	B	C	D	E	F	G	H			
a 38 + 46	0	4	0	1	0	1	0	5	11	10	1,10
b 52 - 17	0	2	4	11	0	1	4	0	22	19	1,16
c 453 + 268	0	3	0	2	0	2	2	2	11	9	1,22
d 816 - 279	0	3	7	17	1	3	5	0	36	27	1,33
e 1.924 + 3.785	1	2	2	3	0	3	2	1	14	9	1,56
f 6.037 - 2.548	0	2	4	25	1	2	7	0	41	28	1,46
g 24.395 + 18.067	1	3	2	7	1	3	4	3	24	17	1,41
h 57.104 - 39.629	1	2	8	16	0	4	8	0	39	26	1,50
TOTAL ERROS	3	21	27	82	3	19	32	11	198	145	1,37
+	2	12	4	13	1	9	8	11	60	45	1,33
-	1	9	23	69	2	10	24	0	138	100	1,38

Fonte: Pesquisa do autor.

Pesquisador: Certo! Nesta Tabela, a gente tem a distribuição de grupo dos erros. A gente dividiu os erros a partir de grupos. São 8 grupos – A, B, C, D, E, F, G e H – e a conta. Então, a conta a (38 + 46), por exemplo, teve 4 erros do grupo B, 1 erro do grupo D, 1 erro do grupo F e 5 erros do grupo H. Totalizando, 11 erros. Nós tivemos 10 contas com erros, o que dá uma média de 1,10 erro na conta A. E, assim, sucessivamente. Aqui embaixo, a gente pode observar a maior quantidade de erros por grupo, por exemplo: na adição, o maior grupo de erros é o D, que são os erros na operação. No grupo D, foram 13 erros; no grupo B, foram 12 erros; no grupo H, 11 erros; no F, 09 erros; no G, 08 erros; no C, 03 erros e, no E, 02 erros. Então, os erros na operação, o grupo D, foram os que mais aconteceram na adição. Agora, nós vamos ver os tipos de erros.

Tabela L05 – Tipos dos erros discentes por grupo nas resoluções de cada conta – turma da professora Hipátia

CONTA	GRUPO DO ERRO																												TOTAL								
	A		B					C					D										E		F			G			H						
	1	2	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	1	2	1		2	1	2	3	4	5	1	2
a						3			1							1																				5	11
b						1			1		3			1								9			2				1	2			1	1			22
c						1	1		1									2									2		2						2	11	
d						1		1	1		1	4		2			1		3	10	2		1	1		1	2	1			4					36	
e		1				1			1		1		1		2				1								3		1	1				1		14	
f									2		1	2		1			1	5		2	13	1		3	1			2	2			3	2			41	
g		1				1			2	1		1			3		4									1	3		1	1	2			3		24	
h		1				1			1		1	4		3			2			13	1					2	2	2			3	3				39	
T	0	3	0	0	0	9	1	1	10	1	6	12	0	8	0	6	0	7	8	0	5	46	4	0	6	2	1	12	7	11	2	2	11	6	11	0	198
+	0	2	0	0	0	6	1	0	5	1	0	2	0	1	0	6	0	6	0	0	0	1	0	0	0	0	1	9	0	4	2	2	0	0	11	0	60
-	0	1	0	0	0	3	0	1	5	0	6	10	0	7	0	0	0	1	8	0	5	45	4	0	6	2	0	3	7	7	0	0	11	6	0	0	138

Fonte: Pesquisa do autor.

Pesquisador: A gente tem um grupo que é algo maior e o tipo que é específico. Vou projetar o erro, que eles mais cometeram e eu queria que você falasse um pouco, o que é que esse erro indica, no pensamento do estudante, e que tipo de intervenção, pedagógica, pode ser feita. Você, como professora, sugere para que o estudante possa superar esse erro e desenvolver essa habilidade. Esse é o tipo de erro D2, que é o Erro da contagem da adição, sem agrupamento. O estudante somou $8 + 6$, que dá 14, mas ele colocou 16. Não tem nenhum agrupamento e ele erra essa conta. O que esse erro indica e como é que a gente pode desenvolver, melhor, essa habilidade no estudante?

Imagem L01 – Erro D2 (HE13)

$$\begin{array}{r} \text{A) } 38 + 46 \\ \hline 86 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: Bom, aqui, pode ser bem tradicional, mas eu acho, que o que ele está precisando, aqui, é aprender a tabuada, mesmo. A questão da tabuada, né?! Ele vai ter que saber, que somar o $8 + 6$ não vai dar 16. Então, eu acho que é uma questão de trabalhar mais, com um material concreto para ele aprender, de fato, a tabuada. Eu acho que é uma opção. É uma das intervenções, que com certeza, eu vou fazer. É, que os alunos aprendam a tabuada. Não decorar. Como eu peço que eles não decorem, a tabuada, porque, isso daí, não ajuda, não. Eu peço: “Façam os palitinhos, façam o...” eu mando, eles fazerem os risquinhos, né?! “Você já tem 8, bota mais 6, quanto é que dá?” Para que eles consigam, depois, memorizar, que $8 + 6$ são 14. Mas não fazer a tabuada, só de decoreba, mesmo, como a gente fazia, no nosso tempo de criança, né?! Eu aprendi assim: tendo que aprender, mesmo, decorando a tabuada. Então, eu acho, que numa prática mais dinâmica, ele vai ter que aprender a tabuada para não acontecer, essa soma aí. Eu penso, que essa aí, é uma das intervenções, necessárias.

Pesquisador: Esse é o erro D4, Erro na contagem da adição, com agrupamento. Nessa, ele fez a conta certinha: $3 + 8 = 11$, agrupou o 1 na ordem das dezenas, mas, quando foi somar, esse 1, na ordem das dezenas, com as demais, ele errou. Que é $1 + 5 = 6$, mais $6 = 12$ e ele colocou 13. O que é que esse erro indica para a gente, do pensamento da criança e como é que a gente pode fazer, para ele poder desenvolver melhor, acertar?

Imagem L02 – Erro D4 (HE04)

C) $453 + 268$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 453 \\ + 268 \\ \hline 731 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: Eu continuo achando que quando eles somam $5 + 1$, que dá 6 e $6 + 6$ que vai dar 12, eu continuo achando que ainda é uma questão de tabuada. Eu posso estar enganada, mas eu acho que o erro está aí. Ele não sabe somar, ele não sabe a tabuada. Porque ele desenvolveu tudo direitinho. Ele erra na hora de dar os resultados.

Pesquisador: Isso! Aqui, é o tipo B4, Numerais invertidos. Ele trocou. A proposta é: 453 e ele coloca ao contrário. O que indica, do pensamento dele e o que é que a gente pode fazer, para melhorar?

Imagem L03 – Erro B4 (HE17)

C) $453 + 268$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 268 \\ + 453 \\ \hline 721 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: Ele acha que a ordem, não vai alterar. De fato, o resultado, aí, não altera, mas ele tem que seguir a sequência, né? Ele tem que ver qual é a primeira parcela e qual é a segunda parcela. Isso aí é uma coisa que tem que ser trabalhada de fato.

Que ele tem que fazer nessa ordem. Primeira e segunda parcela. “Qual a primeira parcela? 453.”. “E a segunda?”. Eu penso, que isso daí, é uma coisa que a gente vai ter que trabalhar também. Que, realmente, não altera: $8 + 3 = 11$, aí ele elevou 1 e deu certo... ele fez tudo direitinho. Não alterou. A soma das parcelas, não alterou o resultado. Mas, o que ele tem que fazer, no caso de uma atividade, solicitada, a primeira parcela e a segunda parcela, ele tem está atento para isso aí.

Pesquisador: O erro B7, Numerais sem a operação indicada. Ele armou a conta, mas não indicou a operação.

Imagem L04 – Erros B7 e B04 (HE03)

E) 1.924 + 3.785

$$\begin{array}{r} 11 \\ 3.785 \\ 1.924 \\ \hline 5.709 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

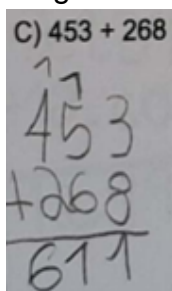
Hipátia: E, também, trocou as parcelas, né?!

Pesquisador: Isso! Também trocou as parcelas.

Hipátia: Ele fez a troca. E errou, também, no resultado, né?! Pois é! Então, é isso, é atenção. Para organizar as parcelas, de acordo como é pedido, colocar o sinal. São coisas, Renato, que eu acho que... agora, com esse relatório e com aquela... porque eu ainda vou imprimir. Agora, eu vou conseguir imprimir. Acabei, né? Hoje eu encerrei minhas atividades e vou conseguir imprimir isso daí porque vai me orientar, e muito. Vai ser suficiente para mim e para os meus planejamentos futuros. Agora, eu tenho como ver, com outro olhar. Os erros, dos alunos. E, também, eu vou ter uma compreensão melhor de como ele está, o porquê que ele faz isso. Porque eu até tenho como argumentar com ele, perguntar para ele. “Por que é que você fez assim?”. E ter uma resposta, para ele, mais sólida. Isso é muito bom para mim. Eu acho que esse teu trabalho, para mim, foi fundamental, sabia? Muito bom para mim.

Pesquisador: Muito bom, ouvir isso. Esse aqui é o H1, Agrupamento tem registro correto, mas é ignorado. Que é quando ele soma, faz o agrupamento, mas não soma a dezena e a centena que foram agrupadas em suas ordens.

Imagem L05 – Erro H1 (HE20)



$$\begin{array}{r} \overset{1}{4}53 \\ + 268 \\ \hline 611 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: Mas ele não soma, né?

Pesquisador: É, ele não soma a dezena que foi agrupada, resultado do $3 + 8$. Ele leva uma dezena, mas não a soma às demais. O mesmo acontece na ordem das centenas. O que é que esse erro indica?

Hipátia: Ele eleva, ele faz o reagrupamento, mas ele não soma, ele ignora. Eu acho que ele só coloca porque não pode botar a unidade e a dezena. Porque ele sabe que em 10, ali no caso seria 12, né?! Ele não leva em consideração que essa dezena que sobe tem que ser adicionada com as demais.

Pesquisador: Isso! E como você pode ajudar?

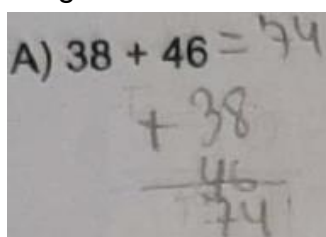
Hipátia: Como é que pode ajudar?

Pesquisador: Que tipo de intervenção pode ser feita?

Hipátia: É, eu acho que é, fazendo com eles, explicando, mesmo. Né, ô Renato?! A questão das ordens, né? Das classes: unidade, dezena, centena, milhar, unidade de milhar... e quando ele vai fazer esse reagrupamento, ele está atento aonde ele vai colocar, essa dezena, que vai ser reagrupada. É uma coisa que a gente tem que trabalhar: as ordens e classes.

Pesquisador: Esse erro aqui é o F1, Agrupamento não tem registro. No caso, ele somou $8 + 6$, dá 14 e não elevou o 1, lá para a ordem das dezenas. O que é que esse erro indica?

Imagem L06 – Erro F1 (HE25)



$$\begin{array}{r} 38 \\ + 46 \\ \hline 74 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: Que ele não tem conhecimento do reagrupamento. Que tem que fazer a adição com reserva, né?

Pesquisador: E que tipo de intervenção?

Hipátia: Ele não conseguiu assimilar isso daí ainda. É justamente trabalhar, né, Renato, a questão da adição com reserva, com reagrupamento... ou é reserva, que chama? Reagrupamento é subtração.

Pesquisador: É agrupamento.

Hipátia: Fazer esse trabalho, dando ênfase, nisso aí. Porque ele não consolidou, também, isso daí, no 4º ano.

Pesquisador: Isso! Aqui, é o G1, Agrupamento no resultado. Ele coloca o agrupamento no resultado. Aqui, no caso: $5 + 6... 8 + 3$ dá 11, ele elevou o $1 + 5 = 6$ e $+ 6 = 12$. Aí, ele coloca o 12 no resultado. O que é que esse erro indica para a gente? Como é que você indica como intervenção?

Imagem L07 – Erro G1 (HE07)

C) 453 + 268

$$\begin{array}{r} 453 \\ + 268 \\ \hline 6.224 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: Que ele não pode ficar, né? Unidade e dezena, ele tinha que elevar a centena e deixar só as 2 dezenas, fazer a questão da reserva e elevando a centena, né isso? Para somar, para dar o resultado. Ia dar um 7, aí, né?

Pesquisador: É ia dar 7, na centena. Isso mesmo!

Hipátia: É, e esse 12, não podia ficar, né? Porque unidade e dezena não vão poder, né? Não podia ficar junto. Ai, Renato, eu fico te dando as respostas e me acho boba: “Será que eu estou dizendo certa?”

Pesquisador: Está sim! Mas é isso mesmo. Porque tudo tem início a partir da sua prática, né? Cada grupo de estudante é diferente, cada um tem a sua prática. Então, tudo isso é certo. Não tem nada dentro do caminho certo e errado, né? Tudo parte de uma perspectiva e que você fala tem que fazer sentido para você, dentro da sua sala de aula.

Hipátia: É porque, dentro da sala de aula, com a atividade, lá na lousa, no quadro lá, e tudo e a gente explicando, eu me sinto diferente. É como eu estou te dizendo: contigo, eu me sinto uma aluna.

Pesquisador: Que bom!

Hipátia: Cheia de dúvidas!

Pesquisador: Esses foram os principais erros da adição. Agora, nós vamos para a subtração, certo? Os erros na subtração foram principalmente do grupo D, que é Erro na operação. Foram 69 erros. No grupo G, 24 erros; no grupo C, 23 erros; no grupo F, 10 erros e, no grupo B, 9 erros. O principal erro dos estudantes, dentro do grupo D, foi o D8, quando eles subtraem o menor algarismo do maior. Quando diminui o subtraendo do minuendo. Então, quando ele vê $7 - 8$, ele subtrai...

Imagem L08 – Erro D8 (HE15)

The image shows a handwritten subtraction problem on a chalkboard. The problem is labeled 'F) 6.037 - 2.548'. The student has written the numbers vertically, with 6.037 on top and 2.548 below it. A horizontal line is drawn under the bottom number. The result written is 4.511. To the right of the vertical line, the student has written 'Res: 4.511'. The error is in the borrowing process: the student has borrowed from the 3 in the tens place to subtract 8 from 7, resulting in 11 in the ones place, which is incorrect.

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: Para ele, não faz sentido, tirar $7 - 8$. Não faz sentido, de fato. E ele não sabe, ainda, fazer o reagrupamento. Aliás, reagrupar, mesmo. Então, para ele, o certo é o $8 - 7$, porque ele ainda não sabe que ele vai ter que tirar o 1 do 3 e somar com o 7, para ficar 17, aí ficar $17 - 8$... ele, ainda não isso aí, né?

Pesquisador: Isso! E o que pode ser feito para ele assimilar? Que tipo de intervenção, você faria?

Hipátia: Ah, aquele trabalho. Lembra lá, com os palitinhos, do Quadro Valor de Lugar?

Pesquisador: Sim!

Hipátia: Pronto, excelente! Aquele trabalho ali, eu acho que para esse tipo de intervenção, é a melhor! Usar o quadro valor de lugar, com aqueles palitinhos coloridos, é a forma mais... Eu acho, que no começo, vai complicar um pouco, até eles conseguirem assimilar bem, mas depois, eles ficam tranquilos. Eu penso.

Pesquisador: Verdade! A gente teve, também, o D5, D11 e D7, tipos do grupo D.

Pesquisador: Esse é o erro D5, Supremacia do zero na subtração.

Imagem L09 – Erro D5 (HE24)

$$\begin{array}{r} 0 \\ 816 \\ - 279 \\ \hline 607 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: Aqui ele não sabe desagrupar. Vê o 0 e coloca no resultado. A intervenção é trabalhar as ordens, né, Renato? E entender como ele pensa usando os recursos, penso que o QVL, como falei, pode ser uma boa intervenção.

Pesquisador: Esse é o erro D11, Erro de contagem na subtração com desagrupamento. Aqui ele erra ao realizar contagem com numerais que precisaram ser desagrupados, como na ordem das dezenas, nesse caso.

Imagem L10 – Erro D11 (HE19)

$$\begin{array}{r} 5920 \\ 6.037 \\ - 2.548 \\ \hline 3.469 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: Bem, Renato, nesse caso aí a gente pode ver que ele quase acertou. Então penso que o trabalho com o QVL é o mais adequado.

Pesquisador: Isso. Esse é o erro D7, Erro de contagem na subtração sem desagrupamento. Esse erro acontece quando o numeral não tem desagrupamento para ser feito e o estudante erra a subtração. Como no caso $6 - 2$, ele colocou 3, na ordem dos milhares.

Imagem L11 – Erro D7 (HE07)

D) 816 - 279

$$\begin{array}{r} 01 \\ 816 \\ - 279 \\ \hline 607 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: Esse erro, penso, que seja mais por conta da tabuada, como também já falei. Penso que a gente pode trabalhar mais a tabuada para que ele aprenda as contas sem o desagrupamento.

Pesquisador: Temos aqui o erro G4, que é Desagrupamento tem somente um registro. Que é quando ele desagrupa, mas não faz os 2 registros. Não coloca o 1, não risca... então, como é que você analisa esse tipo de erro? O que é que ele indica para gente e como é que intervém?

Imagem L12 – Erro G4 (HE06)

F) 6.037 - 2.548

$$\begin{array}{r} \cancel{6}037 \\ - 2548 \\ \hline 2589 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: É, 17 - 8, ele colocou 9, né?! Aí, lá no 3, fica 2. Era um 3, ali. Assim, o que a gente observa, é que quando tem um zero, ocupando uma centena, um lugar, a casa da centena ou da dezena, eles não sabem o que fazer, realmente. Que ele tem que tirar, lá do número, lá da frente, para desagrupar, para reagrupar ali e fazer a subtração. Então, o zero, aí, atrapalha tudo. Esse, eu acho... acho não, tenho certeza, é uma situação muito delicada. A gente até passou por situações assim em sala de aula, que eram difíceis deles compreenderem quando a gente estava explicando.

Pesquisador: A função do zero, né?

Hipátia: Exatamente! “Ah, aqui tem um zero. Então, se é zero, é zero!”. Ele não conta nada, ele só vai tirar o 5. Ele não sabe que vai desagrupar o 6, para poder juntar, ali, somar ao zero. Para poder, depois, fazer a subtração. Isso aqui, na sala de aula, mesmo, quando a gente estava explicando, esse tipo de subtração, para eles, alguns, encontravam muita dificuldade. Aí, o mais fácil é zero, então baixa o 5 que dá certo.

Pesquisador: E que tipo de intervenção, pode ser feita? Tem algum recurso, que pode ser utilizado?

Hipátia: Que tipo de intervenção? Eu acho, que trabalhar com o quadro valor de lugar, né, Renato? Eu acho, que vai favorecer, muito, essa situação. Eu acho que vai ajudar muito.

Pesquisador: Esse é o G5: Desagrupamento tem dois registros, mas com erros. O desagrupamento está registrado, mas ele tem algum tipo de erro.

Imagem L13 – Erros G5 e D11 (HE21)

B) $52 - 17 = 20$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: Ele erra no resultado, né, Renato? Ele erra... não, né? Espera aí... aqui já é outro e eu estava pensando no outro, ainda.

Pesquisador: Aqui, tem 2 registros. Mas há algum erro neles.

Hipátia: É, ele fez, né? O que foi que ele fez aqui?

Pesquisador: Ele colocou $12 - 7$. É isso que a gente está tentando entender.

Hipátia: Porque era para ficar 5.

Pesquisador: Isso!

Hipátia: Eu não entendi porque que deu um 20 ali embaixo. E ia ser... é, aqui, ele errou no desagrupamento. Ele desagrupou. Ali, no 10, ele até fez o desagrupamento, né? Ali no 5, ele escreveu 4 e depois escreveu 1.

Pesquisador: Isso! Então, tem erros G5 e D11.

Pesquisador: E você tem ideia de alguma intervenção, que possa ser feita, para ajudá-lo?

Hipátia: A intervenção, ô Renato, além da tabuada, a gente tem que trabalhar, mesmo, é dar mais ênfase, à questão dessa subtração com desagrupamento e reagrupamento. Dar mais ênfase, a isso aí, para que o aluno seja capaz de desenvolver. Eu não estou vendo, como é que eu vou fazer essa intervenção, não, ainda. Mas, eu sei que é isso!

Pesquisador: É um planejamento. É isso mesmo! Esse é o erro C2, Resultado sem lógica identificada em todas as ordens Ele arma a conta, corretamente, mas coloca qualquer resultado. O que esse erro indica?

Imagem L14 – Erro C2 (HE20)

$$\begin{array}{r} \text{B) } 52 - 17 \\ \hline 57 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: Só isso, né?!

Pesquisador: Aqui, ele erra tudo. Ele errou em todas as ordens, a subtração.

Hipátia: Pronto!

Pesquisador: O que é que isso indica e como é que a gente pode intervir, para ele melhorar?

Hipátia: Sei não!

Pesquisador: Certo.

Hipátia: Porque, está de um jeito, que eu não sei que lógica. Não tem lógica!

Pesquisador: Não tem, né?

Hipátia: Eu não consigo, no momento, pensar como é que... Eu não vou dizer que ele não sabe nada, porque não existe isso, né? Sempre se sabe alguma coisa. Ele fez, alguma coisa aqui, do jeito dele. Só ele me explicando, né? Mas, que não tem lógica, nenhuma, o que ele fez. Eu não consigo, no momento, ver o que é que eu faria. Eu acho que teria que trabalhar, junto com ele, para fazer o reagrupamento. Explicar, que tem que desagrupar, reagrupar: “Eu posso tirar 17 de 52? Posso! Mas, eu não posso tirar 7 de 2, né?”. Então, eu teria que explicar, toda essa questão do desagrupamento, para ele poder compreender e desenvolver, isso daí. Desde o começo.

Pesquisador: Isso! Esse aqui é o C3, Resultado sem lógica em algumas ordens. Ele acerta o $8 - 2$, que dá 6.

Imagem L15 – Erro C3 (HE16)

D) 816 – 279

$$\begin{array}{r} 816 \\ - 279 \\ \hline 626 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: Porque não dá, nem para $16 - 9$, nem $9 - 6$ que vai dá 6, né? Porque, $9 - 6$ vai dar 3, né? Aí, $7 - 1$, se ele tivesse feito ao contrário, né?! Aqui, ele tirando o menor do maior. Aqui, tem que começar, desde o começo. Porque não tem explicação. Ele não sabe, ele não consolidou, eu penso. Ele não consolidou, os conhecimentos de subtração, ele não sabe o que é minuendo, subtraendo. Eu acho que não.

Pesquisador: Isso! Aqui é o F2, Desagrupamento não tem registro, também muito cometido por eles. Quando eles resolvem, mas não fazem o registro do desagrupamento. O que é que esse erro indica? Como é que eles pensaram e como é que a gente pode ajudá-los?

Imagem L16 – Erro F2 (HE05)

F) 6.037 – 2.548

$$\begin{array}{r} 6037 \\ - 2548 \\ \hline 4599 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: Mas ele errou no resultado, também, né?

Pesquisador: Isso! Ele erra no resultado porque não tem o registro do desagrupamento.

Hipátia: Ele fez, aqui, aquele no automático, né? Aquela questão, do raciocínio bem automático. Aquele, que eu te falei várias vezes, né?

Pesquisador: Isso!

Hipátia: Ele quis fazer, só que ele deu o resultado errado

Pesquisador: É! E aí o que é que a gente pode fazer para ajudá-lo a acertar? **Hipátia:** Aí, ele tem que ter o conhecimento que tem que desagrupar e reagrupar, para poder conseguir dar o resultado. Trabalhando, com Quadro Valor de Lugar, explicando ordens e classes. É só isso!

Pesquisador: Esse aqui é o B7, Numerais sem operação indicada. Ele arma a conta e acaba cometendo o erro de não colocar a operação indicada e soma. Como é que a gente pode ajudá-lo a ver o que ele pensou e como a gente pode superar isso?

Imagem L17 – Erro B7 (HE26)

H) 57.104 - 39.629

~~57.104~~
~~39.629~~

59.020

17.475

Fonte: Pesquisa do autor.

Hipátia: Tem que explicar, né?! Que é uma subtração. A intervenção seria essa: explicar que é uma subtração, quais são os sinais que, na hora que ele vai organizar, ele tem que colocar o sinal indicativo, da operação, e fazer o desagrupamento, reagrupamento, para poder dar o resultado.

Pesquisador: Isso! A gente está chegando ao fim e esses foram os principais erros da subtração?! E eu tenho algumas perguntas para finalizar. Que estratégias pedagógicas você pode utilizar referentes aos erros de subtração, especificamente? Já que eles foram os mais cometidos. Você já citou alguns e ao longo, só lembrar.

Hipátia: Pois é! Trabalhar com material concreto, trabalhar com o Quadro Valor de Lugar, explicar, bem, a questão da subtração com o desagrupamento e o reagrupamento, né? E eu penso que seja isso aí. É uma das estratégias. Sempre trabalhar em grupo ou em dupla, eu acho que isso favorece muito, sabe? Enriquece. Eu gosto muito de trabalhar assim, é umas das coisas que eu faço muito. E estar sempre auxiliando o aluno. Eu deixo que eles façam e, depois, eu vou passando de mesa em mesa, muitas vezes, eu vejo... “Vamos ver onde foi que você errou!”. Fazer essa intervenção, mas individual também. Além de trabalhar em grupos.

Pesquisador: Como é que você analisa a diferença dos erros entre as duas operações? Na adição, foram mais erros operacionais e de resultado, e o erro na subtração foi mais aquele D8, né? Onde eles tiram o maior do menor. Como é que você analisa essa diferença aí?

Hipátia: Eu acho assim: é uma coisa que a gente tem que ter em mente, que a gente tem que saber a tabuada. A gente tem que fazer uso dela! Não de uma forma de decorar, como eu já falei, né?! De decorar, de memorizar, a tabuada, mas saber usar, algumas estratégias, que favoreçam esse aprendizado. Como o material, que eu já te falei: fazendo os palitinhos, as... porque eu digo assim: “Vá fazendo os pauzinhos!”. Porque ele já tinha passado aqueles pauzinhos e eu digo: “faça! Mas veja se você consegue!”. Mas mesmo assim, eles contando para poder juntar um número ao outro, eles, às vezes, ainda erram. Então, essa questão da tabuada, eu acho que ainda é muito gritante, sabe? Eu acho que isso desfavorece muito na questão dos resultados do aprendizado deles, também.

Pesquisador: Entendi! E como é que você analisa os impactos dessa análise, na sua prática?

Hipátia: É como eu já te disse: vai ser de suma importância. Eu já te disse, que para mim... é como eu já te disse: eu fico meio boba, às vezes, achando que eu nem sei dar as respostas, que eu não sei... às vezes eu penso que eu nem estou sabendo como é que eu estou é... eu digo: “Poxa, eu tenho que ver tudo isso que eu não conseguia ver antes?”. Eu não via com esse olhar. Eu via os erros, eu sabia fazer minhas intervenções, como você já teve a oportunidade de me ver dando aula e sabe que eu sei fazer! Só que eu não tinha esse olhar, específico, essa análise tão detalhada. Então, para mim, foi importante. Vai ser muito bom! Eu penso, que nos meus próximos planejamentos, no próximo ano, se Deus quiser, eu vou me apegar muito, a isso aí, porque quando eu tiver essas análises, aquela primeira tabela¹¹, que você nos deu com os tipos de erros, então eu acho que, para mim, foi muito bom. Eu não nego, para você, que para mim, foi um momento... tanto é, que eu nunca lhe neguei de participar, de um momento com você, porque foi bom para mim. Eu acho que vai me ajudar muito!

Pesquisador: Ótimo! Agradeço demais, a sua participação, a sua generosidade, a sua simpatia. Até a próxima.

¹¹ A professora está se referindo ao Quadro 14, utilizado nas seções 7.3 e 7.4, que apresenta a classificação, elaborada por Barguil (2020), de erros nas operações de adição e subtração – grupos e tipos.

APÊNDICE M – ANÁLISE DO RELATÓRIO DISCENTE DA TURMA DO PROFESSOR NEWTON



Universidade Federal do Ceará
Faculdade de Educação
Laboratório de Educação Matemática – LEDUM
Programa de Pós-Graduação em Educação

Tese de Doutorado
Orientando: Renato Carneiro da Silva
Orientador: Paulo Meireles Barguil

O encontro aconteceu no dia 03 de dezembro de 2020 e objetivou estudar a análise do diagnóstico da turma do professor Newton que consta no Apêndice G, que foi enviado por mim ao professor para ele conhecer o material. O encontro teve duração de 1 hora. Foram analisadas as tabelas e os grupos de erros mais cometidos nas contas de adição e, em seguida, os tipos de erros de cada grupo.

Pesquisador: Você conseguiu ler o relatório, professor?

Newton: Sim, li. Dei uma lida. Fui lendo um pouco aqui e um pouco ali.

Pesquisador: Que impressões você sobre esse relatório?

Newton: As impressões foram um pouco do que o que a gente conversou com relação a constatação que realmente os alunos sabem mais a adição, eles tem mais a apreensão dessa operação, essa impressão foi confirmada. Também achei interessante porque o texto traz, mostra a quantidade de erro, onde o aluno errou, o que ele errou e também aponta quais caminhos a gente deve que fazer, como devemos trabalhar, para a superação desse digamos, não sei tá certo usar, o problema, mas dessa dificuldade que o aluno apresenta numa conta, numa operação.

Pesquisador: Você tem alguma dúvida em relação ao que foi apresentado?

Newton: Eu anotei algumas sobre o Sistema Cifranávico e a questão do tapetinho.

Pesquisador: Sobre o Sistema Cifranávico, a gente teve um estudo, logo no início, em um dos nossos primeiros encontros. Estudamos primeiro as características dos sistemas de numeração e em seguida apresentei o Sistema Cifranávico. O termo SND é pouco apropriado, pois não aborda todas as características, apenas o fato de ser decimal. Também há um paralelismo com ao sistema alfabético, uma vez que este traz em sua nomenclatura o nome dos caracteres que o compõe. Sobre o tapetinho, é um recurso que o professor utiliza para explicar as ordens, os agrupamentos.

Newton: Se eu não me engano, foi dado até na formação. A formadora dizia que era o agrupadinho, o agrupado e o agrupadão. É um recurso que antecede o QVL, no caso.

Pesquisador: Com ele também é possível trabalhar com bases diferentes de 10. Algo mais? Sobre o relatório, o que chamou mais atenção em você?

Newton: No relatório, o que chamou mais atenção foi essa questão de apresentar o que devemos fazer, não apontar: deve fazer isso e isso. Mas sugestões que realmente... o texto ele se preocupa não só em apresentar os erros e as quantidades, ele apresenta também como superar. O que eu achei mais interessante foi isso, você coloca como trabalhar. Eu gostei mais dessa parte.

Pesquisador: O que você aprendeu?

Newton: Eu aprendi, realmente, que não é só eu explicar o que é adição, subtração, mas acho que devem ter momentos que eu tenho que parar analisar, fazer testes, porque como eu venho dizendo: “Eu vou ver realmente o que o aluno não aprendeu.” Eu acabo me prendendo ao todo, vejo só o resultado, vejo que o aluno armou correto. Mas será que um agrupamento ele fez certo? Será que um desagrupamento ele não tá sabendo fazer? Então acho que isso é o mais importante.

Pesquisador: E como você se sentiu?

Newton: Eu me senti, não sei... acho que é um misto de: “Não sei se eu tô certo, não sei se eu tô errado...”. Porque a gente começa a refletir: “Poxa! O que foi que talvez eu tenha errado? Será que tá certo?”. Porque essas questões refletem justamente na nossa prática, você começa a refletir: “Será que o modo que eu estou trabalhando, o modo como eu estou conduzindo está correto? Onde que eu errei?”. Eu penso mais nesse sentido. É um mix mesmo, no caso.

Pesquisador: Esse tipo de pergunta é importante para a gente entender e dar continuidade ao nosso estudo. É importante que você esteja se sentindo bem, se sentindo acolhido e também se enquanto profissional.

Newton: A gente sabe que tem dois lados, professor e aluno, mas é justamente essa inquietação que faz parte da prática. Eu penso que um professor que se acomoda que não reflete sobre o próprio trabalho dele não evolui. O acolhimento, com certeza, foi 100%, mas acho que a pesquisa veio justamente para isso: para gente repensar, ver o que está bom, ver o que pode melhorar. É justamente isso que faz a nossa prática.

Quadro M01– Análise das resoluções das contas dos estudantes da turma do professor Newton

CONTA	ESTUDANTE																												TOTAL DE ACERTOS	MÉDIA DE ACERTOS		
	E01	E02	E03	E04	E05	E06	E07	E08	E09	E10	E11	E12	E13	E14	E15	E16	E17	E18	E19	E20	E21	E22	E23	E24	E25	E26	E27	E28				
a	38 + 46	B3 D2 H1	D2 G3		D2	F1*		D2				D2 F1	F1*	B4*		B7 F1*					B3 B4*				B3*	B4*				16	0,57	
b	52 - 17	D8 D7	B3*	C5*	G4	C5 D2		D8	B6 C5*	D8 D2	D8	D8	D7 F2		B3*	B7 C2	G4*		D8		F 2 D11	D8	D8	D8	D8	G4*		G5 D11		6	0,21	
c	453 + 268	H1		E1	D11 G3	F1		F1 D4				F1 D2	F1*		A2	H1								B3 C3						18	0,64	
d	816 - 279	D8 D7	D5	B3 C5 E2	D5	F2*		D8		D8	D8	D8	C3		D11	B7 D8	F2 D11		D8		D8	D8	C5*	D8	D8	D7 G4		G5 D11		7	0,25	
e	1.924 + 3.785	D2 G1 E2		B4*	F1 D2 G3	F1	H1	F1 D2 D4	D4			D2 F1	C4 G1	B4*	B4*	B7 G1	H1				B4*	H1									13	0,46
f	6.037 - 2.548	B5 C3	D11 D9	D11 G4	D8 D5	F2*	G4 D7 D11	C5 F1 D2	F2 D11	D8	D8	D8 D5	C3	D11 G4	D11	D8 C3	G4 D7	D11 G4	D8	G4	D8	D8 D5	C5*	C5*	D8	G4 D7		G5 C4 D5 D7		2	0,07	
g	24.395 + 18.067	B5 E2		D2 E2	H1 D2	F1		B5 C1			H1	D8 F1	F1*		H1 D3	B2 B3	D2		H1	H1					G2	D2 H1		D2 H1		12	0,43	
h	57.104 - 39.629	C2	D11 D9	D6 E2	C3 D8	F2*	C5*	D8 C4	B6 C5 C2	D8	D8	D8 D3 C5 F1	B1 C2		D11	B7 D8	G4 D5	G4	D8		D8	B3 D5 D8	B7 C5*	B7 C5*	D8	G4 D7		C5*	B7 D11	3	0,11	
TOTAL ACERTOS		0	3	1	0	0	5	0	4	4	3	0	0	5	2	0	1	6	3	6	2	3	4	3	3	2	7	3	7	77	2,75	
+		0	3	1	0	0	3	0	3	4	3	0	0	2	2	0	1	4	3	3	2	3	4	3	3	2	3	3	4	59	2,11	
-		0	0	0	0	0	2	0	1	0	0	0	0	3	0	0	0	2	0	3	0	0	0	0	0	0	4	0	3	18	0,64	

Fonte: Pesquisa do autor.

Pesquisador: O Quadro M01 apresenta a visão geral da turma. Quantos estudantes participaram, quantidade e média de acertos das contas, identificação do estudante e quantidade de contas acertadas por cada um.

Tabela M01 – Contas certas e erradas dos estudantes – turma do professor Newton (quantidade e %)

OPERAÇÃO	Acertos (Quant.)	Contas com erros (Quant.)	TOTAL (Quant.)	Acertos (%.)	Contas com erros (%.)	TOTAL (%)
+	59	53	112	52,7	47,3	100,0
-	18	94	112	16,1	83,9	100,0
TOTAL	77	147	224	34,4	65,6	100,0

Fonte: Pesquisa do autor.

Pesquisador: O que você pode destacar na análise desta primeira tabela?

Newton: Acho que ele está bem claro. Se a gente perceber a questão dos acertos entre subtração e adição já é bem marcante. Já de cara, a gente percebe que eles tiveram um desempenho melhor na adição.

Pesquisador: Isso mesmo. Por que você acha que isso aconteceu?

Newton: Eu acho que, na adição, eles se deram melhor porque eles recorrem mais a esse tipo de operação, porque se a gente for pensar... a gente trabalha muito a questão de situação-problema, multiplicação e envolve muitas outras questões que eles usam mais a adição. Então acho que um dos motivos talvez seja esse. Essa é a operação mais recorrente para eles.

Pesquisador: Você dedica tempo igual para as duas operações? Adição e subtração?

Newton: O tempo ele não é o mesmo. Acaba que o trabalho de situação-problema ou de multiplicação, eu dedico mais tempo à adição, de fato.

Pesquisador: Tem algum motivo para isso acontecer?

Newton: Eu acho que acaba trabalhando mesmo mais a adição, não tem um motivo.

Pesquisador: Então essa é uma escolha sua. Considerando o seu planejamento, você acredita que a adição deve ter um tempo maior.

Newton: Isso, pensando nesse sentido. Quando a gente planeja, vamos trabalhar: adição, subtração, depois situações-problemas, depois multiplicação, depois divisão. Acaba que divide os conteúdos, mas nos decorrer do tempo, a adição acaba predominando. Na situação-problema eu acabo dedicando mais tempo às situações

que prevalecem a adição, como a contagem de dinheiro. Mesmo separando as unidades igualmente, na resolução e elaboração de questões, a adição prevalece.

Pesquisador: Nesta mesma tabela, temos a quantidade de contas certas e erradas, dos estudantes. Agora, vamos focar na subtração. É possível perceber que foram 18 acertos, das contas de subtração. São 94 contas, com erros, no total, foram resolvidas, 112 contas de subtração, 16,1% de acerto, da sua turma e, 83,9% de contas com erro... Como eu estava explicando, temos aqui, os dados em relação à operação de subtração. A gente conversou um pouco, sobre isso, em relação à adição e com relação à subtração, você gostaria de comentar algo que lhe chamou atenção? Porque a gente percebeu que o desempenho dos meninos, foi bem abaixo, se comparado às contas de adição. Você acha que isso tem algum motivo específico?

Newton: Eu acho que eu não dei a devida atenção à subtração. Eu acho que eu me “deti” mais tempo à questão da adição. Que, eu, até disse no encontro passado, quando eu penso em questões de situações problemas, eu acabo, priorizando, a operação de adição. Então, eu acho que esse menor tempo dedicado à subtração, tem uma reflexão dentro do que a gente percebeu.

Pesquisador: E você acha que, nos anos anteriores, essa subtração foi tratada de maneira adequada, com o mesmo tempo? Você conhece a turma de outros anos?

Newton: Na verdade, eu trabalhei com eles; com alguns, no terceiro ano, mas, aí, foi diferente. Porque, em 2019, que teve a mudança. Porque, eu sempre trabalhei como o professor de menor carga horária, e aí, em 2019, teve a mudança, que o menor carga horária, passou a trabalhar matemática. E aí, quando eu peguei, eles, no terceiro ano, que foi em 2018, eu dava história e geografia. Então, não dá pra dizer, com precisão, em que nível, eles estavam. Porque, querendo ou não, as disciplinas estão interligadas, né?! Então, a gente deve ter passado, por algum conteúdo, que tenha trabalhado a questão da Matemática, que acho que eu sempre iniciava o ano letivo com a questão da cidade, aí eu fazia maquete. Então, a gente trabalhava a questão de forma, volume, na construção da maquete. Mas, aí, não era uma coisa específica, que era história. Na época, teve, realmente, quando eu trabalhei com eles.

Tabela M02 – Distribuição dos estudantes por quantidade de acertos nas contas de adição – turma do professor Newton

CONTAS CERTAS	ESTUDANTES	TOTAL
4	4	16
3	11	33
2	4	8
1	2	2
0	7	0
TOTAL	28	59

Fonte: Pesquisa do autor.

Pesquisador: Essa é a Tabela M02, com a distribuição dos estudantes por quantidade de acertos nas contas de adição. Algo chama a sua atenção? Você gostaria de comentar algo sobre essa tabela?

Newton: Não, acho que pode passar.

Tabela M03 – Distribuição dos estudantes por quantidade de acertos nas contas de subtração – turma do professor Newton

CONTAS CERTAS	ESTUDANTES	TOTAL
4	1	4
3	3	9
2	2	4
1	1	1
0	21	0
TOTAL	26	10

Fonte: Pesquisa do autor.

Pesquisador: Aqui, a gente tem a quantidade a distribuição por contas, de quantidades de acertos. Então, eram 4 contas de subtração, e a gente tem a quantidade de estudante acertou o número de cada conta. Um estudante, acertou todas as contas de subtração, três estudantes, acertaram 3 contas, dois estudantes, acertaram 2 contas, um estudante, acertou 1 conta, e vinte e um estudantes, não acertaram nenhuma conta. 21, dos 26 que fizeram 0... Chama atenção, o número de estudantes, que não acertou nenhuma conta de subtração, que foram 21. Por que você acha que isso aconteceu e como é que você percebe, esse tipo de situação, em sala de aula?

Newton: Eu acho que a questão é a familiaridade com a subtração. Eles estão muito presos, a um tipo de situação, que é a adição e, aí, eles tentam. Alguns, já consolidaram, e aqueles que ainda não consolidam, eles tentam partir, da ideia de

adição. E aí, eles desprezam a questão do não diminuir o menor pelo maior. Tem a questão das ordens... Então, eu acho, que é mais essa questão, de eles não... a maioria, né?! A gente percebe. É perceptível, que a maioria errou, e que isso indica, que eles não consolidaram a operação corretamente. Então, eles partem, da questão, da adição, que foi a maioria. E aí, eles tentam buscar o resultado, né?! A partir do que eles acham. Eu acho que é mais assim.

Pesquisador: Aqui a gente tem a distribuição por grupos de erros. Aqui a gente percebe cada grupo, onde foi que o estudante errou, e a descrição, a partir da identificação, por uma letra do alfabeto. Ele, também, dá a média de cada uma das contas, e a quantidade de erros que cada grupo possui.

Tabela M04 – Grupo dos erros das resoluções das contas dos estudantes em cada conta – turma do professor Newton

CONTA	GRUPO DO ERRO								TOTAL ERROS	CONTAS COM ERROS	MÉDIA DE ERROS
	A	B	C	D	E	F	G	H			
a 38 + 46	0	7	0	5	0	4	1	1	18	12	1,50
b 52 - 17	0	4	4	16	0	2	4	0	30	22	1,36
c 453 + 268	1	1	1	3	1	4	1	2	14	10	1,40
d 816 - 279	0	2	3	18	1	2	2	0	28	21	1,33
e 1.924 + 3.785	0	5	1	6	1	4	4	3	24	15	1,60
f 6.037 - 2.548	0	2	7	26	0	3	7	0	45	26	1,73
g 24.395 + 18.067	0	4	1	6	2	3	1	7	24	16	1,50
h 57.104 - 39.629	0	7	11	19	1	2	3	0	43	25	1,72
TOTAL ERROS	1	32	28	99	6	24	23	13	226	147	1,54
+	1	17	3	20	4	15	7	13	80	53	1,51
-	0	15	25	79	2	9	16	0	146	94	1,55

Fonte: Pesquisa do autor.

Pesquisador: Essa é a Tabela M03, com o grupo dos erros das resoluções das contas dos estudantes em cada conta. Algo chama a sua atenção nessa Tabela?

Newton: A questão do grupo D, Erro na operação. Eu acho que é mais essa questão do agrupamento e desagrupamento, pois esse é o erro mais recorrente, para eles terem errado bastante.

Pesquisador: Isso mesmo. A gente tem aqui a quantidade de erros nas operações de adição, por grupo: Grupo D (20 erros), Erros na operação; Grupo B (17 erros), erros na representação; Grupo F (15 erros), Agrupamento/desagrupamento não tem registro; Grupo H (13 erros), Agrupamento/desagrupamento, tem o registro correto, mas é ignorado. Grupo G (7 erros), Agrupamento/desagrupamento, tem registro, mas com erros Grupo E (4 erros), Erro no registro da separação de classe; Grupo C (3 erros), Resultado ausente, sem lógica ou da outra operação.

Pesquisador: Como professor, como você analisa os erros desses grupos?

Newton: Bem, eu acho que houve erro na operação, como eu já tinha mencionado, acho que não tá muito claro para eles essa questão de agrupamento. O erro na operação decorre do agrupamento e desagrupamento que também tiveram uma taxa alta e também destaco o registro da separação de classes que não foi um erro tão alto, mas acho que merece uma atenção.

Tabela M05 – Tipos dos erros discentes por grupo nas resoluções de cada conta – turma do professor Newton

CONTA	GRUPO DO ERRO																						TOTAL														
	A		B				C					D						E		F		G			H												
	1	2	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	6	7	8		9	10	11	1	2	1	2	1	2	3	4	5	1	2
a					3	3			1						5													4			1			1			18
b					2			1	1	1			3		2			2	10			2						2			3	1					30
c		1			1						1				1		1							1	1		4			1			2				14
d					1				1		1		2				2		2	11			3		1	1	1			1	1						28
e						4			1			1			4		2									1	4		3		1			3			24
f			1				1				3	1	3		1		4		4	9	1		7			1	2				7						45
g				1	1		2			1					5					1					2	3			1					7			24
h			1		1			1	4		3	1	1	6			3	1	1	10	1		3		1	1	1			3							43
T	0	1	2	1	9	7	3	2	8	1	4	6	3	14	0	18	0	3	9	1	9	41	2	0	16	1	5	18	6	3	1	3	14	2	13	0	226
+	0	1	0	1	5	7	2	0	2	1	0	1	1	0	0	15	0	3	0	0	0	1	0	0	1	1	3	15	0	3	1	3	0	0	13	0	80
-	0	0	2	0	4	0	1	2	6	0	4	5	2	14	0	3	0	0	9	1	9	40	2	0	15	0	2	3	6	0	0	0	14	2	0	0	146

Fonte: Pesquisa do autor.

Pesquisador: Nessa segunda parte vamos destacar os tipos de erros. Vou apresentar os tipos de erros mais cometidos pelos estudantes e gostaria que você comentasse o que esse erro representa e que prática pode ser realizada para que o estudante desenvolva essa habilidade.

Pesquisador: Esse é o erro do grupo D2, Erro na contagem na adição sem agrupamento. Ele aconteceu 15 vezes.

Imagem M01 – Erro D2 (NE04)

A) $38 + 46$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 38 \\ + 46 \\ \hline 80 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Aqui, de cara, a gente percebe que $8 + 6$ deu 10, no caso aí já é um erro de contagem e aí o que seria indicado: antes, nem trabalhar o QVL, mas trabalhar o tapetinho para ele ter a noção da própria contagem separar o 8, o 6 e aí ele perceber que quando eu junto esses dois... eu somar o $8 + 6$, pede pra ele juntar e contar. O primeiro passo seria trabalhar com ele a questão da contagem e aí possivelmente depois de consolidar a contagem a gente pensar em agrupar esses números.

Pesquisador: Esse é o tipo B4, Numerais invertidos, que aconteceu 7 vezes.

Imagem M02 – Erro B4 (NE03)

A) $38 + 46$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 46 \\ + 38 \\ \hline 84 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Nesse caso, trabalharia a questão da parcela. Ele inverteu as parcelas. Primeiro trabalhar as características da adição, deixando bem claro a importância de cada parcela, para depois partir de fato para a operação.

Pesquisador: O erro F1, Agrupamento não tem registro, foi o erro mais cometido pelos estudantes em todas as contas de adição, empatado com D2.

Imagem M03 – Erro F1 (NE12)

G) 24.395 + 18.607

$$\begin{array}{r} 24.395 \\ + 18.607 \\ \hline 32.992 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Eu percebo que ele tem a noção de que nós temos o agrupamento, mas, para além disso, tem que trabalhar a questão do registro. Mesmo Trabalhando o QVL tem que deixar bem claro para o aluno que eu preciso indicar que esse agrupamento se deslocou, que ele precisa ter registro porque se ele não registrar não vai ficar correto. No caso, eu penso que o QVL e mostrar se você agrupou, se você fez a contagem aqui e precisa agrupar, passar para outra **classe**, você tá vendo que tem o registro que você agrupou em outra **classe**, então você tem que registrar isso na sua conta. Acho que essa seria uma prática, trabalhar o QVL junto com a operação. Mostrar para ele que lá no QVL tem o registro e que esse registro precisa estar presente na operação dele.

Pesquisador: Erro H1, Ignora o registro correto de agrupamento, aconteceu 13 vezes. O que indica e que intervenções.

Imagem M04 – Erro H1 (NE16)

E) 1.924 + 3.785

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \\ 1.924 \\ + 3.785 \\ \hline 5.609 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

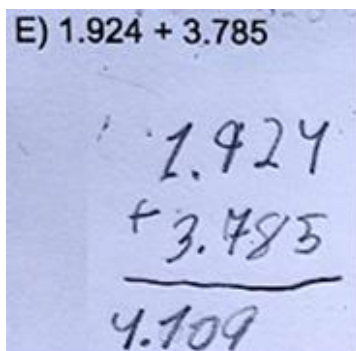
Newton: Neste erro, eu penso que trabalhando a mesma ideia do outro: a questão de trabalhar o QVL junto com a operação, mostrando que aqui é ao contrário ele

registrou, mas não considerou. Então tem que mostrar para ele que na prática tá lá no QVL, ele colocou lá em cima, aí eu vou mostrar: vc fez a contagem dessas duas parcelas, mas e o número que você colocou lá em cima por que você não considerou? Mostrar para ele que esse registro também é importante, ele não só mudou de **classe**, ele não só botou em outra **classe**, ele também vai entrar na contagem.

Pesquisador: Os tipos G1, Agrupamento no resultado, e G3, Agrupamento no local certo, mas com valor errado, ocorreram 3 vezes cada.

Imagem M05 – Erro G1 (NE16)

E) $1.924 + 3.785$



The image shows a handwritten addition problem. The numbers 1.924 and 3.785 are written vertically, with a plus sign between them. A horizontal line is drawn below the second number. Below the line, the result 4.109 is written. The digits are somewhat messy and the alignment is slightly off.

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem M06 – Erro G3 (NE04)

C) $453 + 268$



The image shows a handwritten addition problem. The numbers 453 and 268 are written vertically, with a plus sign between them. A horizontal line is drawn below the second number. Below the line, the result 801 is written. The digits are somewhat messy and the alignment is slightly off.

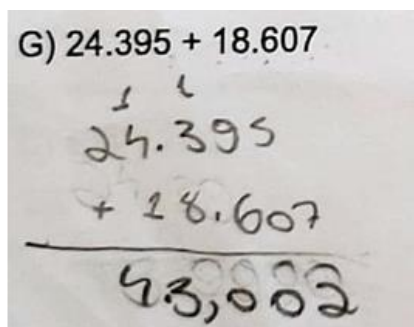
Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Nesses dois casos trabalhar a questão do tapetinho para ele consolidar a questão da contagem. Acho que o mais importante é trabalhar o tapetinho principalmente por conta do registro e trabalhar para ele fazer a contagem correta.

Pesquisador: O E2, Classe das unidades simples com mais de 3 ordens, ocorreu 3 vezes.

Imagem M07 – Erro E2 (NE01)

G) $24.395 + 18.607$



The image shows a handwritten addition problem. The numbers 24.395 and 18.607 are written vertically, with a plus sign between them. A horizontal line is drawn below the second number. Below the line, the result 43,002 is written. The digits are somewhat messy and the alignment is slightly off.

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Aqui na questão das classes novamente eu iria recorrer ao QVL ou então a uma ilustração da tabela. No QVL ele vai tendo a noção dos agrupamentos que cada um vai mudando de classe de acordo com a base, mas aí ele tem também que saber

que classes são essas, por isso acho que uma prática seria mostrar a questão das classes e das ordens, eles saberem quais são as classes e quais são as ordens e depois trabalhar as transformações.

Pesquisador: Os erros C1, Ausência de resultado, C3, Resultado sem lógica identificada em algumas ordens, e C4, Resultado sem registro em alguma ordem, tiveram 1 ocorrência cada.

Imagem M08 – Erro C1 (NE01)

G) 24.395 + 18.607

24395 + 18607

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem M09 – Erro C3 (NE23)

C) 453 + 268

~~18~~
 458
 + 268

 1926

Fonte: Pesquisa do autor.

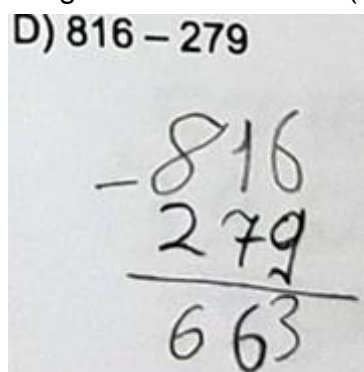
Newton: No caso, eu penso que eles não têm nada consolidado, pois ou ele deixa em branco ou ele faz de qualquer forma. A prática seria, primeiro, a gente percebe que ele tem a dificuldade nas classes maiores, aqui a gente tá trabalhando com 3 ou 4 ordens e classes. E aí trabalhar primeiro com poucas classes, trabalhar os números menores para ele perceber o resultado, que esse registro é importante para a partir daí ampliar mas também perceber que dentro dessa questão de começar por números menores e talvez ele possa até fazer correto, mas depois quando ele passar para frente ele não ter entendido bem o agrupamento. Pode ser que trabalhar o tapetinho para ele fazer a contagem e uma questão de agrupamento no próprio tapetinho, quando perceber que ele consolidou bem a gente tenta um número maior aí a gente parte para o QVL.

Pesquisador: Esses foram os principais erros da adição. Agora, nós vamos para a subtração, certo? Na subtração, a chama atenção, a quantidade de erros no grupo D é: erro na operação, com 79 erros. O grupo C, foi o segundo grupo: o resultado ausente, sem lógica, ou da outra operação, foram 25 erros. O grupo G, 16: agrupamento e desagrupamento, tem registro, mas com erros. O grupo B, 15; o grupo F 9 e o grupo E: erro no registro da separação de classe, com 2 erros. Agora, a gente

vai para os erros específicos, a partir dos tipos. Vamos conversar sobre a intervenção e o que esse erro tá indicando, especificamente. O erro D8 foi o erro que eles mais cometeram, que é quando eles subtraem o menor do maior, independente da situação, eles tiram o menor algarismo, do maior. Então, aqui no caso, como a gente pode perceber, ele tirou 6 de 3, independentemente de estar no minuendo ou no subtraendo. Eu queria que você falasse um pouco, sobre o que esse erro indica e que tipo de intervenção, pode ser realizada.

Imagem M10 – Erro D8 (NE18)

D) 816 – 279



$$\begin{array}{r} 816 \\ - 279 \\ \hline 663 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: É sempre recorrente, dizer: “Ah, a gente vai pro QVL”, porque, querendo ou não, a gente percebe, que eles ainda não consolidaram a questão de classes e ordem. Então, eu acho que o principal, aqui, é que esse erro, ainda não tá consolidado, a divisão de classes e das ordens, principalmente. Porque, ele tenta, de alguma forma, mesmo, ele, vendo que o menor, tá em cima, ele faz a subtração. Eu acho que o erro, indica mesmo, é que ele não consolidou a separação das ordens, de uma pra outra.

Pesquisador: Entendi. Esse aqui é o D11, Erro na contagem de subtração com desagrupamento. Então, eles desagrupam, mas o desagrupamento tem algum erro. O que é que esse erro indica?

Imagem M11 – Erro D11 (NE14)

$$\begin{array}{r}
 7 \quad 0 \quad 1 \\
 816 \\
 - 279 \\
 \hline
 535
 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Bem, o erro, eu percebi, que realmente, tem essa questão das ordens, das classes, das ordens, mas, eu acho que a questão, mesmo, é o registro. Eu acho que ele se perdeu, um pouco, aí, na questão de registrar. Creio eu.

Pesquisador: Porque, na verdade, o que ele erra aqui, é: $16 - 9$, não é 5, é 7. E ele erra, essa operação. Realmente, essa contagem. Ele desagrupou, fez o registro correto, sabe que tem que desagrupar, mas quando ele vai operar, $16 - 9$, ele erra. Esse é o erro. O erro, apontou, um pouco, que esse estudante já progrediu. Dizendo que, ele, já tem uma ideia de classes e de ordem, mas erra no momento da contagem. E aí, o que pode ser feito para ele desenvolver essa habilidade?

Newton: Como é um erro de contagem, eu acredito, que não trabalhar o QVL, mas trabalhar a questão de contagem, que, aí, eu lembro, lá, da formação antes do QVL: o “amarradinho”, o “amarradão”, que ele trabalha, mesmo, a contagem. Quanto eu tiro de um, quanto que sobra? Ele perceber, quando a gente retira de um grupo, vê quanto é que sobra. Eu acho, que é mais isso. Ele é, até anterior QVL, pra ele perceber essa questão.

Pesquisador: Esse aqui, a gente ainda tá no grupo D, que é a Supremacia do zero. Então, que é quando o estudante vê o zero, e acaba colando o zero, também, no resultado. O que é que esse erro, que é o D05, pode indicar?

Imagem M12 – Erro D05 (NE04)

D) 816 – 279

$$\begin{array}{r} 0 \\ 816 \\ - 279 \\ \hline 607 \end{array}$$

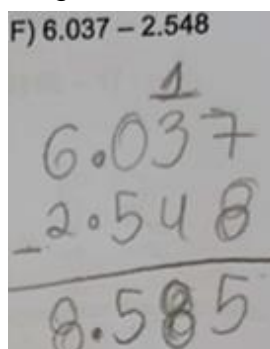
Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: O do zero, eu, realmente, não sei classificar. O erro da supremacia do zero.

Pesquisador: Certo. Então, esse erro vai indicar que o estudante não compreende bem o vazio. Que quando há uma ordem, indicando o vazio, ele não consegue operar, porque não entende esse significado.

Pesquisador: Esse é o erro C5, Resultado da outra operação.

Imagem M13 – Erro C5 (NE04)



$$\begin{array}{r} 1 \\ 6.037 \\ - 2.548 \\ \hline 8.585 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Pelo erro, é como se ele fizesse uma adição. Então, eu acho que ele percebeu assim: ele desprezou. Porque, até se a gente perceber a posição de onde ele colocou o sinal, da subtração. Então, ele, já colocou o sinal lá embaixo. Eu acho que isso, pode ser, uma indicação de que o sinal lá embaixo, fez com que ele desprezasse a operação correta, e aí, ele foi fazendo com o que ele achava mais lógico. Ele foi logo, pra adição, no caso.

Pesquisador: E como é que você, explica para a criança, que isso é uma subtração e não, uma adição?

Newton: Pronto. A diferenciação de sinal, eu acho que é importante. Mostrar, realmente o sinal, e, também, eu acho, que o principal, além do sinal, é a posição. Que eu acho, que ele tem que observar, que a posição do sinal é aqui, certo? “Então,

você montou a sua conta, agora vamos por parte.” Aí, indicava: “será que eu começo lá pela unidade de milhar, ou começo pela unidade?” Isso daí, em que ver. Sonda, primeiro se ele sabe, realmente, as ordens. Aí, pede pra ele identificar, já que eu falei de unidade de milhar e unidade. Identificar, dentro disso, dentro da operação, onde está a unidade de milhar e onde está a unidade. E, também, fazer com que ele perceba o que? Que o número de cima, é menor que o número de baixo. Então, aí, já era um caminho. Primeiro, sonda em tal operação e aí, a gente vai montando os caminhos. Pra ele identificar o sinal, pra ele identificar as ordens, e aí, posteriormente, a gente ia fazendo por partes.

Pesquisador: Estes são os erros C3 e C2. O C3 é o Resultado sem lógica identificada em algumas ordens. O erro C2 é o Resultado sem lógica identificada em todas as ordens.

Imagem M14 – Erro C3 (N12)

$$\begin{array}{r} \text{D) } 816 - 279 \\ \hline 683 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Imagem M15 – Erro C2 (N03)

$$\begin{array}{r} \text{H) } 57.104 - 39.629 \\ \hline 224,34 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: É, eu acho que, nesse erro, ele parte muito... Pra mim, o que a gente pode fazer é no sentido que eu disse anteriormente. Porque, se a gente perceber, as três operações ele montou corretamente. Mas, aí, o caminho, era primeiro mostrar a ele. Fazer a identificação, de classes e ordens, para, aí, depois, fazer por partes. Porque, a gente consegue ver, que ele tá todo bagunçado, nas ordens. E aí, primeiro, identificar, que ordem é essa... ir por partes, mesmo. Bem detalhadamente porque tá bem sem lógica. Então, isso faz a gente entender que ele não compreende esse cálculo.

Pesquisador: Esse aqui, é o G4, Desagrupamento tem somente um registro. Então, como é que é que você interpreta?

Imagem M16 – Erro G4 (NE19)

$$\begin{array}{r} \text{F) } 6.037 - 2.548 = 3.589 \\ 6.037 \\ - 2.548 \\ \hline 3.589 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Do desagrupamento. A gente tem que dar o registro... como, o desagrupamento, só tem o registro, Eu acho, que o que a gente pode fazer, aí, é fazer com que ele entenda que precisa registrar, esses desagrupamento. Por mais, que ele possa fazer esse cálculo, mentalmente, ele precisa... eu acho que é registrar, mesmo. A única coisa que eu consigo perceber. Que o caminho, é que ele registre tudo. Independente de que ele faça cálculo mental ou não.

Pesquisador: Esse é o B7, que é Numerais sem operação indicada. Ele arma a conta, mas não indica o que é que precisa ser feito.

Imagem M17 – Erro B7 (NE15)

$$\begin{array}{r} \text{H) } 57.104 - 39.629 = 22.525 \\ 57.104 - 39.629 \\ \hline 22.525 \\ 57.104 \\ - 39.629 \\ \hline 22.525 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: É, nesse caso, aí, tem que começar, bem do comezinho, mesmo. Mostrar a própria estrutura de resolver a operação. Independente da operação, a gente tem que mostrar a estrutura, dizer que isso é uma operação de subtração, e aí, definir os componentes: quem é o minuendo, mostrar onde... porque, aí, a gente vê uma falta de conhecimento da própria estrutura, da operação. Então, a gente... por princípio, seria montar, digamos, essa operação. Pra, a partir daí, sondar o conhecimento dele, com as outras questões. E aí, a partir do que a gente, fosse percebendo do que ele sabe, do que ele não sabe, a gente ia estimulando esse aluno.

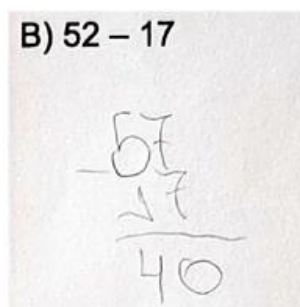
Pesquisador: Tem algum recurso, que pode ser utilizado?

Newton: Bem, a gente podia utilizar, no caso, até, só a estrutura do QVL, sem nomear as ordens. Só pra mostrar a ele. Ou, então, partir das ordens, só pra ver a estrutura, primeiro, onde ficava em cima e onde ficava embaixo... É, eu acho que seria mais assim.

Pesquisador: Ok! Esse aqui é Numerais errados ou trocados, B3. O que esse erro indica? É 52, e ele colocou 57 – 17.

Imagem M18 – Erro B3 (NE14)

B) 52 – 17



$$\begin{array}{r} 57 \\ - 17 \\ \hline 40 \end{array}$$

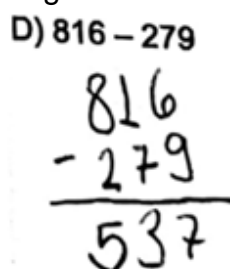
Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: É, eu acho que o erro é mais observação, no caso. Eu penso. Ele observar, ter calma... é mais, só observar mesmo. Porque, foi só uma questão de troca de número.

Pesquisador: Esse é o F2, Desagrupamento não tem registro. Ele faz sem registrar nenhum desagrupamento. O que esse erro indica?

Imagem M19 – Erro F2 (NE05)

D) 816 – 279



$$\begin{array}{r} 816 \\ - 279 \\ \hline 537 \end{array}$$

Fonte: Pesquisa do autor.

Newton: Bem, ele indica que o que?! Que ele fez, esse cálculo, mentalmente. Então, tem que indicar, que mesmo que ele possua essa habilidade, consolidada, é importante, que o desagrupamento tenha esse registro. Porque, ele é diferente de ele fazer uma operação, mentalmente, um $4 + 5$ e registrar, e o desagrupamento. Porque, ele é necessário pra que a gente compreenda a operação dele. Eu acho que é mais nesse sentido, de dizer que o desagrupamento, é importante, e que ele faz parte dessa

operação. Diferente, de uma soma e de uma subtração, que ele faz mentalmente. Então, precisa ter esse registro. É isso mesmo.

Pesquisador: A gente tá finalizando, com essas últimas pontuações. Que estratégias, pedagógicas referentes aos erros de subtração você indica?

Newton: Acho que primeiro seria começar, realmente, do básico. Eles precisam trabalhar, pra eles entenderem o que é a subtração. E aí, trabalhar, não só, o que é a subtração e, aí, trabalhar, também, palavras. Que ele tem que entender, que diferença pode ser uma estratégia, pra ele identificar essa operação?! Aí, eu acho que a estratégia é entender o que é a subtração, e aí, a partir disso, ia trabalhando, com eles, gradualmente. A gente ia trabalhando, questões de mudança de ordem, desagrupamento, trabalhando os componentes da subtração, trabalhando, quando se tem um número maior, e um menor. Quais as estratégias, a gente pode fazer em cima disso, mostrar a ele: “Ah, tem um número menor em cima e um maior embaixo. E aí? O que é que a gente faz?” Então, eu acho que é um trabalhado de formiguinha. Porque, eles não têm... os erros foram muito altos, então, quer dizer que não tá consolidado, de forma alguma. Porque, a gente vê os erros o básico ao mais... até o complexo, no caso.

Pesquisador: Aí, como é que você analisa os erros, entre as duas operações? Tem alguma diferença?

Newton: É, a diferença, eu acho, que é mais essa questão, mesmo, de compreensão da operação. Eu acho que a diferença, é mais essa, porque eles têm uma facilidade na adição, e na subtração eles apresentam bastantes dificuldades. Tanto é, que a diferença deles terem essa adição, tão consolidada, que eles tentam partir, dela, pra resolver a subtração. Então, eu acho que a diferença, está mais, na compreensão que eles têm, em cada uma.

Pesquisador: É isso. Aí, a gente volta pra aquela questão dos vídeos, pra explicar os erros mais frequente. Você tem alguma fala, algum vídeo, ou algum áudio explicando isso para os estudantes durante esse período?

Newton: Eu tenho. Tem dois vídeos... até, porque, o primeiro tá todo picotado. Que são dois vídeos, de correção de simulado, que eles estavam fazendo, pra gente entregar para o simulado impresso, na entrega das cestas, e aí, eles fazem em casa e a gente mandava o vídeo explicando.

Pesquisador: Mas tem algum de adição e subtração?

Newton: Eu acho, se eu não me engano, tem. Sempre tem, nos simulados. É, eu lembro de alguns vídeos, que... porque, como a gente enviava a atividade no grupo, e ele é fechado, pra não bagunçar muito, as dúvidas que eles tinham, eram individualmente. E aí, na maioria das vezes, eu corrigia, mesmo, a atividade, pelo *WhatsApp*, mesmo, aí fazia a edição, em cima do erro deles e colocava a forma correta, mas, alguns, ainda não entendiam. Aí, eu fazia o vídeo explicando. Se eu não me engano, tem um que eu expliquei, sobre operação. Agora, tem que achar esse vídeo. Porque, pra não encher a memória, passo para o computador e fica tudo junto, mas eu vou achar.

Pesquisador: Certo. Se você puder compartilhar, eu agradeço. E aí, os vídeos, que eu pedi pra você gravar, na verdade, são dois, né?! Um explicando sobre adição: você pega uma dessas adições que a gente estudou. Pode ser, as mais simples, mesmo. Explica, como é que resolve e indicaria alguns erros dos estudantes. Tipo assim; “Ah, teve estudante que resolveu dessa forma, teve estudante que resolveu dessa outra maneira.”. Indicando esses tipos de erro. Partindo da maneira correta e indicando as formas como eles resolveram. Da mesma forma, com a subtração. Pegar uma das subtrações, resolver e, depois, indica os erros que eles cometeram. Os principais erros que eles cometeram. Se você quiser, eu posso fazer um roteiro e enviar pra você.

Newton: É melhor, porque, agora eu entendi, mas aí, depois, com as computações, aí a gente acaba se perdendo. Com o roteiro antes de gravar, Quando eu tiver o tempo, aí dá certo.

Pesquisador: Pronto! Pois, eu vou preparar e encaminho para você.

Pesquisador: Como você avalia os impactos dessa análise, na sua prática?

Newton: Bem, é uma fala, bem recorrente, minha, que eu acho que essa análise, ela ajuda a gente a refletir, sobre a nossa prática. Porque, querendo ou não, a rotina da sala de aula, da escola, é muito corrida. E mesmo que a gente tenha o horário reservado, pra planejamento, a gente não consegue sentar, plenamente, e refletir sobre isso. Refletir sobre os resultados. Porque, querendo ou não, as demandas são grandes, né?! E aí, dentro da nossa realidade, as turmas, também, são grandes. Então, eu acho, que o estudo, vem justamente pra isso? Pra a gente ter um momento de parada, ter um momento de análise e refletir. Porque, acaba que essa correria, vai passando e a gente acha que tá tudo ok, quando, na verdade, pode virar uma bola de neve e aí, complica mais à frente. Quando chega lá no final, a gente não entende. A gente acha que tá tudo ok, mas quando chega lá no final, e não é o que nós

desejamos, ou o que nós pensamos, aí, fica mais difícil de analisar. Porque tá aquela bola de neve, e aí, dentro daquilo, como é que eu vou perceber, se já passou tanto tempo, já misturou tudo? Então, eu acho, que serve mais, nesse sentido, de refletir e ir analisando passo a passo, digamos assim. Pouco por pouco, creio eu.

APÊNDICE N – TRANSCRIÇÃO DA ENTREVISTA COM A PROFESSORA

FLORENCE



Universidade Federal do Ceará
 Faculdade de Educação
 Laboratório de Educação Matemática – LEDUM
 Programa de Pós-Graduação em Educação

Tese de Doutorado
 Orientando: Renato Carneiro da Silva
 Orientador: Paulo Meireles Barguil

O encontro aconteceu no dia 08 de fevereiro de 2021 para analisar as contribuições dos encontros formativos na ampliação dos saberes docentes – conteudístico, pedagógico e existencial – dos participantes da pesquisa (APÊNDICE N). O instrumento tinha 9 (nove) questões: 2 (duas) referentes ao saber conteudístico, 4 (quatro) ao saber pedagógico e 3 (três) ao saber existencial.

Pesquisador: Que bom, reencontrá-la, espero que esteja tudo bem. Hoje, estamos finalizando os nossos momentos, nossa jornada. Primeiramente quero agradecer a você por ter participado, sendo tão generosa e contribuindo com a pesquisa. Hoje a gente vai finalizar com algumas perguntas sobre o que você aprendeu durante esse processo. Queria que você ficasse bem à vontade para responder.

Florence: Tá certo!

Pesquisador: Então, você quer falar alguma coisa? Como é que tá se sentindo hoje? O desafio é grande, neste ano, de novo.

Florence: De novo. Porque eu já tinha seis turmas, entre o primeiro e os quintos anos, e agora eu ganhei mais um Infantil. É assim, para quem é substituto. Todo ano é uma prova grande, né?! Para a gente conseguir a lotação, e a nossa expectativa é que saia um concurso para efetivo, logo, porque a gente deseja sair dessa angústia, desse fogo, né? E aí, você pode planejar sua vida de uma forma mais... eu não digo mais segura, porque essa pandemia veio mostrar para a gente, que não dá para a gente, realmente, planejar muito. Mas a gente tem que ter pelo menos um alvo, um norte, que a gente quer alcançar. E, começar essa pesquisa, com você, na realidade, no começo, eu fiquei receosa. Porque, querendo ou não, tanto a gente avalia, como é avaliado. Mesmo que a função não seja essa. E a gente tava ali e eu começando no (nome da Escola), nas turmas de quinto ano, tudo novo, diferente. Apesar de eu ser

professora, já há um tempo, eu acho que eu já comentei isso, a escola pública funciona de uma forma bem diferenciada, da privada. Então, foram muitos desafios que eu tive que vencer. E foi no mesmo período que a gente começou a pesquisa, eu também, passei por perdas familiares. Perdi minha mãe, nesse período. Se eu não tô bem, por mais que eu me esforce pra tá na sala de aula com os meus alunos, sem transparecer os meus problemas, eu não vou tá 100%, naquele dia. Então, esses dois anos da pesquisa, com você, aqui, foram bem turbulentos, para mim, na minha vida pessoal. Mas, eu também, queria agradecer porque eu também aprendi e cresci, nesse período. Você fala que a gente ajudou, mas você também trouxe muita coisa pra agregar. Pelo menos pra mim, né?! Então, é uma via de mão dupla. E a gente tá aqui!

Pesquisador: Entendo. O questionário tá dividido em três partes. São três grupos, de acordo com os saberes docentes. A primeira parte é sobre os saberes conteudísticos: o que você aprendeu sobre o conteúdo matemático. A segunda é sobre o saber pedagógico: o que a pesquisa contribui para a sua prática. E a terceira sobre o saber existencial: sobre como você se sentia durante os encontros. Eu vou projetar as perguntas e a gente vai conversando.

Florence: Certo!

Pesquisador: A primeira é sobre os saberes conteudísticos. Durante a pesquisa, você aprendeu algo sobre o Sistema de Numeração Decimal – a gente conversou, que ele pode ser chamado de Sistema Cifranávico, conforme Barguil. Caso sim, que aprendizagens foram?

Florence: Assim, lá no comecinho, você trouxe para a gente a questão do QVL, de como o que a gente conhece, trabalhava, mas não com a atenção que você trouxe para a gente, o olhar que você trouxe pra a gente. Então, assim, algo que, talvez a gente... eu, particularmente, não usasse com tanta frequência para os alunos. A gente usava no quadro, fazia ali na lousa e tal. Mas o fato de eles estarem ali manuseando, trabalhando com o QVL, me trouxe, assim, uma nova visão, uma nova perspectiva com relação a isso. Para trabalhar o Sistema de Numeração Decimal, para trabalhar com eles, também, essa questão do Sistema Cifranávico, né? Que você trouxe para a gente estar conhecendo aqueles textos, lá do início. Então, eu acredito que, para mim, trouxe essa... não um novo saber, porque a gente já conhecia, a questão do QVL, mas assim, realmente uma utilização de forma eficaz, né?! Não só o falar, o colocar no quadro, mas trazer para o aluno, aquela vivência, aquela experiência, de

ele entender que os algarismos formam os números, que os números têm as suas ordens, suas classes e que a gente pode tá fazendo as operações matemáticas, ali, no QVL. Eu acho que foi bem importante, para mim. Eu gostei muito, dessa experiência, de estar trabalhando, com eles, assim.

Pesquisador: Isso. E, efetivamente, sobre o Sistema Cifranávico. Você comentou estar dividido em ordens e classes... e que os algarismos formam numerais. Você teria algo mais para comentar? Sobre essas aprendizagens em si?

Florence: Assim, ô Renato: é bem amplo, então, eu destaco, isso aí, na questão do novo olhar sobre essas ferramentas que você trouxe para a gente, com essa nova perspectiva. Porque a gente trabalhava assim, por exemplo: primeiro ano, segundo ano, a gente mostrava e trabalhava com os alunos, mas para uma forma do concreto, de eles estarem vendo. Mas trabalhar com o QVL, no quarto e no quinto ano... como eu tava no quarto, eu também levei para o quarto ano, essa vivência, essa questão. Então, mostrou para mim o quanto os alunos precisam ter essa compreensão com relação ao sistema de numeração. A compreender, né?! Quando a gente fala aquela historinha dos números. A gente, quando vai começar, conta tudo aquilo ali para eles e tal. Mas, é a prática, é unir a visão de mundo que eles têm, dentro da sala de aula, para compreender que esse Sistema de Numeração Decimal, ele, também, não está só em sala de aula. Ele está na vivência deles. Então, com o QVL, a gente aproveitava, às vezes, uma atividade, que a gente pedia que eles formulassem questões, sobre: “Ah, quanto que está a Coca-Cola, quanto que está isso aí? Vamos fazer uma operação, vamos fazer aqui no QVL...” Então, eu acredito, que para mim, o que eu posso destacar, que eu julguei, assim, no meu despertar, foi essa questão, de trabalhar com isso aí.”

Pesquisador: Durante a pesquisa, você aprendeu algo sobre os algoritmos da adição e subtração? Se sim, explique as aprendizagens.

Florence: Eu não sei se isso se aplica àquela questão que a gente, por último... eu não sei se eu estou entendendo direito, mas se não tiver, você me corrija. Porque assim, a questão do aprender, sobre eles, no sentido de, na realidade, compreender algumas coisas, que os alunos não compreendem em relação a essas duas operações, né? As confusões que eles ainda fazem. A maneira de eu trazer de uma forma mais clara, de como trabalhar, de como analisar a forma como eles fazem as operações. Isso daí eu acredito que foi muito válido. Essa última parte que a gente trabalhou, que você mostrou para a gente, aquela questão de como avaliar na visão do aluno, e não só

pela correção do que está certo e do que está errado, mas o por que que errou. Porque que acertou, o que é que ele está entendendo sobre a adição. Até a simples falta de sinal, que a gente julgava, simplesmente, como falta de atenção, mas às vezes não é, o aluno, realmente, não compreende, o que é adição e subtração.

Pesquisador: O algoritmo, no caso, é o caminho, né? O caminho e as escolhas que a gente faz para resolver a operação.

Florence: isso! Então, a gente trabalha a questão da vivência, a questão do conteúdo, que a gente, por mais que a gente queira trabalhar de forma mais contextualizada, mas a Matemática, ontem, hoje e amanhã, ela permanece com algumas variações. Poucas, né? Mas, no geral, ela é sempre igual, né?! Tanto que ela é exata, né?!

Florence: Aí, a gente trabalha com o QVL. Pra você ver, que ele me ajudou, desde o começo, até... e vai continuar me ajudando. “Ah, (nome dela), você fala tanto do QVL.” Mas, é porque a gente percebe... você falou, agora, a questão do algoritmo ser o caminho, talvez, você não tivesse entendendo isso daí, no primeiro momento. Mas a gente percebe, o quanto eles necessitam, dessa indicação do caminho. De internalizar isso daí, de compreender isso daí. E não é fácil, porque já vem com aquela coisa de que Matemática é difícil, que não gosta de Matemática, que às vezes não quer aprender, que às vezes a gente está trabalhado em casa de uma forma e na sala de outra. O pai aprendeu há muito tempo de uma outra forma, aí vai ensinar e faz aquela confusão. Como um pai que falou assim: “Ah, eu posso ensinar para minha filha na subtração, professora? Invés de ela mexer...”. Ele falou assim: “Invés de mexer com os números de cima eu posso mexer com os de baixo?” Eu falei assim: “Olha, você tem que ter cuidado para não fazer uma confusão na cabecinha dela, porque na sala nós estamos trabalhando dessa forma.”. Aí, eu expliquei para ele direitinho. “Ah, mas o que importa não é o resultado?”. Aí, eu falei assim: “Sim, importa o resultado. Mas o caminho que leva a esse resultado, se não for um caminho que ela se aproprie, que ela saiba, que ela entenda o por que que ela está fazendo daquela forma, ela vai se atrapalhar. E aí, o resultado não vai chegar.”. Porque eles focam, muito, na questão do resultado, né?!

Pesquisador: Isso!

Florence: O certo, o errado, dá a nota. Mas se parar para pensar, como essa pesquisa, como esse seu trabalho, conosco, me fez pensar: “Por que é que ele não está entendendo? O que é que ele não está entendendo? Qual é o olhar dele? Por que que ele fez dessa forma?” A gente, quando tem muitas turmas, Renato, às vezes,

a gente não para muito pra isso. A gente tem a... a gente precisa preencher nota, a gente precisa preencher diário, a gente precisa ser rápido. Mas se a gente quer fazer a diferença, a gente tem, realmente, que tirar um tempinho para fazer essa análise. Até mesmo pra facilitar o trabalho em sala, né?!”

Pesquisador: É verdade. Agora, são saberes pedagógicos. A sua compreensão, sobre o ensino da adição e da subtração mudou, após participar dos encontros formativos? Quais foram as mudanças, se tiver acontecido?

Florence: Eu já tenho falado, indiretamente, desde a primeira, né?! A questão do ensino da adição e da subtração. Mudou! Mudou sim, porque a partir do momento que eu olho diferente, para a questão, de como o meu aluno tá aprendendo, eu reavalio a minha prática, eu reavalio a minha fala. Então, assim, a partir do momento que a gente começou a conversar, que a gente começou a ver que você foi em sala, fez aquele trabalho com os alunos, a gente veio aqui, nos encontros online, para a gente estar analisando, vendo aquilo ali. Aí, você percebe assim: “Nossa! Não é só uma adição, não é só uma subtração, por ser.”. A gente tem que levar o caminho correto, de ele entender. “Ah, não é só o tirar, não é só o pedir emprestado.”. Porque são as linguagens, que às vezes, a gente utilizava em sala. E que mudou, viu, a minha fala?! Eu não falo mais pedir emprestado, não. Eu falo agrupar e desagrupar. Isso já deu uma mudada, né? Já é uma coisa que mudou, na minha prática. E daí vai.

Pesquisador: A sua percepção sobre a importância da utilização dos recursos didáticos no ensino da adição e da subtração mudou após participar dos encontros formativos?

Florence: Com certeza! Quando você começou a fazer, conosco, o trabalho de adição e subtração, no QVL, fazendo a gente retomar isso aí. Que até no começo, como a gente não utilizava muito, a gente queria fazer direto. Então, o recurso para sala de aula, para Matemática... porque, às vezes, a gente fala assim: “Ah, é mais fácil trabalhar o recuso na Ciências, no Português e tal. Mas não, a gente consegue utilizar os recursos, dentro da Matemática de forma eficaz. Então, assim, trouxe mudança. Trouxe sim! Me fez ter o olhar diferenciado, dando, realmente, um valor maior. E, às vezes, a gente falava assim: “Ah, vamos colocar só problemas, vamos colocar coisas que sejam da vivência deles...” Mas, na hora do efetuar, do fazer, ele continuava com o papel e o lápis, entendeu? Então, o recurso veio, assim... Não que a gente não soubesse que existia. Existia. Mas eu, particularmente, achava que, talvez, fosse perder mais tempo, que não fosse ser interessante para eles, entendeu? Que eles

fossem achar que aquilo ali era bobagem. Mas, a partir do momento, que a gente percebe que eles não entendem, que traz aquilo ali, para que possa facilitar, aí, a gente vê, que realmente, vale a pena. Porque, às vezes, a gente utilizava mais recurso, quando a gente ia trabalhar a figuras geométricas, as planificações. Porque sempre tinha como a gente trazer, como mostrar e fazer com que eles fizessem aquelas figuras. Mas, na adição e na subtração, e nas outras fases, que a gente tem na Matemática, a gente percebe, que realmente, os recursos didáticos, eles estão aí para nos ajudar. E, se a gente se apropriar deles, a gente tem como mostrar para os nossos alunos e fazê-los se apropriarem também. A questão, é que, às vezes, nós professores, não queremos ter essa apropriação. A gente quer só passar. Como diria: "A gente não tira água de um poço vazio, né?". Eu tenho que entender de que forma que aquele recurso pode me ajudar, para que eu estou utilizando, na hora que eu vou fazer o meu planejamento, quando eu coloco aquele recurso, eu tenho que saber, com propriedade, que aquilo pode trazer algum conhecimento a mais.

Pesquisador: Você comentou um pouco que passava questões contextualizadas, situações problemas para eles e eles continuavam com o papel e o lápis. Em que sentido, esse papel e o lápis, continuavam com eles?

Florence: A gente sabe que o papel e o lápis, na Matemática, a gente não vai poder tirar, porque faz parte. Não deixa de ser um recurso, porque eles vão estar utilizando, durante a aula. Mas, quando... pelo menos eu entendi, nessa questão da pergunta, é que além do lápis e do papel, eu tenho que trazer algo para os meus alunos, que eles possam compreender porque que eles estão fazendo, ali no papel, porque que eles estão copiando ali no papel com o lápis. Eles têm que entenderem, na prática, como você trouxe o QVL. Aí eu vejo as ordens, eu vejo as classes, eu vejo que eu começo pela unidade, eu vejo que eu tenho que desagrupar ou agrupar alguma coisa na ordem seguinte. Então, aquilo ali, ele vai fazer ali no QVL, e, depois, quando ele traz para o papel, ele já vai fazer com propriedade, como foi que ele fez. E, às vezes, quando a gente não utiliza outro recurso e vai só para o caderno e para o lápis, às vezes o menino faz de uma forma mecânica. Às vezes, ele faz sem entender, às vezes ele olha para o do colega e copia, ou ele espera você fazer a correção no quadro, só para poder corrigir. Mas ele não assimilou aquilo que ele estava fazendo, né? Então, o Piaget fala sobre a assimilação e da acomodação. Eu acho que o recurso, serve para, justamente, trazer isso aí: esse assimilar e esse acomodar da criança. O que ele está fazendo na Matemática, também.

Pesquisador: O seu entendimento sobre as contribuições da avaliação discente no ensino da adição e da subtração para a sua prática profissional mudou após participar dos encontros formativos?

Florence: Com certeza, Renato. Antes, eu olhava para uma avaliação, para uma atividade e eu simplesmente, corrigia: certo ou errado. Agora, eu olho e avalio a mim mesma, quando eu estou corrigindo a avaliação do aluno. “Por que meu aluno fez assim?”, “Por que é que ele entendeu dessa forma?”. Aí, naquela tabelinha que você mostrou para a gente, naquele quadro, onde você trouxe os erros subdivididos, os tipos mais comuns de erros e em que eles erraram. Aquilo ali, está ali, está impresso e está colado ali no meu escritório. Por quê? Porque aquilo ali foi um norte muito grande para mim. Porque se metade da minha sala, ou mais da metade da minha sala, cometeu os mesmos erros, então eu já tenho como fazer, como é que vai ser a minha estratégia para trabalhar isso daqui com eles, pra que na próxima, esse seja um erro superado. Pelo menos por parte deles, entendeu? Então, com certeza contribuiu bastante. O meu olhar, mudou muito, nessa questão.

Pesquisador: Ótimo! A última pergunta dos conhecimentos pedagógicos. Durante os encontros formativos, o que você aprendeu sobre os maiores desafios na aprendizagem dos estudantes sobre a adição e a subtração?

Florence: Vou ser sincera com você... aliás, eu sempre sou. É a base, Renato. É algo que a gente tá trabalhando no quinto ano. Mas é algo que a gente precisa mudar o conceito dos educadores, desde o Infantil, até o primeiro ano do Ensino Fundamental, para levar um pouquinho mais a sério, essa questão da Matemática. Porque, a maioria dos nossos alunos chega para nós sem o conhecimento mínimo, necessário, para a gente trabalhar os conteúdos de quinto ano, Então, a gente tem que fazer algo quase que mirabolante, extraordinário, seja lá como for, para poder estar trazendo para eles esse aprendizado, essa aquisição que eles já deveriam ter. E atrelar o que eles vão fazer. Porque, na Prefeitura, você sabe que eles têm o SPAECE, que eles têm avaliações que são importantes e que a gente tem que trabalhar. Mas como é que eu vou trabalhar com o meu aluno se ele não aprendeu, lá atrás, o que ele deveria ter entendido? Porque a gente tem aluno que não sabe o que é um algarismo. Chega no quinto ano e não sabe o que é o algarismo. Então, eu acho que o maior desafio, nosso, na Matemática, hoje, nessa questão da adição e da subtração, principalmente, é rever as bases. É algo que precisava ser, assim, trabalhado com os professores desse o começo, pra que os alunos, já chegassem com isso, mais ou menos, compreendido.

É claro que os “erros”, vamos dizer assim, eles acontecem. Sempre vão acontecer. Piaget, fala que o erro pode ser construtivo. Então, é algo que a gente tem que entender, que até nós, no nosso percurso de formação continuada, a gente comete esses erros que depois eles se tornam erros que são assertivos. Que se tornam assertivos depois e deixam de ser erros. Então, basicamente, para mim, o maior desafio, que a gente tem com eles, é eles entenderem, justamente, os caminhos que se chega, para se fazer efetivamente uma adição correta, uma subtração correta. Mas esses caminhos deveriam ser algo que eles já deveriam trazer, pelo menos assim, conceitos pré-formados, né?! Acredito que seja isso.

Pesquisador: Quando você fala de conhecimentos básicos, a base... que conhecimentos são esses? Você pode citar um? Quais seriam?

Florence: Um bem simples. A ideia de tirar ou de juntar quantidades. O sinal, utilizado nas operações, a gente entende, que alguns podem confundir por uma desatenção, mas tem muitos que não conhecem. Que não sabem. Chegam para a gente sem saber e eu acredito que eu, por exemplo: eu sou professora do primeiro ano de Matemática. Hoje a gente teve uma atividade de Matemática para eles. Inclusive, eu já fiz até a correção, já, de um aluno. E aí a gente vê que as atividades que a gente trabalha com eles, além de estar trabalhando, agora, no primeiro momento a questão do entender de que os números fazem parte da vida, que eles estão cercados por números e tal. A questão de você mostrar para o aluno, desde o início: “Ah, eu tenho aqui três bolinhas. Vamos brincar, né?! Vamos brincar com essas bolinhas. Você tem três e eu só tenho duas. Como é que a gente vai fazer para ficar com as mesmas quantidades de bolinhas? O que é que a gente precisa fazer pra que você tenha a mesma quantidade de bolinhas que eu? Aí, pra fazê-lo pensar, para fazê-lo ver, para mostrar pra ele, que se ele tirar uma bolinha, ele vai ficar com a mesma quantidade que eu. E a gente vai brincar com as bolinhas iguais. Mais na frente, ele vai estar aprendendo que o que ele fez, foi o que? Foi uma subtração. Ele tinha três bolinhas e retirou uma. Mas, tudo isso daí, você vai trabalhando com eles, e depois vai dando os nomes, depois você vai falando... você faz de forma lúdica, que é o recurso, para depois você mostrar que o que ele está fazendo é uma subtração, é uma adição. Trabalha-se isso daí. Depois, você vem e apresenta os sinais. Lá na frente, de acordo com o conteúdo, a gente vai apresentar. “Quando eu estou juntando quantidades, tenho esse sinalzinho, aqui. Qual o nome desse sinal?”. É bem tradicional, e ao mesmo tempo, a gente tenta trazer algo novo, mas são esses conceitos, que às vezes a criança vai

indo. Principalmente, primeiro e segundo ano, eles quase não veem Matemática. Quando a gente vê professor de Matemática lá, a gente sempre vê assim: “Ah, trabalha com eles a leitura e a escrita. Porque no terceiro ano eles têm que ser alfabetizados e eles têm que estar lendo. Então, eu não gosto e eu não paro de trabalhar a Matemática com eles, nas minhas aulas. Agora, eu aproveito todo momento, para estar também fazendo aquele letramento, aquela questão que eu sei que é necessário. Mas quando eu falo de base, eu falo que eles precisam... primeiro eles se apropriam de forma lúdica, depois eles vão se apropriando de forma... os termos, direitinho e entender o que é que eles estão fazendo, que antes era uma brincadeira e depois ele entende que aquilo ali era uma adição, era uma subtração. Aí, você vai a cada ano que vai passando, você vai trabalhando de forma mais... como que eu posso falar? Não sei se de forma mais centrada ou se de forma mais direcionada. Porque, realmente, a gente necessita. Porque, querendo ou não, Renato, você sabe que a Matemática, por mais que a gente utilize os recursos, chega um momento que ele vai ficar diante de uma avaliação, onde ele só vai ter o papel e o lápis. Então, se ele tem todas essas aquisições, se ele conseguiu assimilar, pelo menos as básicas, se tratando aqui, da adição e da subtração. Que entender que em uma operação eu vou estar agregando e eu vou estar tirando e eu vou estar juntando quantidades e na outra eu vou estar tirando, eu vou estar desagrupando, eu vou estar... Se ele entende isso daí, se ele sabe qual é o sinal, se ele sabe que eu tenho que começar: primeiro as unidades, depois pelas dezenas, depois pelas centenas, ele está com o caminho, ali, para poder efetuar. Então, é isso que eu falo. A base que eu falo é desde lá, do brincar, até chegar no momento que ele vai, realmente, precisar ter tudo isso de forma concreta, mas, também, de forma abstrata, dentro dele. Eu não sei se você conseguiu entender.

Pesquisador: Tá ótimo! Essa é o último bloco, dos saberes existenciais, que é como você se sentiu durante esse processo. Primeira pergunta: a sua relação com a Matemática, mudou após participar dos encontros formativos? Caso sim, quais foram essas mudanças?

Florence: Mudou por quê? Eu nunca gostei de Matemática. Nunca! Eu sempre tive muita dificuldade, com a Matemática. Desde pequena. E, às vezes, as posições que os professores tomavam conosco, na época, nos fazia sentir mais, assim. Menos inteligentes, menos capazes é como se a Matemática fosse algo que não fosse pra todos os mortais. E aí, quando a gente vai crescendo e quando você vai entendendo,

que não é bem assim, que a gente é capaz, que a gente pode, você percebe que... quando eu assumi, lá, na escola, para trabalhar, exclusivamente, a Matemática, eu fiquei assim: “Nossa, eu gosto tanto do Português, eu gosto tanto da área de humanas, eu sou tão mais assim... eu me sinto tão mais à vontade, eu acho que eu sou tão melhor, nessa área.”. Mas os desafios, eles vêm, para nos ajudar a superar coisas que a gente imaginava que tinha superado e não superou. Então, ao preparar as aulas, ao estar com você, durante esse período ao ouvir você, o que você trouxe pra a gente, aquilo que você falava: “Ah, vamos aqui, vamos fazer dessa forma, o que é que vocês acham disso, o que é que vocês pensam sobre isso?”. Realmente mudou. Eu ainda não sou o gênio da Matemática. Eu tenho estudado para concurso e a gente percebe que é algo que a gente precisa, realmente, desmitificar. Tirar aquela coisa do medo e tudo. E eu posso te dizer que eu me surpreendi comigo mesma. Eu me descobri uma professora de Matemática, assim... não mais mediana. Eu tenho tentado me superar pelos meus alunos e isso foi bom para mim. E os nossos encontros, trouxe essa leveza, sabe? Da Matemática. Tirou aquele peso que a Matemática tinha na minha vida, pela minha vivência, lá na infância. Não da (nome dela) professora. Mas da (nome de uma estudante), da (nome de outra estudante), da (nome de outra estudante) que errava, que tinha vergonha de errar. Então, esses encontros, eles me abriram os olhos para ver a Matemática de outra forma. Era um trabalho que eu já vinha fazendo, internamente, comigo. E serviu só para dar aquele salto, aquele alívio, de dizer assim: “Opa, que bom que eu estou no caminho certo, que bom que eu estou aprendendo, que bom que eu posso trazer para os meus alunos, que eu posso fazer com os meus alunos, diferente do que fizeram comigo.”. Então, isso foi muito bom.

Pesquisador: Que lindo depoimento. Muito obrigado! Realmente, eu acho que a gente está nesse caminho, para poder ter essas percepções e ampliar esses saberes. A minha história, também, não é tão romântica, com a Matemática e foi sendo modificada, ao longo da minha trajetória. E que bom poder proporcionar isso para outras pessoas, para outros professores, porque como você falou no início: “A gente não tem como separar o sujeito do profissional.”, E isso está tudo muito junto. É bom ter pessoas para dividir esses momentos. Então, parabéns! Parabéns, pela sua evolução!

Pesquisador: Os seus sentimentos, como professora de Matemática, mudaram após participar dos encontros formativos? Se sim, explique as mudanças.

Florence: Já te expliquei! Sim, meu sentimento mudou, bastante. Porque, como eu te falei, são coisas que eu percebi, que eu posso fazer diferente com os meus alunos para que eles não cresçam e não se sintam como eu me senti. E como eu fiquei até pouco tempo atrás, até poucos anos atrás, com relação à Matemática, né?! Então, assim, na hora de divisão de tarefas, nas escolas, quando a gente trabalhava com professores parceiros dentro da mesma sala, eu sempre corria para ficar com o de Português, com humanas. Por quê? Porque eu gostava mais, eu me achava melhor. E realmente, os meus sentimentos, como professora de Matemática, mudaram depois do encontro. Por quê? Porque além de eu já tá fazendo esse trabalho, comigo, como eu já te falei, internamente, eu pude perceber que eu sou boa, também, na Matemática. E que eu posso ser melhor, a cada dia, na Matemática, e o melhor de tudo isso é que eu posso fazer, realmente, a diferença na vida dos meus alunos, com relação à Matemática.

Pesquisador: Quais foram as suas emoções, os seus sentimentos durante a sua participação na pesquisa? E que situações ocorreram, se você puder resgatar alguma coisa, aí, pra a gente.

Florence: Vou pensar, né? As noções de sentimentos, eu já falei bastante, agora deixa eu só pensar em alguma situação. Eu e a Hipátia, juntas, já naquela sala de professores, ali na sala de orientador, com você trabalhando o QVL, e a gente ali, rindo, como se fosse criança ali, na hora de fazer: “Nossa, como que é isso aqui?.” E a gente ficou vermelha porque a gente errou, lá, um negócio e depois a gente percebeu o erro e foi lá corrigir. Como a gente é professor, a gente acha que não pode errar, né? Então, foi bem, assim... foi constrangedor e foi engraçado ao mesmo tempo. Porque a gente sempre achava que não podia errar. Principalmente diante de você, né?! E um negócio tão simples ali e a gente ficou... eu falo porque a gente brincou e comentou depois que a gente parecia duas meninas velhas, de quinto ano, mesmo. Que estava com vergonha de fazer a continha e sabia fazer e na hora se atrapalhou só pelo nervosismo. E aí, a gente, também trouxe para sala de aula, quantas vezes os nossos alunos sabem, a gente sabe que eles sabem e na hora que eles vão, ali, à frente eles erram, eles se atrapalham. E como que a gente pode lidar, com eles, num momento como esse para que aquilo não seja um momento de trava, né? E sim um momento em que eles possam trabalhar, também, com essas frustrações e com essa situação relacionada às emoções, porque elas influenciam muito. A gente vai fazer uma prova de concurso, a gente vai fazer uma prova na escola, quantos alunos a

gente sabe que sabem e na hora eles não conseguiram, simplesmente, porque não conseguiram controlar as suas emoções?! Então, eu me lembrei desse fato, porque a gente riu muito, depois.

Pesquisador: Então, professora, muito obrigado, pela sua participação, sua generosidade! Até breve...

APÊNDICE O – TRANSCRIÇÃO DA ENTREVISTA COM O PROFESSOR

NEWTON



Universidade Federal do Ceará
 Faculdade de Educação
 Laboratório de Educação Matemática – LEDUM
 Programa de Pós-Graduação em Educação

Tese de Doutorado
 Orientando: Renato Carneiro da Silva
 Orientador: Paulo Meireles Barguil

O encontro aconteceu no dia 04 de fevereiro de 2021 para analisar as contribuições dos encontros formativos na ampliação dos saberes docentes – conteudístico, pedagógico e existencial – dos participantes da pesquisa (APÊNDICE N). O instrumento tinha 9 (nove) questões: 2 (duas) referentes ao saber conteudístico, 4 (quatro) ao saber pedagógico e 3 (três) ao saber existencial.

Pesquisador: Tudo bem? Iremos hoje encerrar a pesquisa. Esse é o momento da entrevista. Vou fazer algumas perguntas e pedir pra você responder. De antemão, eu já quero agradecer a sua participação. É um período muito importante para mim, e a sua ajuda foi muito valiosa. Quero agradecer pela sua disponibilidade, sua generosidade em participar e colaborar comigo e com os meus estudos, que tudo indica, irão encerrar em breve. O objetivo, hoje, é conversarmos sobre como foi, pra você, participar da pesquisa.

Pesquisador: As perguntas são divididas em três blocos sobre os saberes docentes: conteudístico, pedagógico e existencial. Sobre o saber conteudístico, a pergunta é a seguinte: Durante a pesquisa, você aprendeu algo sobre o chamado Sistema de Numeração Decimal (Sistema Cifranávico, conforme Barguil)? Caso sim, que aprendizagens?

Newton: É, eu aprendi mais, né?! De como trabalhar o Sistema de Numeração Decimal, mas o Sistema Cifranávico, apra mim, ele ainda ficou... eu ainda não consegui compreendê-lo bem, né? Mas é uma percepção minha. Não, com relação ao que foi dado, ao que foi explicado por você. Foi mais uma questão minha, que eu ainda não consegui compreender direito. Essa questão do Sistema Cifranávico.

Pesquisador: Durante a pesquisa, você aprendeu algo sobre os algoritmos da adição e da subtração? E eu queria que você falasse um pouco que aprendizagens foram essas, se tiver aprendido.

Newton: Bem durante a pesquisa, realmente, eu aprendi sobre, principalmente, como trabalhar essas duas operações. Porque eu trabalhava num ritmo, que esse meu ritmo, ele meio que ignorava a minha percepção de como o aluno, ele estava percebendo, essas operações. Então, a pesquisa, veio para mostrar, principalmente, para avaliar as respostas dos alunos e, também, ajudou a perceber cada parte, cada conteúdo, assim, mesmo da adição, a questão de posição de numeral, a questão do próprio sistema de numeração, que os alunos tiveram dificuldade em transpor, de um para o outro, entre dezena e unidade. Então, eu acho que foi mais essa questão, mesmo, né? Serviu pra eu trabalhar no ritmo do aluno. Então, a pesquisa veio, justamente isso para eu parar, para eu olhar, onde ele está errando, para definir bem, né?! Eu poderia ter visto o Sistema de Numeração Decimal, aí eu ia dizer que é isso e que é aquilo, mas aí, será que o meu aluno, ele iria tá chegando... é claro, esse conteúdo para o aluno? Não! Então, acho que foi mais, para isso mesmo.

Pesquisador: Você destaca alguma aprendizagem específica da adição e alguma específica da subtração?

Newton: Bem, a da subtração, a aprendizagem, foi a questão do maior e do menor. Que eles erravam muito, essa questão, então... é maior e o menor. E o da adição, como eles acertaram bastante, mas, aí, eu acho que a aprendizagem maior, que eu vi, foi classificar as unidades. Porque, como eu disse anteriormente, eu poderia só dizer o que é cada unidade. Mas, aí, eu desprezaria outros recursos. Então, eu acho que a aprendizagem maior é essa. Eu definir cada unidade na operação e a partir dali eu usar elementos que favorecessem a aprendizagem do aluno.

Pesquisador: Entendi. De unidade, você está chamando, para ficar bem explicado pra gente, seriam as ordens, o caminho...

Newton: Isso! As ordens. As classes e as ordens, no caso. Porque eu poderia falar unidade, mas aí eu ia ver que tem, também, a outra unidade de milhar, né?! Então, ele poderia confundir. Porque se a gente colocasse lá na conta CDU, ele ia pensar: "Ah, esse C, que é da centena de milhar.". Ele poderia botar cem de novo, de centena. Então, aí, é mais uma aprendizagem, que eu pontuo.

Pesquisador: Você quer destacar algo mais, sobre os conteúdos? Do que você aprendeu, do que a gente conversou, tem algum outro que não foi abordado aqui, que você gostaria de falar?

Newton: O que eu achei interessante foi aquela questão da supremacia do zero. Que, quando a gente analisando as respostas, aí, a gente vê, que quando ele não sabia a resposta ou ele deduzia, o zero acabava sobrepondo o resultado. Então, eu acho que a supremacia do zero, eu achei bastante interessante. Porque os outros eu já falei, né?! Que é a questão do maior em cima e o menor embaixo, também de ele trocar uma operação pela outra, no caso, quando ele não sabia ele ia pra operação que ele soubesse, pra tentar procurar a resposta. Mas eu acho que mesmo a novidade, que realmente eu refleti, foi a supremacia do zero, que eu não tinha percebido, até então, nas respostas, quando eu trabalhei anteriormente.

Pesquisador: Vamos entrar na segunda categoria que são os saberes pedagógicos. A sua compreensão sobre o ensino da adição e da subtração mudou após participar dos encontros formativos? Caso sim, explique as mudanças.

Newton: A compreensão, com certeza, mudou. Então, parando nos encontros formativos e analisando as respostas, eu consegui enxergar os pormenores, né?! E aí, eu consegui perceber, que cada operação, exige um ritmo diferente dos alunos. Eu percebi que eles têm uma compreensão melhor na adição. Mas na subtração, nós encontramos mais dificuldade. Isso quer dizer o quê? Que o ensino da adição, eu teria um ritmo melhor de trabalho. Eu poderia trabalhar em menos aulas, digamos assim, mas a subtração, a gente teria que ter um tempo maior. Então, os encontros formativos serviram para isso. Para sempre estar parando e analisando, porque, no caso das duas operações, não é somente o resultado, que vai estar lá no final, se é certo ou errado. Porque tinha muito resultado certo, mas que estava faltando alguns registros na operação. Então, serviu pra enxergar melhor esses resultados. Não só o certo nem o errado. Eu acho que é isso.

Pesquisador: A sua percepção sobre a importância da utilização de recursos didáticos no ensino da adição e da subtração mudou após participar dos encontros formativos?

Newton: Digamos que sim. Porque, tanto a pesquisa, como a própria formação, que é disponibilizada para a gente, ela já batia na tecla do QVL. Que é um recurso, que ele não foi bem trabalhado, durante a minha formação inicial. Então eu revi esse recurso, mais detalhadamente, agora, na pesquisa, na formação. Então... não só ele,

mas como pesquisar, também, outros recursos didáticos, para eles compreenderem melhor essas operações. Então, eu acho que as mudanças foram mais na utilização desses recursos, principalmente, o QVL. E, também, na procura de outros recursos, porque tem alunos, que eles não podem se adaptar bem a um único recurso. Então, a mudança veio justamente, para – digamos assim – pesquisar e enriquecer os recursos. O repertório de recursos.

Pesquisador: O seu entendimento sobre as contribuições da avaliação discente no ensino da adição e da subtração para a sua prática profissional mudou, após participar dos encontros formativos? Você poderia aprofundar um pouco mais? A importância da avaliação, daquele diagnóstico que a gente fez.

Newton: É, eu acho que a pesquisa vem justamente para isso. Porque ela vem para a gente refletir sobre a nossa própria prática e, principalmente, nesse ensino das operações. Então, a contribuição, dessa avaliação discente, ela mudou, a avaliação, como eu já expliquei. Ela mudou, para a gente ver além dos resultados, né?! Porque não é só o que está aparente, né?! Teve muito caminho que o aluno percorreu, até chegar nesse resultado. E algumas dessas marcas ficam registradas na própria operação. Então, os encontros, vieram justamente para contribuir nesse sentido, de perceber como o aluno chegou nesse resultado. Não só o resultado em si, que é o que eu bato, muito, nessa tecla. E que eu tento, hoje, *online*, ver com o recebimento dessas atividades, como esse aluno tá chegando a esse resultado. Porque a gente acaba, que no *online*, a gente recebe só a atividade respondida toda bonitinha. E a pesquisa veio justamente para eu bater nessa tecla, do aluno para ele registrar tudo até chegar no resultado final, né?! Não só deixar o resultado bonitinho pra bater a foto e me entregar. Mas pra ele deixar, realmente, os registros desse caminho. Então, no presencial, a gente conseguia perceber porque estava com o aluno ali, né?! Questionava ele, mas agora no *online*, é pedir e ter mais atenção com esses resultados.

Pesquisador: Você quer falar algo mais sobre os saberes pedagógicos?

Newton: Porque eu creio que eu já estou me repetindo muito, na fala, mas é isso mesmo.

Pesquisador: Esse é o terceiro bloco, os saberes existenciais. São aqueles saberes relacionados a como você se sente. A sua relação com a Matemática e a sua relação com a docência.

Pesquisador: A sua relação com a Matemática, mudou após participar nos encontros formativos? Caso sim, explique as mudanças.

Newton: Bem, a relação com a Matemática, mudou novamente, porque... a primeira mudança é quando a chega nas disciplinas, na nossa formação inicial, no ensino da Matemática, né?! Porque, querendo ou não, já vem com um ensino diferenciado, da Matemática, que é aquele ensino mais maçante. E aí, na formação inicial, a gente vê que é desconstruído, todos esses caminhos e todas essas marcas que vêm da nossa formação. Aí, a pesquisa, veio justamente para mudar esse olhar sobre a Matemática. Principalmente, sobre as operações, que são questões básicas, que são utilizadas no dia a dia, então eu consegui perceber, aquela coisa que eu já disse sobre a supremacia do zero. E, também, a questão de enxergar a própria Matemática, em si, né?! Que acaba, que na correria do dia a dia, na sala de aula, a gente acaba caindo no ensino, digamos, tradicional. Só na questão de passa a atividade e de olhar as respostas. Então, ele mudou com relação a esse sentido. Aí, esse olhar sobre a Matemática, de desconstruir, principalmente, o que a gente traz e reconstruir com os alunos. Respeitando o ritmo de cada um.

Pesquisador: Os seus sentimentos, como professor de Matemática, mudaram após participar dos encontros formativos? Caso sim, que mudanças foram essas? Você se sentia de uma forma, com a Matemática e agora houve uma mudança, nesse sentido?

Newton: É, como eu já mencionei, houve essa mudança, porque o ensino de Matemática... a minha experiência, como docente de Matemática, é recente, né?! Tá com dois anos, só. Então, assim: Ela trouxe a mudança nesse sentido, porque eu enxergava o trabalho de uma forma e aí, refletindo sobre o que a gente analisou, fez eu perceber que essa forma precisava de alguns ajustes, né?! Então, ele fez eu perceber que a forma como estava sendo trabalhada, tinha algumas coisas que estavam precisando serem ajustadas, então eu acho que mudou nesse sentido. De redefinir o trabalho das operações, principalmente, e a própria Matemática em si. Tornar algo menos maçante, talvez. Tentar trazer esse conteúdo de uma forma mais leve para o aluno. Eu ficava mais atento a essas questões das operações, mas era mais a questão de interpretar, de montar direitinho, né?! E acabava esquecendo de alguns conceitos que eles já tinham que ter compreendido antes, né?! Que eu acabava ignorando ao ensinar esse conteúdo. Então, a mudança veio nisso.

Pesquisador: Certo. Você tem algum sentimento específico que possa falar, tipo: antes tinha medo, agora não tem mais medo, não gostava e agora, em determinado ponto, passou a gostar, tem algo assim?

Newton: Da Matemática em si, né?! Não! Assim, medo, medo, a gente assim... Não era o medo da Matemática, como a gente tem quando é aluno, né? Mas era o medo de não atingir aqueles objetivos porque a Matemática é uma das matérias exigidas em avaliações externas, né? Então, aquele medo, ele sempre ronda, no sentido de que: "Será que meu trabalho tá correto? Será que meu aluno tá aprendendo direitinho, pra essa avaliação ocorrer bem?". Mas, na Matemática, eu posso dizer que não tinha medo antes, né? Esse medo, ele é mais sobre a avaliação externa, mas continua, digamos, normal, né?! Porque não é uma disciplina que eu tenha muita experiência e eu sinta a vontade de ensinar, né?! Não é a minha praia, mas o desafio, a gente como professor, como polivalente, a gente tem que encarar esses desafios e tentar, sempre, mudar. Tentar encontrar algum entrave que dá, mesmo não sendo em uma área de afinidade, e tentar corrigir a prática. Refletir sobre ela, como a pesquisa trouxe algumas coisas para eu refletir como eu estava trabalhando e assim, tentar ajustar.

Pesquisador: Quais foram as suas emoções e os seus sentimentos, durante a sua participação na pesquisa? Caso seja possível, apresente algumas situações em que ocorreram.

Newton: O sentimento não era de uma expectativa, mas não era uma coisa, também que chegava a ser chato, né?! Mas eu acho que as emoções e sentimentos que eu senti na pesquisa foram de conforto, né? Eu acho que mesmo de tranquilidade, no sentido que eu trago isso da faculdade, né?! Dessa questão de a gente sempre estar refletindo, sempre estar redefinindo a nossa prática. Porque uma das coisas que fazem melhorar, o nosso dia a dia como professor, é não ter medo da pesquisa, não ter medo de expor a nossa prática, não ter medo de mostrar ao outros. Porque isso faz a gente se tornar, melhor, a cada dia. Então, assim, eu me senti muito tranquilo, durante a pesquisa. Foi uma pesquisa, realmente, que agregou bastante, porque, como eu disse anteriormente, a Matemática não é uma disciplina que eu tenho muita afinidade, é uma disciplina que eu ensino recente, mas a emoção foi mais nesse sentido mesmo. De tranquilidade. Quando eu era chamado para os encontros, eu tinha a expectativa de tentar analisar tudo antes, tentar me preparar. Porque, como tem essa questão, que eu sei que tem a análise, tem a gravação, deixar tudo muito claro para o olhar do pesquisador. Então, tinha essa expectativa, antes dos encontros,

de: “O que é que eu vou falar? Como eu posso deixar a situação, o mais claro possível?”. E sempre me policiando de tentar não andar em círculo, né? Porque eu tenho medo, assim, na minha fala, de estar repetindo ou de dizer algo que possa dificultar uma análise futura, né?

Pesquisador: Durante os encontros formativos, o que você aprendeu sobre os maiores desafios na aprendizagem dos estudantes sobre a adição e a subtração?

Newton: Os maiores desafios que eu encontrei, eu sempre repito na minha fala, é o próprio Sistema de Numeração Decimal. Eu acho que a maior dificuldade deles é a mudança das classes e ordens. Eles não têm isso muito definido. Nem eu, no caso. Eu acabo me confundindo, às vezes. Então, essa falta de clareza, que acaba incidindo sobre as próprias operações. Então, os maiores desafios é mesmo como trabalhar esse Sistema de Numeração Decimal, para deixar mais claro possível pra eles. Para, aí, posteriormente trabalhar as próprias operações.

Pesquisador: É isso mesmo. É importante destacar o fato de as crianças não compreenderem o que é o SC e as suas características e chegarem às operações de adição e subtração, também, sem conseguir operar os algoritmos. Porque, de fato, as habilidades do Sistema Cifranávico são essenciais para entender o que é operar, para resolver as contas. Então, fico muito contente, que a pesquisa tenha contribuído para você perceber isso. Quero, mais uma vez, agradecer a sua participação.

ANEXO A – ROTEIRO PARA CONSTRUÇÃO DE UM QUADRO VALOR DE LUGAR



Universidade Federal do Ceará
Faculdade de Educação
Laboratório de Educação Matemática – LEDUM
Programa de Pós-Graduação em Educação

Tese de Doutorado

Orientando: Renato Carneiro da Silva

Orientador: Paulo Meireles Barguil



Universidade Federal do Ceará
Faculdade de Educação
Laboratório de Educação Matemática – LEDUM

Roteiro para construção de um Quadro Valor de Lugar – QVL do estudante com canudos
Elaborado por Paulo Meireles Barguil¹

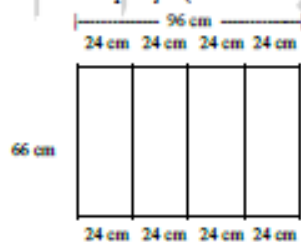
Quadro Valor de Lugar – QVL (com 3 ordens)

Material:

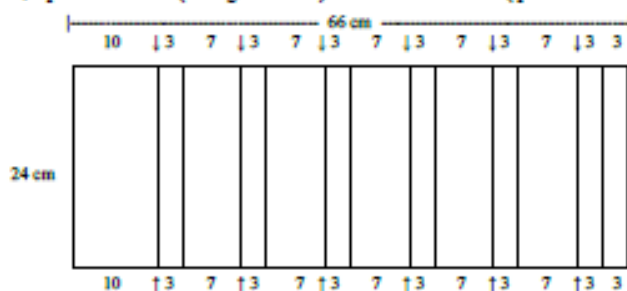
1 durex (transparente ou colorido)	1 pedaço de papelão (23 cm x 29 cm)
1 fita gomada	1 régua
1 folha de papel madeira (96 cm x 66 cm)	1 tesoura
1 lápis/caneta	

Como fazer:

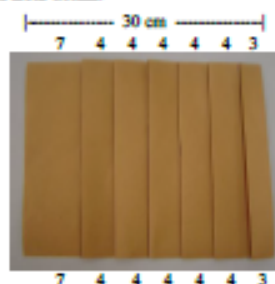
Na maior dimensão (96 cm) de uma folha de papel madeira, marque, em cima e embaixo, a cada 24 cm. Ligue essas marcações com retas (ver figura abaixo), que indicam onde a folha deve ser recortada, dividindo-a em 4 pedaços. Utilize um desses pedaços (24 cm x 66 cm) para construir o QVL.



Na maior dimensão (66 cm), marque, em cima e embaixo, 12 vezes: uma vez, o par 10 cm e 3 cm; depois, cinco vezes, o par 7 cm e 3 cm (ver figura abaixo). Desconsidere o resto (que deverá ser 3 cm).



Ligue, de lápis ou caneta, as 12 marcações. Faça um vinco em todas elas: dobre a folha em cada marcação. Coloque, nos locais indicados por seta (↓ ↑) na figura acima, as tiras que medem 3 cm sobre as tiras que medem 10 cm e 7 cm, formando 6 (seis) pregas. O papel madeira vai ficar assim:



¹ Professor Associado da UFC (www.paulobarguil.pro.br). Coordenador do LEDUM (www.ledum.ufc.br).

ANEXO B – SISTEMAS DE NUMERAÇÃO – HISTÓRIA¹²



Universidade Federal do Ceará
 Faculdade de Educação
 Laboratório de Educação Matemática – LEDUM
 Programa de Pós-Graduação em Educação

Tese de Doutorado
 Orientando: Renato Carneiro da Silva
 Orientador: Paulo Meireles Barguil

Um Pouco de História

Desde o período neolítico (10.000 A.C), o Homem desenha figuras, em diversos utensílios – potes, cestas – no próprio corpo ou em roupa, com características geométricas: congruências e simetrias.

A contagem primitiva consistia em relacionar o objeto a ser contado (fruta, animal...) a um objeto auxiliar (pedra, risco, osso...), num processo conhecimento, atualmente, como relação biunívoca, correspondência termo a termo ou correspondência um a um.

Os símbolos podem ser pessoais (....., □□, *****, //////////////) ou sociais (oito, 8). Ambos são arbitrários. A Humanidade, inicialmente, criou os números naturais, os quais, até hoje, são fundamentais para a aprendizagem matemática.

É muito frequente as pessoas confundirem os conceitos de algarismo, número e numeral, sendo necessário diferenciá-los:

Algarismo: símbolo matemático para escrever numerais.

Número: ideia de quantidade.

Numeral: representação, expressão – oral ou impressa – de um número.

Várias sociedades, em diferentes tempos, construíram sistemas de numeração – egípcio, mesopotâmico, romano, chinês, maia, hindu... – que são formas de registrar o resultado da contagem de acordo com as suas 82 características: base, valor posicional, quantidade de símbolos, zero, princípio aditivo e princípio multiplicativo.

¹² Fonte: BARGUIL, Paulo Meireles. **Ensino de Matemática**. 4. ed. Fortaleza: UFC Virtual, 2018.p. 81-87.

Exponho, a seguir, os sistemas de numeração de algumas civilizações: egípcio, mesopotâmico, romano e maia. Início com alguns sistemas de numeração primitivos.

Sistemas de Numeração primitivos

O estudo de alguns sistemas de numeração primitivos, tornados públicos mediante pesquisas arqueológicas, é interessante, pois nos permite conhecer diferentes estratégias, bem como a gênese do respectivo processo cognitivo.

Os indígenas das Ilhas Murray tinham as seguintes palavras para expressar quantidade:

netat (1) *neis* (2) *neis netat* (3) *neis neis* (quatro) *rais* (muitos)

Outros indígenas das mesmas Ilhas Murray utilizavam os vocábulos abaixo:

urapun (1) *okosa* (2) *okosa urapun* (3) *okosa okosa* (quatro)

okosa okosa urapun (5)








Uma tribo australiana de indígenas – Kamiraloi – contava assim:

mal (1) *bulan* (2) *guliba* (3) *bulan bulan* (quatro) *bulan guliba* (5)

Sistema de Numeração egípcio

A escrita egípcia, que remonta a 3.400 a.C., combinava desenhos e sinais gráficos (hieróglifos).

Hieróglifo origina-se de duas palavras gregas: ἱερός (hierós) "sagrado" e γλύφειν (glýphein) "escrita". Dessa forma, apenas os sacerdotes, membros da realeza, ocupantes de altos cargos e escribas conheciam a arte de ler e escrever esses sinais "sagrados".


OBJETO	SÍMBOLO	VALOR ATUAL
Bastão		1
Cordão / Calcanhar		10
Espiral / Corda enrolada		100
Flor de lótus		1.000
Dedo indicador		10.000
Girino		100.000
Homem ajoelhado		1.000.000

Algumas características:

- * Um mesmo símbolo pode ser repetido até nove vezes.
- * A escrita pode ser da direita para a esquerda, da esquerda para a direita e de cima para baixo.






Sistema de Numeração mesopotâmico

Esse sistema se manifestou de duas formas diferentes, embora relacionadas. Na primeira, fruto da civilização dos sumérios, por volta de 4.000 a.C a 2.000 a.C, eles usavam alguns símbolos para representar 1, 10, 60, 600, 3.600, 36.000 e 216.000. O sistema era aditivo, permitindo a repetição ilimitada dos símbolos, caso necessário, e tinha base 60 (sexagesimal).

OBJETO	SÍMBOLO	VALOR ATUAL
Prego		1
Viga		10
Prego grande		60
Prego com viga		600
Quatro pregos		3.600
Quatro pregos com uma viga		36.000
Quatro pregos com um prego		216.000

Por volta de 2.000 a.C., os babilônicos formularam um novo sistema com os dois símbolos básicos do sistema anterior, mantendo o símbolo da unidade para representar 60. A grande diferença é que ele era posicional: a primeira ordem era composta dos números de 1 a 59; a segunda ordem tinha os múltiplos de 60; a terceira ordem tinha os múltiplos de 60² (3.600); e a quarta ordem tinha os múltiplos de 60³ (216.000).

SÍMBOLO		
VALOR ATUAL	1	10

A escrita do 61 era  , com um espaço entre os dois símbolos para diferenciar do 2 ( ). Posteriormente, foi criado um símbolo para o zero: .

Sistema de numeração romano

A escrita dos numerais romanos passou por grandes transformações até chegar à configuração atual, que lembra as letras do alfabeto, mas não se origina delas.

SÍMBOLO	I	V	X	L	C	D	M
VALOR ATUAL	1	5	10	50	100	500	1.000

Atualmente, os algarismos romanos são utilizados em designação de nomes (reis, papas, imperadores), alguns relógios analógicos e indicação de séculos e de capítulos de livros.

Algumas características:

* Cada símbolo pode ser repetido, seguidamente, até três vezes.

* Quando um símbolo é escrito à direita de outro de maior valor, somam-se os valores.


* Quando um símbolo de menor valor é escrito à esquerda de um de maior valor, subtrai-se do maior o valor do menor. O I só pode ser colocado antes de V ou X; o X antes de L ou C; o C antes de D ou M.

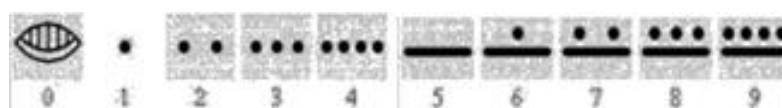
* Uma barra acima do(s) símbolo(s) indica que ele(s) são multiplicados por 1.000 (mil):

$$\bar{V} = 5.000$$

* Duas barras acima do símbolo indica a multiplicação por 1.000.000 (mil * mil).

Sistema de numeração Maia

Os maias representavam os números utilizando três símbolos: um ponto (.), que valia 1, uma barra horizontal (—), que valia 5, e uma concha (), que valia 0.



A partir do 20, os símbolos eram escritos na vertical, com um pequeno espaço entre eles. Os numerais eram escritos e lidos de cima para baixo. O símbolo da casa de baixo (a primeira) era multiplicado por 1, o da casa seguinte (a segunda) por 20, o da casa subsequente (a terceira) por 360 ($18 * 20$) e o da próxima casa (a quarta) por 7.200 ($20 * 18 * 20$).

ANEXO C – PROBLEMAS DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO



Universidade Federal do Ceará
Faculdade de Educação
Laboratório de Educação Matemática – LEDUM
Programa de Pós-Graduação em Educação

Tese de Doutorado

Orientando: Renato Carneiro da Silva

Orientador: Paulo Meireles Barguil

- a) Nayane colheu 46 maçãs e 19 abacaxis para levar para a feira. Quantas frutas Nayane colheu no total?

- b) Monaliza tinha 65 pirulitos, mas deu 37 à sua irmã mais nova. Com quantos pirulitos Monaliza ficou?

- c) Em um aquário, existem 42 peixes, azuis e vermelhos. Sabendo que, nesse aquário, 27 peixes são vermelhos, quantos são os peixes azuis?

- d) Mariana tinha alguns brinquedos. Mariana doou 24 brinquedos para um orfanato e ficou com 28 brinquedos. Quantos brinquedos Mariana tinha no início?